ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ. ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԿԵՆՍԱԲԱՆԱԿԱՆ ՀԱՆԴԵՍ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР. БИОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ АРМЕНИИ

XIX, № 8, 1966

С. О. МКРТЧЯН

О ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ПОЛНОТЕ ФОРМАЛЬНОГО НЕЙРОНА

Как известно, в работе [2] Мак-Каллока и Питтса формальный нейрон постулируется так, что он (нейрон) имеет только два типа волокон—возбуждающие и тормозящие. В этих нейронах входные волокна не взаимодействуют друг с другом. По существу эти нейроны являются обыкновенными пороговыми элементами и, следовательно, функционально неполными в том смысле, что на **одном** нейроне с l входами невозможно реализовать любую логическую функцию l переменных. Такое определение формального нейрона Мак-Каллоком и Питтсом соответствовало тогдашнему (40-ые годы) уровню знаний о структурно-функциональных свойствах биологических нейронов. В те годы, в частности, было принято, что существует только один тип торможения нервных клеток—постсинаптическое торможение, и что входные волокна могут действовать на нейрон только либо возбуждающим, либо тормозящим образом.

Однако, за последние 10—15 лет, благодаря развитию микроэлектродной техники и морфофизиологических методов исследований было обнаружено, что в биологических нервных сетях имеет место взаимодействие между волокнами [6, 8, 9]. То есть было найдено, что кроме аксосоматических и аксо-дендритических синапсов существуют также синапсы, которые образуются между концевыми бляшками аксонов и пресинаптическими терминалями. Исследования Экклса и других авторов показали, что при такой синаптической связи одно волокно действует на другое тормозящим образом путем снижения или полного подавления способности синаптической бляшки вырабатывать химический медиатор, играющий роль передатчика возбуждения. Поэтому это взаимодействие афферентных (входных) волокон нейрона физиологи назвали **пресинаптическим торможением.**

На основе этих достижений нейрофизиологии У. Мак-Каллок в своих последних работах [7, 10] в формальный нейрон ввел новый тип волокна—запрещающее волокно, которое выполняет функцию пресинаптического торможения, т. е. когда возбуждено запрещающее волокно, то запрещаемое волокно блокировано, и по нему не может проходить сигнал (импульс). Благодаря этому логические возможности формального нейрона расширились, и он стал функционально полной системой в том смысле, что стала возможной реализация любой логической функции переменных на одном нейроне с l входами. Такую функциональную полноту, в отличие от классического понятия функциональной полноты в алгебре логики, назовем **Н-полнотой.**

Таким образом, интерпретируя взаимодействие волокон как запрещение одних волокон другими, Мак-Каллок ввел в нейрон запрещающее волокно, благодаря чему формальный нейрон стал H-полной системой.

Как уже было отмечено выше, в нейроне Мак-Каллока кроме активных (возбуждающих и тормозящих) волокон, которые действуют непосредственно на тело нейрона, имеются также пассивные—запрещающие волокна, которые действуют не на тело нейрона, а на активные волокна, таким образом осуществляя взаимодействие между ними [3, 4, 7, 10]. Роль этих (запрещающих) волокон весьма существенна, поскольку без таких волокон нейрон теряет H-полноту. Действительно, например, нейрон Калбертсона [1] или общий пороговый элемент [5], которые отличаются от нейрона Мак-Каллока по существу лишь тем, что не имеют запрещающих волокон, не являются H-полными.

Однако взаимодействие между волокнами нейрона можно осуществить не только в виде запрещения одних волокон другими, как это делается в нейроне Мак-Каллока, но и в виде клапанирования (разрешения) одних волокон другими. Таким образом, в формальный нейрон вместо запрещающего волокна вводим так называемое **разрешающее волокно.** Функция разрешающего волокна противоположна функции запрещающего волокна, т. е. оно пропускает сигнал по несущему волокну, если возбуждено, и блокирует его—если не возбуждено. Если, например, волокно от входа X клапанируется волокном от входа Y или наоборот, то такое взаимодействие логически эквивалентно конъюнкции XY. Следовательно, для физической реализации такого взаимодействия необходимо иметь только элементы «И» (клапаны).

Теперь докажем, что формальный нейрон с разрешающими волокнами (ФН (P)) также является H-полным, т. е. докажем следующую теорему.

Теорема 1. Чтобы пороговый элемент (ПЭ) стал H-полной системой, достаточно, чтобы он имел разрешающие волокна (помимо возбуждающих и тормозящих).

Эту теорему можно считать доказанной, если доказать, что для любой наперед заданной функции алгебры логики можно синтезировать ФН (P), выполняющий эту функцию.

Рассмотрим случай $k = 3$. Логические переменные (входы нейрона) обозначим через X, Y и Z. Пусть дана некоторая логическая функция в исчислении высказываний

$$F = (XY \to YZ) \to \overline{((YZ \vee \bar{Y}\bar{Z}) \to \bar{X}(Y \vee Z))}.$$

Пользуясь законами алгебры логики, эту функцию можно привести к дизъюнктивной совершенной нормальной форме, следовательно, записать в виде точечной Венн-диаграммы (D')

$$F = XYZ \vee XY\bar{Z} \vee X\bar{Y}\bar{Z} \vee \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} = D_F^T \qquad (1)$$

Для синтеза нейрона, выполняющего эту функцию, сперва необходимо построить соответствующую пороговую диаграмму. Согласно определению пороговой диаграммы [3—4] число ξ_i ($\xi_i \in \{0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}$), записанное в ее некоторой области, означает, что в этой области точечной диаграммы появляется точка, тогда и только тогда, когда порог $\theta < \xi_i$, поскольку ξ_i показывает суммарную величину возбуждения, которое получает нейрон при включении комбинации входов, соответствующей этой области функциональной Венн-диаграммы (рис. 1). Предполагается, что порог нейрона изменяется дискретным образом, причем $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > \cdots > \theta_k$.

Рис 1.

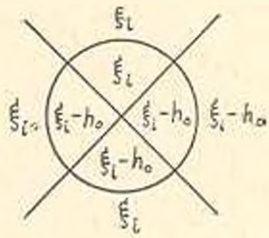

Рис. 2 а)

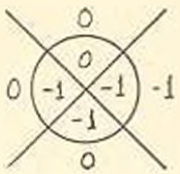

Рис. 2 б)

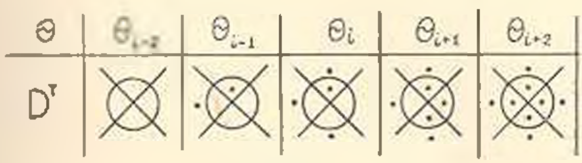

Рис. 3.

Рис. 1. Обозначение областей диаграммы Венна. Рис. 2, а. Пороговая диаграмма (в неявном виде) монофункционального нейрона, выполняющего функцию F. Рис. 2, б. Та же диаграмма в явном виде. Рис. 3. Пример последовательности точечных диаграмм, которая содержит требуемую диаграмму D_F^T.

Допустим, что нейрон должен вычислять нужную нам функцию (1) при $\theta = \theta_i$, а при других значениях порога он вычисляет либо противоречие (тождественный нуль), либо тавтологию (тождественная единица). Следовательно, в пороговой диаграмме D^θ в тех областях, где имеются точки в D^T, нужно записать $\Theta_i = \varepsilon_i$, а в остальных областях — $\varepsilon_i - h$. Здесь $h = \Theta_i - \Theta_{i-1}$ шаг изменения порога. Таким образом, соответствующая этому случаю пороговая диаграмма D'' в неявном виде будет такой, как это показано на рис. 2а.

Поскольку D_i^T содержит точку в области „ни одного“, которой соответствует невозбуждение ни одного из входов, то $\varepsilon_i = 0$. Пусть $h = 1$, тогда получим пороговую диаграмму, показанную на рис. 2б. По этой пороговой диаграмме уже можно синтезировать нейрон (см. ниже). Заметим, что полученный при этом нейрон является **монофункциональным**, поскольку он выполняет только заданную функцию F при $\Theta = 0$, а при $\Theta \neq 0$ он либо не возбуждается совсем (вычисляет противоречие), либо постоянно возбужден (вычисляет тавтологию). Для построения **многофункционального** нейрона, одной из функций которого является требуемая F, надо принять, что точки в D^T появляются не все сразу, а постепенно, за несколько шагов изменения Θ. Допустим, что последовательность D^T такова, как это показано на рис. 3. Тогда соответствующая пороговая диаграмма в неявном и в окончательном виде выглядит так, как это показано на рис. 4а и б.

Теперь покажем, что по любой наперед заданной пороговой диаграмме можно синтезировать ФН (Р).

Пусть дана некоторая пороговая диаграмма (рис. 5), где $a, b, c \cdots \cdots h \in \{0, \pm 1, \pm 2 \cdots\}$. Введем следующие обозначения:

X_0^{yz} — возбуждение по волокну от входа X, которое не клапанируется остальными входами Y и Z (т. е. достигает к телу нейрона без взаимодействия);

Y_0^{xz}, Z_0^{xy} — определяются аналогично;

X_1^y — возбуждение по волокну от входа X, которое клапанируется только входом Y;

X_1^z, Y_1^x, Y_1^z, Z_1^x, Z_1^y — определяются аналогично;

X_1^{yz} — возбуждение по волокну от входа X, которое клапанируется одновременно входами Y и Z;

Y_1^{xz}, Z_1^{xy} — определяются аналогично.

Тогда, по определению пороговой диаграммы [3, 4], согласно которому число в некоторой области пороговой диаграммы (рис. 5) показывает суммарную величину возбуждения, которое получает нейрон при возбуждении (включении) комбинации входов, соответствующей этой области диаграммы Венна (рис. 1), можно составить следующие уравнения, в которых неизвестными являются параметры синтезируемого нейрона

$$X_0^{yz} = h; \ Y_0^{xz} = f; \ Z_0^{xy} = c;$$

$$X_0^{yz} + X_1^y + Y_0^{xz} + Y_1^x = e;$$

$$X_0^{yz} + X_1^z + Z_0^{xy} + Z_1^x = d;$$

$$Y_0^{xz} + Y_1^z + Z_1^{xy} + Z_1^y = b;$$

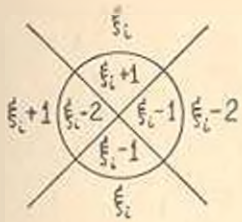

Рис. 4а)

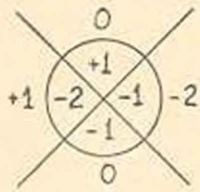

Рис. 4б)

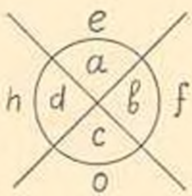

Рис. 5.

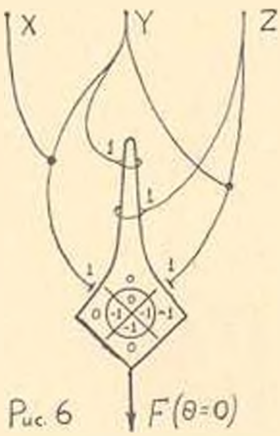

Рис. 6

Рис. 4. Пороговая диаграмма многофункционального нейрона в неявном (а) и явном (б) виде, соответствующая последовательности рис. 3. Рис. 5. Пороговая диаграмма в общем виде (при $\xi = 3$). Рис. 6. Пример формального нейрона ($\xi = 3$).

$$X_0^{yz} + X_1^{y} + X_1^{z} + X_1^{yz} + Y_0^{xz} + Y_1^{x} + Y_1^{z} + Y_1^{xz} + Z_0^{xy} + Z_1^{x} + Z_1^{y} + Z_1^{xy} = a.$$

Или, произведя подстановки, получим

$$\begin{gathered} X_0^{yz} = h;\ Y_0^{xz} = f;\ Z_0^{xy} = c; \\ X_1^{y} + Y_1^{x} = e - f - h; \\ X_1^{z} + Z_1^{x} = d - c - h; \\ Y_1^{z} + Z_1^{y} = b - c - f; \\ X_1^{yz} + Y_1^{xz} + Z_1^{xy} = a + c + f + h - b - d - e. \end{gathered} \tag{2}$$

Очевидно, эти уравнения всегда имеют решения. Следовательно, при заданной пороговой диаграмме всегда можно синтезировать ФН(Р), причем не один, а бесконечное число вариантов. Для решения этих уравнений в каждом из них нужно задавать все неизвестные, кроме одного. С целью уменьшения числа волокон в синтезируемом нейроне, эти неизвестные задаются равными нулю. Тогда число решений уравнений (2), т. е. число вариантов нейрона ограничится. В данном случае ($\delta=3$), число различных вариантов нейрона, удовлетворяющих пороговой диаграмме (рис. 5), будет равным $3 \cdot 2^3 = 24$.

Рассмотрим пример. Пусть дана пороговая диаграмма рис. 2б. В уравнениях (2) задаем, предположим, $X_1^{y} = X_1^{z} = Y_1^{z} = X_1^{yz} = Y_1^{xz} = 0$. Подставляя значения букв a, b, c... из пороговой диаграммы (рис. 2б) получим $X_0^{yz} = 0$; $Y_0^{xz} = -1$; $Z_0^{xy} = +1$; $Y_1^{x} = +1$; $Z_1^{x} = 0$; $Z_1^{y} = +1$; $Z_1^{xy} = 0$. На рис. 5 показан ФН(Р) с этими параметрами. Нетрудно заметить, что при $\Theta = 0$ этот нейрон выполняет нужную нам функцию F.

При $\delta = 2, 4, 5...$ алгоритм построения пороговой диаграммы и алгоритм синтеза ФН(Р) по пороговой диаграмме аналогичны вышеописанным.

Таким образом, для любой наперед заданной функции алгебры логики можно синтезировать формальный нейрон с разрешающими волокнами (ФН (Р)), выполняющий эту функцию. Теорема 1 доказана.

Поскольку как запрещающие, так и разрешающие волокна фактически осуществляют взаимодействие входных волокон нейрона, то справедлива следующая теорема.

Теорема 2. Для того, чтобы пороговый элемент (ПЭ) стал Н-полной системой (т. е. формальным нейроном), необходимо и достаточно, чтобы в нем имелись взаимодействующие волокна.

Необходимость очевидна, поскольку на одном ПЭ (без взаимодействующих волокон) невозможно реализовать любую логическую функцию.

Достаточность вытекает из вышеизложенного, а также из алгоритма синтеза формального нейрона с запрещающими волокнами (ФН (З)), выполняющего любую наперед заданную логическую функцию [3, 4].

Таким образом, если взаимодействие волокон осуществляется в виде запрещения одних волокон другими, то мы имеем формальный нейрон в смысле Мак-Каллока, т. е. ФН (З). Если же это взаимодействие осуществляется в виде разрешения (клапанирования), то мы имеем новый тип формального нейрона — ФН(Р). Эти оба типа нейронов являются Н-полными и в логическом отношении полностью эквивалентны. Но с инженерной точки зрения гораздо выгоднее работать с ФН (Р), поскольку в этом случае отпадает необходимость наличия элемента отрицания (инвертора) и упрощается алгоритм синтеза нейрона.

Обобщая определение ФН (З) [3, 4, 7, 10] с учетом вышесказанного, можно дать следующее полное определение формального нейрона, независимо от его типа.

Формальный нейрон — это пороговый логический элемент, обладающий некоторыми структурно-функциональными свойствами биологического нейрона, а именно:

1) имеет δ ($\delta = 1, 2, 3...$) функциональных входов и один выход;

2) входные и выходные волокна могут находиться в одном из двух состояний —возбуждено (включено или «1») или не возбуждено (выключено или «0»);

3) во входных волокнах имеет место взаимодействие;

4) имеются два типа синаптических входов (синапсов) —возбуждающие и тормозящие;

5) имеет порог возбуждения Θ, т. е. если алгебраическая сумма поступающих на нейрон возбуждающих и тормозящих сигналов равна или больше Θ, то выход нейрона переходит из состояния «0» в состояние «1» (нейрон возбуждается);

6) волокна, идущие с выходов, могут разветвляться, но не могут объединяться с другими волокнами;

7) сигналы могут проходить по нейрону только в одном направлении;

8) при прохождении сигнала через нейрон, независимо от количества точек взаимодействия (узлов) на волокне, получаемая задержка равна единице.

Таким образом, взаимодействие афферентов, которое наблюдается в биологических нервных сетях, можно интерпретировать не только как блокировку (запрещение), но и как разрешение (клапанирование) одного сигнала другим. Как видно из вышеизложенного, если исходить из этой новой позиции и в первоначальный нейрон Мак-Каллока ввести разрешающее волокно, то снова логические возможности нейрона расширяются и он становится Н-полной системой. При этом все те логически устойчивые и гибкие сети, которые синтезировались на ФН(З) [4, 7, 10], теперь можно синтезировать на ФН(Р) гораздо легче и с меньшей затратой аппаратуры.

В заключение заметим, что механизм пресинаптического торможения и роль взаимодействия афферентов в биологических нервных сетях пока мало исследованы. Дальнейшие нейрофизиологические эксперименты помогут выяснить полную картину взаимодействия афферентов и покажут, существует ли «пресинаптическое клапанирование» или все взаимодействия являются тормозными? Мы склонны считать, что в биологических нервных сетях, помимо пресинаптического торможения, должны существовать синаптические контакты, которые выполняют разрешающую функцию, а в некоторых случаях возможно усиливают сигнал («пресинаптическое усиление»), скажем, путем выделения не угнетающего химического вещества, как это имеет место в случае пресинаптического торможения, а активирующего вещества.

Кроме того еще не полностью решен вопрос—в каких отделах нервной системы высших животных чаще всего встречаются взаимодействуюцие волокна? В своей последней работе Экклс [6] указывает, что пресинаптическое торможение обнаружено пока только в первичных афферентных путях, и что в коре головного мозга пока не выявлены никакие синаптические структуры, которые могли бы осуществлять пресинаптическое торможение. Если исходить из чисто логических соображений и учитывать только дискретные свойства биологического нейрона, то можно ожидать, что взаимодействующие волокна больше всего должны находиться в различных «переключательных» узлах нервной системы: в спинальных ганглиях, в таламусе, в подкорковых переключательных центрах и т. д.

Насколько верны эти предположения, покажут будущие эксперименты. Заметим, что эти вопросы связаны с проблемой надежности мозга, но мы на них не останавливаемся, т. к. они выходят за рамки данной работы.

Наконец, отметим, что поскольку формальный нейрон является логическим элементом и может быть использован для синтеза различных цифровых автоматов, то с технической точки зрения он представляет большой интерес, особенно если учесть его многофункциональность и управляемость функции.

Лаборатория нейробионики
АН АрмССР
Московский авиационный институт

Поступило 19.I 1966 г.

Ս. Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

ՖՈՐՄԱԼ ՆԵՅՐՈՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼ ԼՐԻՎՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում դիտարկվում են կենդանի նյարդային ցանցերում նախասինապտիկ (մինչսինապսային) արգելակման որոշ հարցերը։ Բիոլոգիական նեյրոնի մուտքային նյարդաթելերի փոխազդեցության որոշակի ինտերպրետացիայի հիման վրա Մակ-Կալոկի ֆորմալ նեյրոնի մեջ արգելող նյարդաթելի փոխարեն մտցվում է նոր տիպի նյարդաթել — թույլատրող նյարդաթել։ Ապացուցված է թույլատրող նյարդաթելերով ֆորմալ նեյրոնի H-լրիվությունը։ Բերված է թույլատրող նյարդաթելերով ֆորմալ նեյրոնի սինթեզման ալգորիթմը $n=3$ դեպքի համար։ Տրված է ֆորմալ նեյրոնի ընդհանուր սահմանումը։

ЛИТЕРАТУРА

1. Калбертсон Дж. Математика и логика цифровых устройств. Пер. с англ. под ред. И. М. Яглома. Изд. Просвещение. М., 1965.
2. Мак-Каллок У., Питтс В. Сб. Автоматы, под ред. К. Шеннона и Дж. Маккарти. Изд. ИЛ. М., 1956.
3. Мкртчян С. О. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 4, 1965.
4. Мкртчян С. О. Некоторые вопросы надежности нейронных сетей. Диссертация. М., 1965.
5. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. Изд. Энергия, 1964.

6. Экклс Дж. Физиология синапсов. Пер. с англ. под ред. П. К. Анохина. Изд. Мир. М., 1966.

7. Blum M. Principles of self-organization. Transactions of the Illinois symposium, 1961. Pergamon Press, 1962.

8. Eccles J. C. The Australian Academy of Science Year Book. August, 1963.

9. Grey E. G. Nature (London). v. 193, 1962.

10. McCulloch W. S. Agate Tyche... Proc. Symposium on mechanization of Thought Processes. N. P. L. Teddington, 1958.