

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВЕЩЕСТВ

С. М. ИСААКЯН

Ереванский филиал по автоматике Всесоюзного научно-исследовательского  
 института текстильного и легкого машиностроения

Поступило 25 VI 1974

На основании обнаруженного подобия движения твердых шариков в вязкой жидкости и жидких шариков в газовой среде [3,4] с помощью теории гидродинамического подобия получена формула (17) для натяжения на контакте веществ, находящихся в любом фазовом состоянии. Она проверена справочными данными для контакта газ-жидкость и собственными измерениями частот колебания для контакта с твердыми телами. Расхождение—5—6,%.  
 Табл. 1, библиограф. ссылок 8.

В литературе отсутствуют данные относительно натяжения на контакте твердых веществ с жидкими или газообразными средами. Отсутствуют также методы непосредственного измерения натяжения на поверхности твердых тел, если не считать электрохимический метод [1,2], относящийся к системе электрод—электролит.

В настоящей работе сделана попытка определения молекулярного натяжения на контакте твердых тел со средой, исходя из гидродинамического подобия падения шарообразных тел в вязкой среде при всех сочетаниях контактируемых материалов шара и среды.

В [3,4] было установлено, что падение шара в вязкой среде происходит по спиральной траектории, обусловленной колебанием и вращением шара.

Было установлено также [4], что частота колебания подчиняется закономерности

$$N_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n(n^2 - 1)(n + 2)T}{[(n + 1)\rho_0 + n\rho]r^3}}, \quad (1)$$

полученной Рэлеем-Ламбом для колебания жидкого шара в газовой среде, где  $T$  — поверхностное натяжение на шаре;  $\rho_0$ ,  $\rho$  — плотности материалов шара и среды;  $r$  — радиус шара;  $n = 2, 3, 4, \dots$  — порядок действующей гармоник.

Скорость падения шара  $v$  при малых числах Рейнольдса ( $Re = 0 - 32$ ) определяется зависимостью [4]

$$St = 0,1585 Re^{0,8219}, \quad (2)$$

где  $St = \frac{l}{d} = \frac{v}{N_2 d}$  — число Струхала (безразмерное);  $Re = \frac{vd}{\nu}$  — число Рейнольдса (безразмерное);  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости среды,  $см^2/сек$ ;  $d$  — диаметр шара,  $см$ ;  $l = \frac{v}{N_2}$  — шаг колебания траектории падения шара,  $см$ .

Если скорость падения шара определить по формуле Стокса (при  $Re < 0,5$ ), то из зависимостей (1) и (2) можно определить молекулярное натяжение  $T$  на его поверхности.

Покажем, что зависимость  $St = f(Re)$  действительно моделирует падение шара в вязкой среде.

Строгим доказательством подобия гидродинамических процессов является тождественность дифференциальных уравнений и определяющих их начальных и граничных условий.

Если обтекание рассматриваемого шара вязкой жидкостью описывается уравнением Навье-Стокса

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v}, \text{grad}) \bar{v} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \nabla^2 \bar{v}, \quad (3)$$

где  $t$  — время;  $\bar{F}$  — вектор массовых сил, действующих в единице массы жидкости;  $\nabla^2$  — оператор Лапласа, то для подобного ему движения другой жидкости, обтекающей шар с другими параметрами, уравнением движения будет

$$\frac{\alpha_v}{\alpha_l} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\alpha_v^2}{\alpha_l} (\bar{v}, \text{grad}) \bar{v} = \frac{\alpha_v}{\alpha_l} \bar{F} - \frac{\alpha_p}{\alpha_l \alpha_p} \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \frac{\alpha_v \alpha_v}{\alpha_l^2} \nu \nabla^2 \bar{v}, \quad (4)$$

где

$$\alpha_l = \frac{l_2}{l_1}, \quad \alpha_t = \frac{t_2}{t_1}, \quad \alpha_v = \frac{v_2}{v_1}, \quad \alpha_p = \frac{p_2}{p_1} \text{ и т. д.} \quad (5)$$

представляют масштабные коэффициенты перехода геометрических, кинематических и динамических параметров задачи.

Умножив уравнение (4) на  $\alpha_l/\alpha_v^2$ , получим:

$$\frac{\alpha_l}{\alpha_v \alpha_l} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v}, \text{grad}) \bar{v} = \frac{\alpha_l}{\alpha_l \alpha_v} \bar{F} + \frac{\alpha_p}{\alpha_v^2 \alpha_p} \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \frac{\alpha_v}{\alpha_v \alpha_l} \nu \nabla^2 \bar{v}. \quad (6)$$

Чтобы уравнения (3) и (6) представляли подобные движения, необходимо, чтобы коэффициенты, появившиеся в уравнении (6), были равны таковым в уравнении (3), т. е.

$$\frac{\alpha_l}{\alpha_v \alpha_l} = 1, \quad (7)$$

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_v \alpha_p^2} = 1, \quad (8)$$

$$\frac{\alpha_v}{\alpha_v \alpha_l} = 1. \quad (9)$$

При подстановке в (7), (8), (9) значений  $\alpha_1$  по (5) нетрудно в (7) узнать число Струхаля, в (9)—Рейнольдса.

Для анализа критерия (8) подставим в него

$$dp = \Delta P = \frac{2T}{d}, \quad (10)$$

согласно формуле Лапласа, где  $\Delta P$ —перепад давления на кривой жидкой пленке\*.

Тогда критерий (8) выявится как удвоенное число Вебера

$$We = \frac{2T/\rho}{v^2 d}. \quad (11)$$

Видоизменением критерия Струхаля (7) подстановкой в него частоты колебания по формуле (1) получаем

$$St = \frac{KT^{0,5}/(3\rho_0 + 2\rho)^{0,5}}{vd}, \quad (12)$$

которое в сущности представляет число Вебера в степени 0,5 ( $K$ —постоянная).

Заметим, что критериальное уравнение подобия  $St = f(Re)$  в данном случае соответствует требованию  $\pi$ -теоремы теории размерностей, гласящей о том, что число безразмерных критериев равно числу определяющих задачу независимых переменных—5, минус три. Следовательно, число безразмерных критериев—2.

Таким образом, правильно построенная зависимость  $St = f(Re)$  должна моделировать спиральное падение шара в вязкой среде. Считая за таковую формулу (2), исключим из нее скорость падения шара по Стоксу:

$$v = \frac{d^2(\rho_0 - \rho)g}{18\mu}, \quad (13)$$

где  $g$ —ускорение силы тяжести,  $см/сек^2$ ;  $\mu$ —динамический коэффициент вязкости среды,  $дин \cdot сек/см^2$ .

Определим тот диаметр шарика, который в данной жидкости создает скорость, обеспечивающую, например, условие  $Re=0,3$ . С этой целью умножим (13) на  $d$  и разделим на  $v$ , получим

$$Re = \frac{d^3 g \rho (\rho_0 - \rho)}{18\mu^2}, \quad (14)$$

откуда при  $Re = 0,3$

\* Законность применения (10) к контакту твердое—жидкое подчеркнута Г. Гельмгольцем, а замена перепада давления  $\Delta P$  его дифференциалом исходит из факта бесконечно малой толщины граничной пленки на контакте фаз [5].

$$d = \sqrt[3]{\frac{5,4\mu^2}{g\rho(\rho_0 - \rho)}} \quad (15)$$

Подстановкой (15) в (13) получаем

$$v = 0,171 \sqrt[3]{\frac{g\mu(\rho_0 - \rho)}{\rho^2}} \quad (16)$$

Для подобранного значения диаметра шарика (15),  $Re=0,3$ , частоты колебания по (1) определяем поверхностное натяжение  $T$ , удовлетворяющее (2):

$$T = 28,2 (3\rho_0 + 2\rho) \sqrt[3]{\frac{v^4(\rho_0 - \rho)}{\rho}} \quad (17)$$

Выражение (17) не зависит ни от скорости падения шара, ни от его размера. Оно определяется физическими постоянными контактируемых материалов и должно быть верно для всех сочетаний контактируемых сред, кроме случая твердое—твердое.

Проверка (17) для системы жидкость—газ произведена по справочным данным и приводится в таблице\*.

Таблица

Контакт	Плотность, г/см <sup>3</sup>	T, дин/см		Примечание
		по (17)	измеренное	
Калий—воздух	0,86	102,0	95,0	[6, 7]
Вода—воздух	1,0	72,7	72,7	[6]
Свинец—воздух	11,34	398,0	394,0	[6, 7]
Ртуть—воздух	13,55	505,0	475,0	[6]
Золото—воздух	19,33	806,0	612—1018	[6, 7]

Натяжение на контакте твердое-жидкое проверено для стали с водой ( $T=2,9$  дин/см [4]), кварца с водой ( $T=0,74$  дин/см [8]) через частоты колебания: стального шарика в воде [4], воды в стальной трубе [4], кварцевого песка в воде [8] и др.

Расхождение значений  $T$  по формуле (17) с экспериментальными данными не превышает 5—6%. Оно складывается из допущений, заключающихся в исходных положениях, использованных при получении этой зависимости.

Несмотря на приближенность полученного результата, формула (17) удовлетворительно отражает величину молекулярного натяжения, действующего на контакте сред с разными физико-химическими параметрами.

\* Металлы испытаны в жидком виде.

Она проста в употреблении и при отсутствии метода измерения натяжения на твердом теле является важным способом в количественной оценке явлений разных областей науки.

### ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵԿՎՈՒՅԹԱՅԻՆ ԼԱՐՎԱՍՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՄԱՆ ՀԻՊՐՈՊԻԼԱՄԻԿ ԵՂԱՆԱԿ

Ս. Մ. ԻՍԱԿՅԱՆ

Մոլեկուլյար լարվածությունը հեղուկի և գազի մերձեցման մակերևույթում հայտնի է և ունի չափման մեթոդ: Պինդ նյութի և այլ միջավայրերի միջև այն քանակապես չի գնահատված: Նախկինում հաստատված էր, որ հեղուկ և պինդ գնդային մարմինների տատանումները միևնույն օրինաչափությանն են ենթարկվում, որտեղից բխեցրած էր նրանց դինամիկական նմանությունը: Ներկա աշխատանքում ցույց է տված, որ այդ նմանությունը հուսալի կերպով արտահայտվում է  $St = f(Re)$  չափազուրկ առնչությամբ: Այստեղից որոշված է ցանկացած նյութերի մերձեցման մակերևույթում մոլեկուլյար լարվածության չափը՝ (17) բանաձևով: Այն ստուգված է պինդ մարմինների համար՝ տատանման հաճախականությամբ, հեղուկ-գազ առնչության համար՝ գրականության տվյալներով:

### A NEW METHOD FOR THE DETERMINATION OF SURFACE TENSION AT THE LIQUID-SOLID INTERFACE

S. M. ISAHAKIAN

It has been found, that liquid-solid surface tension, as well as liquid-gas surface tension may be determined by formula (17) with a precision of 5—6%.

Formula (17) was obtained by means of the hydrodynamical similarity of oscillating solid and liquid spheres in a viscous medium..

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Я. Гохштейн, Электрохимия, 2, 1318 (1966).
2. А. Я. Гохштейн, Зав. лаб., 32, 816 (1966).
3. С. М. Исаакян, А. М. Гаспарян, Изв. АН АрмССР, Сер. техн. наук, 18, 15 (1965).
4. С. М. Исаакян, ДАН Арм. ССР, 55, 17 (1972).
5. И. С. Громека, Очерк теории капиллярных явлений, Собр. соч., Изд. АН СССР, М., 1952, стр. 27.
6. Справ. химика, т. 1, 1963, стр. 27.
7. Б. В. Белогуров, ЖФХ, 34, 440 (1960).
8. С. М. Исаакян, ТОХТ, 7, 288 (1973).