

УДК 539.1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОУДАРЕНИЯ УПРУГИХ ПРЯМЫХ
УГЛОВ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПОЛУПЛОСКОСТЬЮ ИЗ
ДРУГОГО МАТЕРИАЛА, ПУТЕМ ЭФФЕКТИВНОГО
РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ВИНЕРА-ХОПФА

Мартirosյան А. Н.

Ա. Ն. Մարտիրոսյան

Այս ճյուղերից բաղկացած առանձնապես կիսահարթորյալ մեծերով սահմանափակված ուղիղ անկյունների
թախման խնդրի լուծումը Վիներ-Հոպֆի համակարգի էֆֆեկտիվ լուծման ճանապարհով:

Ներկա աշխատանքում բերված է այլ առանձնապես կիսահարթորյալ կիսահարթորյալ ստորին
մակերևույթի երկկանգով սահմանափակված առանձնապես ուղիղ անկյունների թախման դիֆրակցիայի
խնդրի լուծումը: Տրվում է Վիներ-Հոպֆի համակարգի էֆֆեկտիվ լուծումը և
հավաքարժ թեմերով ճանապարհորդան ճիշտացված լուծումը և Ամբոնով-Ստրուկի տեսքով:

A. N. Martirosyan

The solution of problem of impact direct elastic coah bounded by halfplane from another material by the
effective method of Wiener-Hopf

In present paper the solution of problem of impact of direct angles bounded with halfplanes of other elastic
constants materials is done. The effective solution of Wiener-Hopf system and reversion of integral transformant
in form of Sмирнов-Sobolev is carried out.

В настоящей работе дано решение задачи соударения упругих прямых углов
ограниченных вдоль нижней поверхности полуплоскостью с другими упругими
постоянными. Дается эффективное решение системы Винера-Хопфа в обращении
интегральных трансформант в форме Смирнова-Соболева.

Задача о соударении углов при наличии свободной границы методом
Смирнова-Соболева решена в [1]. Соударение углов и полуполос при
наличии жидкости, граничащей с ними, изучено в [2,3].

Задачи соударения тел с преградой решались в [4], а при наличии
опоры методом Винера-Хопфа и обращения интегральных преобразо-
ваний с приведением решения к форме Смирнова-Соболева решения
получены в [5]. Решение ряда смешанных граничных задач теории
упругости дано в [6-10].

Рассматривается задача соударения упругих прямых углов с одинако-
выми упругими модулями, снизу ограниченных упругой полуплоскостью
из другого материала, причем на части границы их раздела имеются
жесткие опоры. Выберем ось x по нижней границе углов, начало
координат O на границе опоры, $x < 0$, $y = 0$ есть заданная полу-
бесконечная опора. До соударения принимается, что прямые углы
скользят по нижней полуплоскости, поэтому ее можно считать неподвиж-
ной. После соударения в одномерном случае между волнами перемещение
равно нулю, поэтому после соударения в двухмерном случае между
волнами перемещение равно его возмущенному значению U . Вместе с
тем, в одномерном случае между волнами нормальное напряжение равно

$$K \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\frac{KV_0}{a} H(at - |x|), \quad x' = x + 1, \quad t \geq 0, \quad \text{где } \pm V_0 \text{ - скорость тел до}$$

соударения, $H(t)$ – единичная функция, поэтому полное нормальное напряжение в двумерной области между волнами равно $\sigma_{yy} + K \frac{\partial u_0}{\partial x}$.

После соударения между волнами верхняя и нижняя полуплоскости сцеплены. Граничные условия можно записать в виде ($y=0$).

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy} &= \rho \left(K \frac{\partial U}{\partial x} + a^2 \frac{\partial V}{\partial y} + K \frac{\partial u_0}{\partial x} \right) = \rho_1 \left(K_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + a_1^2 \frac{\partial V_1}{\partial y} \right) = \sigma_{1yy} \\ \sigma_{yx} &= \rho b^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right) = \rho_1 b_1^2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial U_1}{\partial y} \right) = \sigma_{1yx} \end{aligned} \right\} x > 0 \quad (1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= U_1, V = V_1 \\ \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial y} = 0, V = V_1 = 0 \end{aligned} \right\} x < 0$$

$$U, U_1, V, V_1 = 0(\sqrt{x^2 + y^2}) \text{ (условие на ребре)}$$

где $K = a^2 - 2b^2$, a , b и ρ – скорости продольных и поперечных волн и плотность, $U + u_0$, V – компоненты смещения вдоль оси x, y в углах, u_0 – решение одномерной задачи о соударении полуплоскостей, индекс 1 относится к нижней полуплоскости, U_1, V_1 – компоненты перемещения в нижней полуплоскости.

Решение уравнений теории упругости при нулевых начальных условиях для U, V, U_1, V_1 и граничных условиях (1.1) ищется в виде преобразований Лапласа по времени t и Фурье по x . Для преобразований Лапласа можно записать

$$\bar{U}, \bar{V} = \sum_1^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_n, B_n \exp(i\bar{\alpha}x + i\bar{\gamma}_n y) d\bar{\alpha} \quad (1.2)$$

$$\bar{U}_1, \bar{V}_1 = \sum_1^{\infty} C_n, D_n \exp(i\bar{\alpha}x + i\beta_n y) d\bar{\alpha}$$

где согласно уравнениям движения

$$B_n = \frac{a^2 \bar{\gamma}_1^2 - b^2 \bar{\gamma}_2^2}{(a^2 - b^2) \alpha \bar{\gamma}_n} A_n, D_n = \frac{a_1^2 \bar{\beta}_1^2 - b_1^2 \bar{\beta}_2^2}{(a_1^2 - b_1^2) \alpha \bar{\beta}_n} C_n$$

$$\bar{\gamma}_1 = \sqrt{\frac{\omega^2}{a^2} - \alpha^2}, \bar{\gamma}_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{b^2} - \alpha^2}, \bar{\beta}_1 = -\sqrt{\frac{\omega^2}{a_1^2} - \alpha^2}, \bar{\beta}_2 = -\sqrt{\frac{\omega^2}{b_1^2} - \alpha^2}$$

где $s = i\omega$ – параметр преобразования Лапласа.

Вводя еще функции от $\bar{\alpha}$, аналитические в верхней и нижней полуплоскости

$$\Omega^*(\bar{\alpha}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma_{yy} - \sigma_{1yy})|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx$$

$$U^+(\bar{\alpha}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 (\bar{u} - \bar{u}_1) \Big|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx \quad (1.3)$$

$$\bar{\sigma}_{xy}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \bar{\sigma}_{xy} \Big|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \bar{\sigma}_{1,xy} \Big|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx$$

$$V^-(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \bar{V} \Big|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \bar{V}_1 \Big|_{y=0} e^{-i\bar{\alpha}x} dx$$

можно из (1.1), учитывая что преобразования для $\frac{\partial u_0}{\partial x}$ имеют вид [5]

$$\frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x} = -\frac{V_0 e^{i\omega t/a} a^{-1}}{2\pi(\bar{\alpha} - \omega/a)\omega}, \quad \ell \geq 0 \quad (1.4)$$

где две черточки обозначают преобразования Лапласа по t и Фурье по x , получить уравнения

$$\begin{aligned} \frac{i\chi b^2 A_1}{\bar{\alpha}} - 2b^2 i\bar{\alpha} A_2 + K \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x} &= \frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{i\chi_1 b^2 C_1}{\alpha} - 2b_1^2 i\chi_2 \right) + \frac{\Omega^*}{\rho} \\ \rho b^2 (2i\gamma_1 A_1 + \frac{i\chi A_2}{\bar{\gamma}_2}) &= -\sigma_{xy}^- = \rho_1 b_1^2 \left(2i\bar{\beta}_1 C_1 + \frac{i\chi_1}{\beta_2} C_2 \right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$A_1 + A_2 - C_1 - C_2 = U^+, \quad \frac{\bar{\gamma}_1}{\bar{\alpha}} A_1 - \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\gamma}_2} A_2 = V^- = \frac{\beta_1}{\alpha} C_1 - \frac{\bar{\alpha}}{\beta_2} C_2$$

где $\chi = \frac{\omega^2}{b^2} - 2\bar{\alpha}^2$.

Решая полученные системы уравнения относительно A_1, A_2, C_1, C_2 , можно получить систему Винера-Хопфа

$$\begin{aligned} g_0 V^- \gamma_1^- + g_1 \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho \gamma_1^-} &= \gamma_1^+ U^+ \\ f g_1 V^- \gamma_1^- + g_2 \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho \gamma_1^-} - \frac{K}{\gamma_1^-} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x} &= -\frac{\Omega^*}{\rho \gamma_1^-} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Систему уравнений (1.6) можно записать в матричной форме задачи Гильберта [13,11]

$$\Phi^+ = G\Phi^- + g \quad (1.7)$$

$$\text{где } \Phi^+ = \begin{pmatrix} \gamma_1^+ U^+ \\ -\frac{\Omega^*}{\rho \gamma_1^-} \end{pmatrix}, \quad \Phi^- = \begin{pmatrix} V^- \gamma_1^- \\ \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho \gamma_1^-} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} g_0 & g_1 \\ g_1 f & g_2 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{K}{\gamma_1^-} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$$g_0 = \left[(\chi - 2\gamma_1 \gamma_2) \frac{b^2 \bar{\alpha}}{\gamma_1 \omega^2} - (\chi_1 - 2\beta_1 \beta_2) \frac{\bar{\alpha} b_1^2}{\beta_1 \omega^2} \right] \frac{\gamma_1^+}{\gamma_1^-}, \quad g_2 = \frac{(\gamma_1^-)^2}{(\gamma_1^+)^2} g_0$$

$$g_1 = \left[\frac{(\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}^2) \frac{\rho}{\rho_1 i \omega^2 \beta_1} - \frac{\bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_2 + \bar{\alpha}^2}{\gamma_1 \omega^2 i} \right] \gamma_1, \quad R(\alpha) = 4\alpha^2 \gamma_1 \gamma_2 + \chi^2$$

$$g_1 f = \left[-\frac{i b^4 R(\alpha)}{\gamma_1 \omega^2} + \frac{i b_1^4 \rho_1 R_1(\alpha)}{\rho \beta_1 \omega^2} \right] \frac{1}{\gamma_1}, \quad R_1(\alpha) = 4\alpha^2 \beta_1 \beta_2 + \chi_1^2$$

Решение задачи (1.7), ограниченное на бесконечности, дано в [13] в виде

$$\Phi(\alpha) = \frac{X(\alpha)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X^-(\zeta)^{-1} g(\zeta) d\zeta}{\zeta - \alpha} \quad (1.8)$$

где матриц-функции $X(\bar{\alpha})$ удовлетворяют однородным уравнениям

$$X^-(\alpha) = G(\alpha) X^-(\alpha), \quad G(\alpha) = X^-(\alpha) (X^-(\alpha))^{-1} \quad (1.9)$$

Как показано в [13], уравнение для $X(\alpha)$ можно записать в виде системы Фредгольма

$$X^-(\alpha) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G^{-1}(\alpha) G(\zeta) - E(\zeta)}{\zeta - \alpha} X^-(\zeta) d\zeta = \gamma(\alpha) \quad (1.10)$$

где $\gamma(\alpha)$ есть асимптотическое поведение $X(\bar{\alpha})$ при $\alpha \rightarrow \infty$.

Уравнение (1.10) с учетом (1.7) имеет вид

$$X^-(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} - E}{(\zeta - \alpha)} \begin{pmatrix} y_{11}(\zeta) & y_{12}(\zeta) \\ y_{21}(\zeta) & y_{22}(\zeta) \end{pmatrix} d\zeta = \gamma(\alpha) \quad (1.11)$$

$$X^-(\alpha) = \begin{pmatrix} y_{11}(\alpha) & y_{12}(\alpha) \\ y_{21}(\alpha) & y_{22}(\alpha) \end{pmatrix}$$

где E — единичная матрица,

$$\begin{aligned} d(\alpha) c_{11} &= g_2(\alpha) g_0(\zeta) - g_1(\alpha) g_1(\zeta) f(\zeta) \\ d(\alpha) c_{12} &= g_2(\alpha) g_1(\zeta) - g_1(\alpha) g_2(\zeta) \\ d(\alpha) c_{21} &= -g_1(\alpha) f(\alpha) g_0(\zeta) + g_0(\alpha) g_1(\zeta) f(\zeta) \\ d(\alpha) c_{22} &= -g_1(\alpha) f(\alpha) g_1(\zeta) + g_0(\alpha) g_2(\zeta) \\ d(\alpha) &= g_2(\alpha) g_0(\alpha) - g_1^2(\alpha) f(\alpha) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\text{Обозначим еще} \quad X^-(\alpha) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}^{-1} \quad (1.13)$$

Факторизация матрицы $G(\bar{\alpha})$ для больших $\bar{\alpha}$, для которых $\beta_{1,2} \approx -i\alpha$, $\gamma_{1,2} \approx i\alpha$, т.е. для случая рациональных коэффициентов, дана в [13] и имеет вид $G = X^-(\alpha) (X^-(\alpha))^{-1}$, где можно считать $\alpha \approx \infty$

$$X^*(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

$$X(\alpha) = G^{-1}(\alpha)$$

$$G^{-1}(\alpha) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\Delta} \left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) & -\frac{i}{\Delta} \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2} + \frac{1}{2a_1^2} + \frac{1}{2b_1^2} \right) \\ \frac{i}{\Delta} \left(\frac{2b^2}{a^2} (a^2 - 2b^2) + \frac{2b_1^2 (a_1^2 - 2b_1^2)}{a_1^2} \right) & \frac{1}{\Delta} \left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) \end{pmatrix}$$

$$\Delta = -\left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right)^2 - \left[\left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2} \right) + \left(\frac{1}{2a_1^2} + \frac{1}{2b_1^2} \right) \right] \times \\ \times \left[\frac{2b^2 (a^2 - 2b^2)}{a^2} + 2b_1^2 (a_1^2 - 2b_1^2) / a_1^2 \right]$$

при этом в (1.11) $\gamma(\alpha) \approx X^-(\alpha)$, которая дается формулой (1.14).

Тогда (1.7) и (1.13) дают

$$\begin{pmatrix} V^- \gamma_1^- \\ \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho \gamma_1^-} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} M_1(\zeta) \\ M_2(\zeta) \end{pmatrix} \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}} \quad (1.15)$$

$$M_1(\zeta) = \left[-\left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) x_{12} + i \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a_1^2} + \frac{1}{2b^2} + \frac{1}{2b_1^2} \right) x_{22} \right] \frac{K}{\Delta \gamma_1^-} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x}$$

$$M_2(\zeta) = \left[-\left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) x_{22} - i \left(\frac{2b^2}{a^2} + \frac{2b_1^2}{a_1^2} (a_1^2 - 2b_1^2) \right) x_{12} \right] \frac{K}{\gamma_1^-(\zeta) \Delta} \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial x}$$

При $\alpha \approx \infty$ получится

$$\frac{\sigma_{xy}^-}{\rho} = \frac{\gamma_1^-}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} M_2(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}} \quad (1.16)$$

$$V^- = \frac{1}{2\pi i} \gamma_1^- \int_{-\infty}^{\infty} M_1(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}}$$

Переходя к обратным преобразованиям Лапласа и Фурье, получим при $y=0, x < 0$ [12]

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\rho \partial t} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \int_{-\infty}^{\infty} e^{s(t-\alpha x)} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\alpha} M_2(\zeta)}{2\pi i} \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}} \quad (1.17)$$

где заменены $\bar{\zeta}$ через $\zeta \omega$, $\bar{\alpha}$ — через $\alpha \omega$. Вычисляя интеграл по s в формуле (1.17) и затем интеграл по α , можно получить решения в форме Смирнова-Соболева.

Из формул (1.5), (1.16) можно получить выражение для коэффициентов A_n, C_n в виде

$$A_1 = \frac{i\bar{\alpha}^2 \sigma_{xy}}{\omega^2 \bar{\gamma}_1 \rho} + \frac{b^2 \bar{\alpha} \bar{\chi} V^-}{\omega^2 \bar{\gamma}_1}, \quad A_2 = -\frac{2b^2 \bar{\alpha} \bar{\gamma}_2 V^-}{\omega^2} + \frac{\bar{\rho}_2}{\omega^2 \rho} \sigma_{xy}^-$$

$$C_1 = \frac{i\bar{\alpha}^2 \sigma_{xy}}{\omega^2 \beta_1 \rho_1} + \frac{b_1^2 \bar{\alpha} \bar{\chi} V^-}{\omega^2 \beta_1}, \quad C_2 = -\frac{2b_1^2 \bar{\alpha} \bar{\beta}_2 V^-}{\omega^2} + \frac{i\bar{\beta}_2}{\omega^2 \rho_1} \sigma_{xy}^-$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t \rho} = \frac{\operatorname{Re}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{x}} \frac{M_2(\zeta)}{(\zeta - t/x)(\zeta - x)} d\zeta \quad (1.18)$$

где понимается конечная часть интеграла. Поскольку при $\alpha \approx \infty, \gamma(\alpha) \approx X^-(\alpha) = G^{-1}(\alpha)$, которая дается формулой (1.14), то (1.11) дает систему уравнений Фредгольма

$$y_{11}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{11} y_{11}(\zeta) + c_{12} y_{21}(\zeta) - y_{11}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta = -\left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) \frac{1}{\Delta} \quad (1.19)$$

$$y_{12}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{11} y_{12}(\zeta) + c_{12} y_{22}(\zeta) - y_{12}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta =$$

$$= -\frac{1}{\Delta} \left[i \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2} \right) + i \left(\frac{1}{2a_1^2} + \frac{1}{2b_1^2} \right) \right]$$

$$y_{21}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{21} y_{11}(\zeta) + c_{22} y_{21}(\zeta) - y_{21}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta =$$

$$= -\frac{1}{\Delta} \left(\frac{2b^2}{a^2 i} (a^2 - 2b^2) + \frac{2b_1^2 (a_1^2 - 2b_1^2)}{i a_1^2} \right)$$

$$y_{22}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{21} y_{12}(\zeta) + c_{22} y_{22}(\zeta) - y_{22}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta = \left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) \frac{1}{\Delta}$$

Разрешимость системы (1.19) показана в [13]. При этом интегралы понимаются в смысле главного значения. Поскольку $X^+(\alpha) = G(\alpha)X^-(\alpha)$, имеет место соотношение

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} g_0 & g_1 \\ g_1 f & g_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

откуда для произвольных ζ по известным y_{jk} из (1.19) найдутся $x_{jk}(\zeta)$, т. е. уже можно из (1.18) найти σ_{xy} в замкнутом виде. Поведение напряжения σ_{xy} при $x \rightarrow -0$ имеет вид $\sigma_{xy} = O(|x|^{-1/2})$, что соответствует поставленному условию на ребре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малков М.А. Двумерная задача об упругом соударении стержней. // ДАН СССР. 1965. Т.148. № 4. С. 782-785
2. Мартиросян А.Н., Сафарян Ю.С. Линейные и нелинейные задачи соударения упругих тел конечной высоты. // В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. // Ереван: Изд. АН Арм. ССР. 1984. С. 130-135
3. Мартиросян А.Н. Некоторые нестационарные граничные задачи для упругой среды, граничащей с жидкостью. // Изв. АН Арм. ССР. Механика 1982. Т. 35. №2. С. 53-64.
4. Чебан В.Г., Сабодаш П.Ф. Упругие и термоупругие волны в деформируемых средах. Кишинев: Штинца. 1972.
5. Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н. Задача соударения стержней при смешанных граничных условиях. // ДАН СССР. 1976. Т.226. №3. С.537-540.
6. Зволлинский Н.В., Флитман Л.М., Костров Б.В., Афанасьев В.А. Некоторые задачи дифракции упругих волн. // В сб.: Приложения теории функций в механике сплошной среды. Т.1. М.: 1965.
7. Черепанов Г.П. Дифракция упругих волн на разрезе. // В кн.: Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М.: Наука. 1972.
8. Свекло В.А. К решению динамических задач плоской теории упругости для анизотропного тела. // ПММ. 1961. Т.25. вып. 5.
9. Селезов И.Т., Корнидов И.Е., Нога Ю.В. Применение методов приближения функций при исследовании дифракции волн на жестких телах и оболочках вращения. // В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван: Изд. АН Арм. ССР. 1984.
10. Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н. Решение нестационарной задачи для анизотропной упругой плоскости с полубесконечным разрезом, на границах которого заданы нормальный и касательный импульсы. // МТТ. 1976. №1. С.107-117
11. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений с частными производными. М.: ИЛ, 1962. 279с.
12. Багдоев А.Г. Определение фундаментальных решений для уравнений магнитоупругости. // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1974. Т.27. №2. С. 13-23.
13. Векун Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений. М.: Наука. 1970. 380 с.

Горисский ф-л Армянского государственного
архитектурного университета

Поступила в редакцию
18.11.2004