ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 57, №3, 2004 Механика

УДК 519.95

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ИГРОВОЙ ЗАДАЧИ СБЛИЖЕНИЯ-УКЛОНЕНИЯ С НЕСКОЛЬКИМИ ЦЕЛЕВЫМИ МНОЖЕСТВАМИ

Габриелян М.С., Члингарян А.С.

Մ.Ս. Գաբրիելյան, Ա.Ս. Չլինգարյան

Շատ նպատակային բազմություններին մոտեցման-շեղման խաղային խնդրի կայունության մասին

Դիտարկվում է m նպատակային բազմություններին մոտեցման-շեղման խաղային խնդրի լուծման կայունությունը, երբ օբյեկտը ենթարկվում է հաստատուն դինամիկայով ոչ գծային, ոչ ստացիոնար դիֆֆերենցիալ հավասարումների համակարգին: Ենթադրվում է, որ նպատակային բազմությունների հետ հանդիպման հերթականությունը ֆիկսված է: Դրա հետևանքով u — ստաբիլ բազմությունների ընտանիքից ընտրվում է մեկ ճյուղ: Օգտագործվում են ըստ այդ ճյուղի էքստրեմալ կտոր առ կտոր դիրքային ստրատեգիան և Ն.Ն. Կրասովսկու կողմից ուսումնասիրված՝ ըստ ինֆորմացիոն շեղումների մեկ նպատակային բազմության մոտեցման-շեղման խաղային խնդրի լուծման կայունության թեորեմը: Ապացուցվում է, որ m նպատակային բազմություններին մոտեցման-շեղման խաղային խնդրի լուծումը նույնպես կայուն է ըստ ինֆորմացիոն շեղումների:

M.S. Gabrielyan, A.S. Chlingaryan

About the solution's stability of approach-deviation to several goal sets game problem

Рассматривается устойчивость решения игровых задач сближения-уклонения с m целевыми множествами, когда объект подчиняется системе нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений с постоянной динамикой. Предполагается, что последовательность встреч с целевыми множествами зафиксирована. Вследствие этого, из семейства u-стабильных мостов выбирается одна ветвь. Используются кусочно-позиционная стратегия, экстремальная к этой ветви, и теорема об устойчивости решения игровых задач сближения-уклонения с одним целевым множеством относительно информационных помех, изученная Н.Н. Красовским. Доказывается, что решения игровых задач сближения-уклонения с m целевыми множествами также устойчивы относительно информационных помех.

1. Постановка задачи. Пусть движение конфликтно-управляемой системы описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f(t, x, u, v) \tag{1.1}$$

Здесь $f : [t_0, \infty) \times R^n \times P \times Q \to R^n$ — непрерывная функция; $P \subset R^p$, $Q \subset R^q$ — компакты, характеризующие возможности игроков.

Предполагается [1], что функция $f(t, x, u, v)$ удовлетворяет:

1. Условию бесконечной продолжимости решения, т.е.

$$|x' f(t, x, u, v)| \le \chi(1 + \|x\|^2) \text{ при } (t, x, u, v) \in [t_0, \infty) \times R^n \times P \times Q,$$

где χ — постоянное число;

2. Для любой ограниченной области $G \subset R^{n+1} = [\{t, x\} : t \in [-\infty, \infty], x \in R^n]$ условию Липшица: $\left\| f(t, x^{(1)}, u, v) - f(t, x^{(2)}, u, v) \right\| \le \lambda_G \left\| x^{(1)} - x^{(2)} \right\|$ при $(t, x^{(i)}, u, v) \in G \times P \times Q$ $(i = 1, 2)$.

Предполагается также, что выполняется условие седловой точки маленькой игры ([2], с.38), т.е.

$$\min_{u\in P}\max_{v\in Q} s_*' f(t_*, x_*, u, v) = \max_{v\in Q}\min_{u\in P} s_*' f(t_*, x_*, u, v) \tag{1.2}$$

$$\text{при } s_* \in R^n \ \ (t_*, x_*) \in [t_0, \infty) \times R^n .$$

Допустим, что заданы замкнутые и ограниченные множества M_k $(k \in I)$ и N в пространстве $\{t, x\} \in [-\infty, \infty] \times R^n$ $(I = (1,2,\ldots,m))$. И плата определяется равенством

$$\gamma(x[\cdot]) = \sigma(\tau_1(x[\cdot]),\ldots,\tau_m(x[\cdot])) \tag{1.3}$$

Здесь $x[\cdot] = \{x[t] : t \geq t_0\}$ – реализовавшееся движение системы (1.1);

$\sigma : [t_0, \infty]^m \to (-\infty, \infty]$ – заданная функция;

$\tau_k(x[\cdot]) = \min\{\tau : \tau \in T(x[\cdot], M_k, N)\}$, где

$T(x[\cdot], M_k, N) = \{\tau : \tau \geq t_0, (t, x[t]) \in N\}$ при $t_0 \leq t \leq \tau$, $(\tau, x[\tau]) \in M_k\}$;

в случае $T(x[\cdot], M_k, N) = \emptyset$ полагаем $\tau_k(x[\cdot]) = \infty$ $(k \in I)$ [1].

Предполагается [1], что функция σ удовлетворяет следующим условиям:

I. На множестве $[t_0, \infty)^m$ функция σ принимает конечные значения и непрерывна;

II. $\sigma(\tau_1,\ldots,\tau_m) = \infty$, если хотя бы одно $\tau_i = \infty$;

III. Множество $\Sigma(c) = \{(\tau_1,\ldots,\tau_m) : \sigma(\tau_1,\ldots,\tau_m) \leq c\}$ ограниченно для любого конечного числа c;

IV. Неравенство $\sigma(\tau_1,\ldots,\tau_i',\ldots,\tau_m) \leq \sigma(\tau_1,\ldots,\tau_i'',\ldots,\tau_m)$ справедливо для любых наборов $(\tau_1,\ldots,\tau_i',\ldots,\tau_m)$ и $(\tau_1,\ldots,\tau_i'',\ldots,\tau_m)$, удовлетворяющих неравенству $\tau_i' \leq \tau_i''$.

Сформулируем следующие игровые задачи:

Задача 1. Заданы начальные условия $\{t_0, x_0\}$ и система (1.1). Требуется найти КПС$U \div u(t, x, \tau_1,\ldots,\tau_m)$ (кусочно-позиционную стратегию $U \div u(t, x, \tau_1,\ldots,\tau_m)$), обеспечивающую встречи

$$\begin{array}{ll} \{\tau_k, x[\tau_k]\} \in M_k, & \{t, x[t]\} \notin M_k; \\ \{t, x[t]\} \in N & (t_0 \leq t < \tau_k;\ k \in I) \end{array} \tag{1.4}$$

и среди них найти КПС$U^0 \div u^0(t, x, \tau_1,\ldots,\tau_m)$, удовлетворяющую условию минимакса

$$\sup_{x[\cdot]} \gamma(x[\cdot, t_0, x_0, U^0]) = \min_{U} \sup_{x[\cdot]} \gamma(x[\cdot, t_0, x_0, U]) \tag{1.5}$$

Задача 2. Заданы начальные условия $\{t_0, x_0\}$ и система (1.1). Требуется найти КПС$V \div v(t, x, \tau_1,\ldots,\tau_m)$, исключающую хотя бы одну из встреч

(1.4). Если такой стратегии не существует, то требуется найти хотя бы КПС $V^0 \div v^0(t, x, \tau_1, ..., \tau_m)$, удовлетворяющую условию

$$\inf_{x[\cdot]} \gamma(x[\cdot, t_0, x_0, V^0]) = \sup_{V} \inf_{x[\cdot]} \gamma(x[\cdot, t_0, x_0, V]) \qquad (1.6)$$

здесь нижняя грань считается по всем движениям, для которых $\gamma(x[\cdot])$ из (1.3) оказывается конечной [1].

В случае, когда последовательность встреч с целевыми множествами не зафиксирована, для этих игровых задач построено семейство множеств $W_j(t_i \mid i \in I \setminus \{l_1, ..., l_{m-j}\})$ $(j = 0, ..., m-1)$, которые являются u – стабильными относительно целевых компактов $L_i(t_i \mid i \in I \setminus \{l_1, ..., l_{m-j}\})$ [1]. Причем мосты $W_j(\cdot)$ обрываются на соответствующих целевых множествах не позже, чем в момент времени ϑ. И определяется КПС$U^{(e)}$, экстремальная к системе мостов $W_j(t_i \mid i \in I \setminus \{l_1, ..., l_{m-j}\})$ $j = 0, ..., m-1$ [1].

2. Устойчивость решения по отношению к информационным помехам.

Рассмотрим вопросы устойчивости решения вышепоставленных задач по отношению к информационным помехам. Пусть последовательность встреч с целевыми множествами зафиксирована. Тогда мы имеем моменты встреч $t_0 \le t_1 \le ... \le t_m \le \vartheta$ с целевыми множествами $M_1, ..., M_m$ соответственно. Здесь $[t_0, \vartheta]$ – интервал, на котором рассматриваются движения. В случае фиксированности последовательности встреч с $M_1, ..., M_m$ из семейства u – стабильных мостов $W_k(t_i \mid i \in I \setminus \{i_1, ..., i_{m-k}\})$ $k = 0, ..., m-1$ выбирается одна ветвь u – стабильных мостов $W_k(t_1, t_2, ..., t_{m-k})$, здесь $k = 0, ..., m-1$.

Итак, при прицеливании на множество M_1, т.е. при $t \in [t_0, t_1]$ нужно воспользоваться управлением $u^e[t]$ экстремальным к мосту $W_0(\cdot)$; аналогично для множества M_2 – берем управление $u^e[t]$ $t \in [t_1, t_2]$ экстремальное к мосту $W_1(t_1)$, где t_1 – момент встречи с целевым множеством M_1 и так далее.

Т.к. конструктивные движения являются пределом ломаных Эйлера, то целесообразно определение устойчивости дать для ломаных Эйлера (для конструктивных движений оно получается автоматически, если взять $\delta \to 0$).

Определение устойчивости. Скажем, что КПС$U^{(e)} \div u^{(e)}(t, x, t_1, ..., t_m)$, экстремальная к семейству мостов $W_k(t_1, t_2, ..., t_{m-k})$ $(k = 0, ..., m-1)$, гарантирует решение задачи сближения, устойчивое по отношению к информационным помехам, если для любых $\delta > 0$ и $\zeta > 0$ можно указать числа $\varepsilon_1(\zeta,\delta), \varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta)), \dots, \varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta))$ такие, что управление

$$u_\Delta^*[t] = u^{(e)}(\tau_i, x_\Delta^*[\tau_i], \{t_k\}), \ \tau_i \le t < \tau_{i+1}, \ (k = 1,\dots,m) \qquad (1.7)$$

к моментам t_k гарантирует попадание ломаной Эйлера $x_\Delta^*[t]$ $(t \ge t_0)$ в $\varepsilon_k(\zeta,\delta)$-окрестности целевых множеств M_k $k = 1,\dots,m$ соответственно, при сохранении его в $\varepsilon(\zeta,\delta)$-окрестности множества N, если только полуинтервалы $[\tau_i, \tau_{i+1})$ $(i = 0,1,\dots)$ произвольного разбиения Δ полуоси $[t_0, \infty)$ удовлетворяют условиям $\tau_{i+1} - \tau_i \le \delta$ $(i = 0,1,\dots)$. Причем $x_\Delta^*[\tau_i]$ это результаты неточного измерения фазового вектора системы $x_\Delta[\tau_i]$, в начальный момент времени они удовлетворяют соотношению $\|x_\Delta[t_0] - x_\Delta^*[t_0]\| \le \zeta$.

Здесь величина $\varepsilon(\zeta,\delta)$ определяется из условия $\varepsilon(\zeta,\delta) = \max\limits_{k=1,\dots,m} (\varepsilon_k(\zeta,\delta))$.

Докажем следующее утверждение:

Теорема 2.1. Пусть для всех позиций $\{t_*, x_*\}$ и векторов s_* маленькая игра имеет седловую точку. Предположим, что существует семейство u-стабильных мостов $W_k(t_1, t_2, \dots, t_{m-k})$ $k = 0,\dots,m-1$, обрывающееся к моментам времени t_i $i = 1,\dots,m$ на целевых множествах $M_1,\dots,M_m$ соответственно, и пусть начальная позиция $\{t_0, x_0\}$ принадлежит множеству $W_0(\cdot)$. Предположим также, что сечения $W_k(t)$ множеств $W_k(t_1, t_2, \dots, t_{m-k})$ $k = 0,\dots,m-1$ гиперплоскостями $t = \mathrm{const}$ есть строго выпуклые множества. Тогда КПС$U^{(e)} \div u^e(t, x, t_1, \dots, t_m)$, экстремальная к семейству мостов $W_k(t_1, t_2, \dots, t_{m-k})$, гарантирует на интервале $[t_0, t_1]$ $\varepsilon_1(\zeta,\delta)$-отклонение ломаной Эйлера от целевого множества M_1, на интервале $[t_1, t_2]$ $\varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta))$-отклонение от целевого множества M_2 и так далее, на интервале $[t_{m-1}, t_m] - \varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta))$-отклонение ломаной Эйлера от целевого множества M_m.

Доказательство.

Здесь, как и в случае $m = 1$, используется основная оценка, которая имеет следующий вид:

$$\rho^2(t) \le \rho^2(t_*) e^{2\lambda(t - t_*)} + (\varphi(\delta) + \varphi_*(\zeta)) \frac{1}{2\lambda} [e^{2\lambda(t - t_*)} - 1] \qquad (1.8)$$

где $\rho^2(t) = \|x^{(1)}[t] - x^{(2)}(t)\|^2$, а $x^{(1)}[t]$ и $x^{(2)}(t)$ $(t_* \le t)$ удовлетворяют соответственно уравнениям

$$x^{(1)}[t] = f(t, x^{(1)}[t], u^*, v[t]) \quad \text{(a)}$$

$$x^{(2)}(t) \in co[f : f = f(t, x^{(2)}(t), u, v);\ u \in P,\ v = v^*] \quad \text{(b)}$$

с начальными условиями $x^{(1)}[t_*] = x_*^{(1)}$, $x^{(2)}(t_*) = x_*^{(2)}$. В (a) и (b) постоянные векторы $u^* \in P$ и $v^* \in Q$ определяются из условий:

$$\max_{v \in Q} s^{*\prime} f(t_*, x^*, u^*, v) = \min_{u \in P} \max_{v \in Q} s^{*\prime} f(t_*, x^*, u, v) \quad (1.9)$$

$$\min_{u \in P} s^{*\prime} f(t_*, x^*, u, v^*) = \max_{v \in Q} \min_{u \in P} s^{*\prime} f(t_*, x^*, u, v) \quad (1.10)$$

В (1.9) и (1.10) предполагается, что s^* и x^* – некоторые векторы, удовлетворяющие оценкам: $\left\| s^* - (x_*^{(1)} - x_*^{(2)}) \right\| \le \sigma(\zeta)$, $\left\| x^* - x_*^{(1)} \right\| \le \zeta$, причем $\sigma(\zeta) \to 0$ при $\zeta \to 0$, t_* – начальный момент, а $t \ge t_*$ – произвольный конечный момент времени.

Заметим, что информационные помехи в оценке (1.8) характеризуются слагаемым $\varphi_*(\zeta)\dfrac{1}{2\lambda}[e^{2\lambda(t-t_*)} - 1]$.

Вернемся к доказательству теоремы. Последовательность встреч с целевыми множествами зафиксирована. Поэтому сначала возьмем интервал $[t_0, t_1]$ и рассмотрим сближение произвольной ломаной Эйлера с целевым множеством M_1. В этом случае из выбранной ветви u-стабильных мостов $W_k(t_1, t_2, ..., t_{m-k})$ выбирается мост $W_0(\cdot)$. Согласно условиям доказываемой теоремы, сечения $W_0(t)$ множества $W_0(\cdot)$ гиперплоскостями $t = \text{const}$ являются строго выпуклыми. Тогда для каждой позиции $\{t, x\}$ ближайшая к ней позиция $\{t, w(t,x)\} \in W_0(t)$ будет единственной, следовательно вектор $s(t,x) = x - w(t,x)$ также определяется единственным образом, причем от x он зависит равномерно непрерывно. Т.е.

$$\left\| s(t, x_*) - s(t, x^*) \right\| \le \sigma(\zeta) \ \text{при} \ \left\| x_* - x^* \right\| \le \zeta \quad (1.11)$$

для всех $t \in [t_0, t_1]$; $x_* \in E_n$, $x^* \in E_n$; здесь $\sigma(\zeta) \to 0$ при $\zeta \to 0$. Таким образом, малые погрешности измерения фазовой точки x_* влекут за собой малые погрешности в определении вектора s, направленного на x_* из ближайшей точки сечения $W_0(t)$ множества $W_0(\cdot)$.

Пусть первый игрок выбирает произвольное разбиение Δ полуоси $[t_0, \infty)$, удовлетворяющее условию $\tau_i - \tau_{i+1} \le \delta$, где $\delta > 0$ есть произвольное положительное маленькое число, причем $\tau_0 = t_0$.

Построим на интервале $[t_0, t_1]$ ломаную Эйлера $x^*_\Delta[t] = x^*_\Delta[t, t_0, x_0; u^*_\Delta[\cdot], v[\cdot]]$, соответствующую управлению, экстремальному к мосту $W_0(\cdot)$:

$$u^*_\Delta[t] = u^{(e)}(\tau_i, x^*_\Delta[\tau_i]),\ \text{где}\ \ t_0 \le \tau_i \le t < \tau_{i+1} \le t_1 \quad (i = 0, 1, \dots) \tag{1.12}$$

Здесь $x^*_\Delta[\tau_i]$ это результаты неточного измерения фазового вектора системы $x_\Delta[\tau_i]$, которые в начальный момент времени задаются условием $\left\| x_\Delta[t_0] - x^*_\Delta[t_0] \right\| \le \zeta$. Тогда согласно теореме 56.1 [2], построенная ломаная Эйлера, сохраняясь в некоторой $\varepsilon_1(\zeta, \delta)$-окрестности моста $W_0(\cdot)$, т.е. в $W_0^{(\varepsilon_1)} = [\{t', x'\} : t_0 \le t' \le t_1,\ \left\| x' - x \right\| \le \varepsilon_1(\zeta, \delta),\ x \in W_0(\cdot)]$, к моменту $t = t_1$ попадет в $\varepsilon_1(\zeta, \delta)$-окрестность множества M_1, т.е. в $M_1^{(\varepsilon_1)} = [\{t', x'\} : t' = t_1,\ \left\| x' - x \right\| \le \varepsilon_1(\zeta, \delta),\ x \in M_1]$. Причем $\varepsilon_1(\cdot)$ удовлетворяет условию:

$$\varepsilon_1^2(\zeta, \delta) \le \rho^2(t_0) e^{2\lambda(t - t_0)} + (\varphi(\delta) + \varphi_*(\zeta)) \frac{1}{2\lambda} [e^{2\lambda(t - t_0)} - 1],\ \text{где}\ t_0 \le t \le t_1.$$

Тогда имеют место оценки

$$\rho(\{t, x^*_\Delta[t]\}, W_0(\cdot)) \le \varepsilon_1(\zeta, \delta)\ \text{при}\ t_0 \le t \le t_1$$

$$\rho(\{t_1, x^*_\Delta[t_1]\}, M_1) \le \varepsilon_1(\zeta, \delta)$$

причем $\varepsilon_1(\zeta, \delta) \to 0$ при $\zeta \to 0$ и $\delta \to 0$.

Теперь возьмем интервал $[t_1, t_2]$ и рассмотрим сближение ломаной Эйлера с целевым множеством M_2. Для этого интервала из ветви u-стабильных мостов выбирается мост $W_1(t_1)$. Для каждой позиции $\{t, x\}$ $(t \in [t_1, t_2])$ вектор $s(t, x) = x - w(t, x)$ будет единственным, здесь $\{t, w(t, x)\} \in W_1(t)$. Причем от x этот вектор зависит равномерно непрерывно. Для этого интервала роль информационных помех будет играть величина $\varepsilon_1(\zeta, \delta)$, т.е. имеют место условия $\left\| x_\Delta[t_1] - x^*_\Delta[t_1] \right\| \le \varepsilon_1(\zeta, \delta)$, где $t_1 \le \tau_i < \tau_{i+1} \le t_2$. Тогда согласно теореме 56.1 [2] экстремальное к мосту $W_1(t_1)$ управление

$$u^*_\Delta[t] = u^{(e)}(\tau_i, x^*_\Delta[\tau_i]),\ \text{где}\ \ t_1 \le \tau_i \le t < \tau_{i+1} \le t_2$$

гарантирует попадание ломаной $x^*_\Delta[t]$ $t \in [t_1, t_2]$ в $M_2^{(\varepsilon_2)}$ к моменту $t = t_2$ при сохранении ее в $W_1^{(\varepsilon_2)}(t_1)$. Здесь $W_1^{(\varepsilon_2)}(t_1)$ и $M_2^{(\varepsilon_2)}$ есть некоторые $\varepsilon_2(\zeta, \delta)$-окрестности множеств $W_1(t_1)$ и M_2 соответственно, т.е.

$W_1^{(\varepsilon_2)}(t_1)=[\{t',x'\}:\ t_1\le t'\le t_2,\ \|x'-x\|\le\varepsilon_2(\cdot),\ x\in W_1(t_1)]$,

$M_2^{(\varepsilon_2)}=[\{t',x'\}:\ t'=t_2,\ \|x'-x\|\le\varepsilon_2(\cdot),\ x\in M_2]$.

Причем $\varepsilon_2=\varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta))$ удовлетворяет условию:

$$\varepsilon_2^2(\zeta,\delta)\le\rho^2(t_1)e^{2\lambda(t-t_1)}+(\varphi(\delta)+\varphi_*(\varepsilon_1(\zeta,\delta)))\frac{1}{2\lambda}[e^{2\lambda(t-t_1)}-1],\ \text{где}\ \ t_1\le t\le t_2.$$

Тогда имеют место оценки

$$\rho(\{t,x_\Delta^*[t]\},W_1(t_1))\le\varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta))\ \text{при}\ t_1\le t\le t_2$$

$$\rho(\{t_2,x_\Delta^*[t_2]\},M_2)\le\varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta))$$

причем $\varepsilon_2(\zeta,\delta)\to 0$ при $\varepsilon_1(\zeta,\delta)\to 0$, т.е при $\zeta\to 0$ и $\delta\to 0$

Продолжая эти рассуждения, на конечном m-ом интервале $[t_{m-1},t_m]$ будем иметь $\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta)=\varepsilon_{m-1}(\varepsilon_{m-2}(\varepsilon_{m-3}(\cdot)))$. Соответственно величине $\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta)$ по теореме 56.1 [2] получим, что экстремальное к мосту $W_{m-1}(t_1,t_2,...,t_{m-1})$ управление

$$u_\Delta^*[t]=u^{(e)}(\tau_i,x_\Delta^*[\tau_i]),\ \text{где}\ t_{m-1}\le\tau_i\le t<\tau_{i+1}\le t_m$$

гарантирует попадание ломаной $x_\Delta^*[t]$ к моменту $t=t_m$ в $M_m^{(\varepsilon_m)}$, при сохранении её в $W_{m-1}^{\varepsilon_m}(t_1,t_2,...,t_{m-1})$. Здесь $W_{m-1}^{\varepsilon_m}(t_1,t_2,...,t_{m-1})$ и $M_m^{(\varepsilon_m)}$ есть некоторые $\varepsilon_m(\zeta,\delta)$-окрестности множеств $W_{m-1}(t_1,t_2,...,t_{m-1})$ и M_m соответственно, т.е.

$W_{m-1}^{\varepsilon_m}(t_1,...,t_{m-1})=[\{t',x'\}:\ t_{m-1}\le t'\le t_m,\ \|x'-x\|\le\varepsilon_m(\zeta,\delta),\ x\in W_{m-1}(t_1,...,t_{m-1})]$ и

$M_m^{(\varepsilon_m)}=[\{t',x'\}:\ t'=t_m,\ \|x'-x\|\le\varepsilon_m(\zeta,\delta),\ x\in M_m]$.

Причем $\varepsilon_m(\zeta,\delta)=\varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\cdot))$ удовлетворяет условию:

$$\varepsilon_m^2(\zeta,\delta)\le\rho^2(t_{m-1})e^{2\lambda(t-t_{m-1})}+(\varphi(\delta)+\varphi_*(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta)))\frac{1}{2\lambda}[e^{2\lambda(t-t_{m-1})}-1]$$

где $t_{m-1}\le t\le t_m$.

Тогда имеют место оценки

$$\rho(\{t,x_\Delta^*[t]\},W_{m-1}(t_1,t_2,...,t_m))\le\varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta))\ \text{при}\ t_{m-1}\le t\le t_m$$

$$\rho(\{t_m,x_\Delta^*[t_m]\},M_m)\le\varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta))$$

причем $\varepsilon_m(\zeta,\delta)\to 0$ при $\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta)\to 0$, т.е при $\zeta\to 0$ и $\delta\to 0$.

Т.е. приходим к следующему результату: взяв КПС$U^{(e)}\div u_\Delta^*[\cdot]$, экстремальную к семейству мостов $W_k(t_1,t_2,...,t_{m-k})$, получаем, что соответствующая ей ломаная Эйлера $x_\Delta^*[t]=x_\Delta^*[t,t_0,x_0,u_\Delta^*[\cdot],v[\cdot]]$ при выполнении всех условий теоремы 2.1 к моменту $t=t_1$ попадает в $M_1^{(\varepsilon_1)}$, к моменту $t=t_2$ попадает в $M_2^{(\varepsilon_2)}$ и так далее. К моменту $t=t_m$ ломаная попадает в $M_m^{(k-1)}$. Причем отклонения от $k-1$-ого целевого множества для k-ого целевого множества являются информационными помехами, т.е. $\varepsilon_k = \varepsilon_k(\varepsilon_{k-1}(\zeta,\delta))$, и они стремятся к нулю при $\zeta \to 0$ и $\delta \to 0$. Т.е. для данных информационных помех ζ и диаметра δ произвольного разбиения Δ построены $\varepsilon_1(\zeta,\delta),...,\varepsilon_m(\zeta,\delta)$, характеризующие отклонения ломаной Эйлера $x_\Delta^*[t]$ системы (1.1) от целевых множеств $M_1,...,M_m$ соответственно. Тем самым вышесформулированная теорема 2.1 полностью доказана.

Замечание. Для того, чтобы получить вышесформулированную теорему 2.1 для конструктивных движений, надо в величинах $\varepsilon_1(\zeta,\delta), \varepsilon_2 = \varepsilon_2(\varepsilon_1(\zeta,\delta)),...,$ $\varepsilon_m(\varepsilon_{m-1}(\zeta,\delta))$ принять $\delta = 0$, т.е. перейти к пределу в ломаных Эйлера при $\delta \to 0$.

Если воспользоваться семейством v-стабильных мостов и КПС $V^{(\varepsilon)} \div v_\Delta^*[\cdot]$ экстремальной относительно этого семейства [1], то при предположении фиксированности последовательности встреч с целевыми множествами можно сформулировать и доказать теорему об устойчивости решения второй игровой задачи относительно информационных помех, аналогичную теореме 2.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габриелян М.С., Субботин А.И. Игровые задачи о встрече с m целевыми множествами. // ПММ. 1979. Т.43. №2. С. 204-208.
2. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука. 1974. 455 с.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию 29.07.2004