ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 57, №3, 2004 Механика

УДК 539.3

ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՀԻՄՆԱՏԱԿԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԱՍԻՆ

Բաբլոյան Ա.Հ., Բեգլարյան Ա.Գ., Շահվերդյան Գ.Ն.

О расчете анизотропных оснований

А.А. Баблоян, А.Г. Бегларян, Г.Н. Шахвердян

Разработана медодика точного расчета напряжений и перемещений в анизотропных грунтах конечной толщины, сжимающихся жестким основанием сооружений.

The Account of Anizotropic Foundation

A.G.Beglaryan, A.H. Babloyan, G.N. Shahverdyan

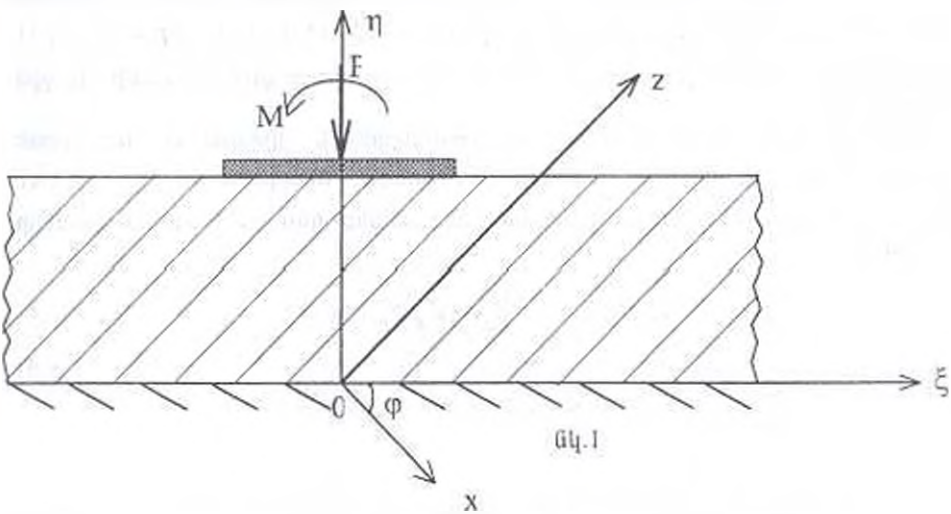
Իզոտրոպ հիմնատակերում կոնտակտային լարումների որոշման հարցերը մշակված են շատ հեղինակների կողմից [1;2]: Անիզոտրոպ հիմնատակերի համար այդ հարցերը դեռևս մնացել են բաց: Քանի որ անիզոտրոպ մարմիններում լարումների և տեղափոխումների բաշխումները էապես տարբերվում են իզոտրոպի դեպքից, այդ պատճառով անիզոտրոպ հիմնատակերում լարումների (մասնավորապես կոնտակտային) և տեղափոխումների որոշման հարցերը դառնում են հրատապ:

Աշխատանքում, գծային առաձգականության տեսության հիմքի վրա, մշակված են մաթեմատիկական ճշգրիտ մեթոդներ որոշելու համար լարումները և տեղափոխությունները վերջավոր հաստության անիզոտրոպ հիմնատակերում, որոնք սեղմվում են կառույցների կոշտ հիմքերով: Ենթադրվում է, որ հիմնատակը գծորեն անիզոտրոպ է, իսկ անիզոտրոպիայի գլխավոր առանցքները չեն համընկնում հիմնատակի եզրերի հետ:

1. Խառը եզրային պայմաններով խնդիր

Մինչև կոնտակտային խնդրի լուծելը նախապես դիտարկենք հետևյալ օժանդակ խնդիրը:

Որոշել լարումներն ու տեղափոխումները ուղղագծորեն անիզոտրոպ շերտում, երբ նրա մի եզրը ամրակցված է, իսկ մյուսը՝ բեռնավորված է կամայական ձևով (նկ.1):



Նկ.1

$$\sigma_{\eta}(\xi,h)=f(\xi),\quad \tau_{\xi\eta}(\xi,h)=g(\xi),\quad u_{\xi}(\xi,0)=u_{\eta}(\xi,0)=0,\quad (-\infty<\xi<\infty)\qquad (1.1)$$

Հարթ դեֆորմացիան վիճակի դեպքում ուղղագծորեն անիզոտրոպ մարմինների հավասարակշռության հավասարումների լուծումները $(-\infty < \xi < \infty,\ 0 \le \eta \le h)$ շերտի համար կարելի է ներկայացնել Ֆուրյեի ինտեգրալների տեսքով [3;4].

$$u_\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{4} d_p A_p(\lambda) e^{\lambda(\xi+\beta_p\eta)} d\lambda, \quad u_\eta = -\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{4} e_p A_p(\lambda) e^{\lambda(\xi+\beta_p\eta)} d\lambda$$

$$\sigma_\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{4} c_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(\xi+\beta_p\eta)} d\lambda, \quad \sigma_\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{4} l_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(\xi+\beta_p\eta)} d\lambda \qquad (1.2)$$

$$\tau_{\xi\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{4} s_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(\xi+\beta_p\eta)} d\lambda$$

որտեղ $A_p(\lambda)$ կամայական ֆունկցիաներ են.

$$c_p = \alpha_p^{-1} \cos\varphi + i \sin\varphi, \quad s_p = \alpha_p^{-1} \sin\varphi - i\cos\varphi$$

$$d_p = [i\gamma_0(\alpha_p)\cos\varphi - \sin\varphi] E_0^{-1}(\alpha_p), \quad e_p = [i\gamma_0(\alpha_p)\sin\varphi + \cos\varphi] E_0^{-1}(\alpha_p)$$

$$\beta_p = \frac{i\alpha_p \cos\varphi - \sin\varphi}{\alpha_p \sin\varphi - i\cos\varphi} = \frac{s_p}{ic_p}, \quad \delta_p = \frac{\cos\varphi + i\alpha_p \sin\varphi}{\alpha_p \cos\varphi + i \sin\varphi} = \frac{c_p}{is_p}$$

$$l_p = \frac{1-\alpha_p^2}{c_p\alpha_p^2} - c_p, \quad m_p = \frac{1-\alpha_p^2}{s_p\alpha_p^2} - s_p, \quad (p = 1,2,3,4)$$

$$E_0(\alpha) = \alpha^{-1}[c_{11}\gamma_0(\alpha) - c_{13}\alpha] = -\alpha[c_{13}\gamma_0(\alpha) - c_{33}\alpha] = c_{44}[\alpha\gamma_0(\alpha) + 1] =$$

$$= c_{44}\frac{c_{13} + \alpha^2 c_{33}}{c_{13} + c_{44}}, \quad \gamma_0(\alpha) = \frac{(c_{13} + c_{44})\cdot\alpha}{c_{11} - \alpha^2 c_{44}} = -\frac{c_{44} - \alpha^2 c_{33}}{(c_{13} + c_{44})\cdot\alpha} \qquad (1.3)$$

Այստեղ c_{ij} անիզոտրոպ նյութի առաձգական մոդուլներն են գլխավոր ուղղությունների նկատմամբ (xoy- համակարգում), φ անիզոտրոպիայի գլխավոր ուղղություններից մեկի և շերտի եզրերի կազմած անկյունն է, իսկ α_p $(p = 1;2;3;4)$ երկքառակուսի հավասարման արմատներն են, որը ստացվում է (1.3)-ի վերջին առնչությունից:

Բավարարելով (1.1) եզրային պայմաններին և կիրառելով ստացված առնչությունների նկատմամբ Ֆուրյեի հակադարձ ձևափոխությունը, $A_p(\lambda)$ անհայտ ֆունկցիաների որոշման համար կստանանք գծային հավասարումների համակարգ:

$$\sum_{p=1}^{4} c_p Z_p A_p = \tilde{f}(\lambda), \quad \sum_{p=1}^{4} s_p Z_p A_p = \tilde{g}(\lambda)$$

$$\sum_{p=1}^{4} d_p A_p = 0, \quad \sum_{p=1}^{4} e_p A_p = 0, \quad Z_p = e^{\lambda h \beta_p} \qquad (1.4)$$

$$\tilde{f}(\lambda) = \frac{1}{2\pi\lambda}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-i\lambda\xi} d\xi, \quad \tilde{g}(\lambda) = \frac{1}{2\pi\lambda}\int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) e^{-i\lambda\xi} d\xi \qquad (1.5)$$

Ստացված (1.4) համակարգի լուծումն է

$$\Delta_0(\lambda) A_p(\lambda) = \tilde{f}(\lambda) x_{p1}(\lambda) + \tilde{g}(\lambda) x_{p2}(\lambda), \quad (p = 1;2;3;4) \qquad (1.5')$$

$$
\begin{aligned}
x_{11} &= (d_3e_4 - d_4e_3)s_2Z_2 + (d_4e_2 - d_2e_4)s_3Z_3 + (d_2e_3 - d_3e_2)s_4Z_4 \\
x_{21} &= (d_4e_3 - d_3e_4)s_1Z_1 + (d_1e_4 - d_4e_1)s_3Z_3 + (d_3e_1 - d_1e_3)s_4Z_4 \\
x_{31} &= (d_2e_4 - d_4e_2)s_1Z_1 + (d_4e_1 - d_1e_4)s_2Z_2 + (d_1e_2 - d_2e_1)s_4Z_4 \\
x_{41} &= (d_3e_2 - d_2e_3)s_1Z_1 + (d_1e_3 - d_3e_1)s_2Z_2 + (d_2e_1 - d_1e_2)s_3Z_3
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

$$
\begin{aligned}
x_{12} &= (d_4e_3 - d_3e_4)c_2Z_2 + (d_2e_4 - d_4e_2)c_3Z_3 + (d_3e_2 - d_2e_3)c_4Z_4 \\
x_{22} &= (d_3e_4 - d_4e_3)c_1Z_1 + (d_4e_1 - d_1e_4)c_3Z_3 + (d_1e_3 - d_3e_1)c_4Z_4 \\
x_{32} &= (d_4e_2 - d_2e_4)c_1Z_1 + (d_1e_4 - d_4e_1)c_2Z_2 + (d_2e_1 - d_1e_2)c_4Z_4 \\
x_{42} &= (d_2e_3 - d_3e_2)c_1Z_1 + (d_3e_1 - d_1e_3)c_2Z_2 + (d_1e_2 - d_2e_1)c_3Z_3
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_0(\lambda) = {} & (d_4e_3 - d_3e_4)(c_2s_1 - c_1s_2)Z_1Z_2 + (d_2e_4 - d_4e_2)(c_3s_1 - c_1s_3)Z_1Z_3 + \\
& +(d_4e_1 - d_1e_4)(c_3s_2 - c_2s_3)Z_2Z_3 + (d_3e_2 - d_2e_3)(c_4s_1 - c_1s_4)Z_1Z_4 + \\
& +(d_1e_3 - d_3e_1)(c_4s_2 - c_2s_4)Z_2Z_4 + (d_2e_1 - d_1e_2)(c_4s_3 - c_3s_4)Z_3Z_4
\end{aligned}
\tag{1.8}
$$

Նշենք, որ $\tilde{\Delta}(\lambda) = \Delta_0(\lambda) \cdot Exp[-i\lambda \cdot \mathrm{Im}(\beta_1 + \beta_2)]$ ֆունկցիան $\varphi = 0;\ \pm\pi/2$ դեպքում զույգ է և իրական λ-ի համար ընդունում է իրական արժեքներ: Մնացած դեպքերում $\tilde{\Delta}(\lambda)$ և $\Delta_0(\lambda)$ ֆունկցիաները միշտ ընդունում են կոմպլեքս արժեքներ:

Տեղադրելով $A_p(\lambda)$ ֆունկցիաների արժեքները (1.5)-(1.8)-ից (1.2) բանաձևերի մեջ, կստանանք օժանդակ խնդրի վերջնական լուծումը:

2. Ողորկ դրոշմի ներթափանցումը անիզոտրոպ շերտի մեջ

Դիտարկենք այժմ ողորկ կոշտ դրոշմի ներթափանցման խնդիրը գծորեն անիզոտրոպ շերտի մեջ, որի ներքևի հիմքը ամրակցված է, իսկ անիզոտրոպության գլխավոր ուղղությունները ունեն կամայական կողմնորոշում: Շերտի վերին եզրը դրոշմից դուրս ազատ է արտաքին լարումներից: Դիտարկվող խնդրի եզրային պայմանները կլինեն.

$$
\begin{aligned}
& u_\xi(\xi,0) = u_\eta(\xi,0) = 0,\ \ \tau_{\xi\eta}(\xi,h) = 0,\ \ (|\xi| < \infty) \\
& u_\eta(\xi,h) = v(\xi),\ \ (|\xi| \le a),\ \ \sigma_\eta(\xi,h) = 0,\ \ (|\xi| > a)
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

որտեղ $v(\xi)$ դիֆերենցելի ֆունկցիա է: Նշանակենք անհայտ կոնտակտային լարումները $p(\xi)$-ով՝

$$
\sigma_\eta(\xi,h) = f(\xi) = \begin{cases} p(\xi), & (|\xi| < a) \\ 0, & (|\xi| > a) \end{cases}
\tag{2.2}
$$

և օգտվենք օժանդակ խնդրի լուծումից: Հաշվենք տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչները $\eta = h$ ուղղի վրա:

Մի շարք ձևափոխություններից հետո (1.2)-ից կստանանք

$$
u_\xi(\xi,h) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\lambda)\frac{\Delta_2(\lambda)}{\Delta_0(\lambda)} e^{i\lambda\xi} d\lambda, \qquad u_\eta(\xi,h) = -\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\lambda)\frac{\Delta_1(\lambda)}{\Delta_0(\lambda)} e^{i\lambda\xi} d\lambda
\tag{2.3}
$$

որտեղ

$$
\begin{aligned}
\Delta_1(\lambda) &= (d_4e_3-d_3e_4)(e_2s_1-e_1s_2)Z_1Z_2+(d_4e_2-d_2s_4)(e_1s_3-e_3s_1)Z_1Z_3+\\
&+(d_3e_2-d_2e_3)(e_4s_1-e_1s_4)Z_1Z_4+(d_4e_1-d_1e_4)(e_3s_2-e_2s_3)Z_2Z_3+\\
&+(d_3e_1-d_1e_3)(e_2s_4-e_4s_2)Z_2Z_4+(d_2e_1-d_1e_2)(e_4s_3-e_3s_4)Z_3Z_4\\
\Delta_2(\lambda) &= (d_4e_3-d_3e_4)(d_2s_1-d_1s_2)Z_1Z_2+(d_4e_2-d_2e_4)(d_1s_3-d_3s_1)Z_1Z_3+\\
&+(d_3e_2-d_2e_3)(d_4s_1-d_1s_4)Z_1Z_4+(d_4e_1-d_1e_4)(d_3s_2-d_2s_3)Z_2Z_3+\\
&+(d_3e_1-d_1e_3)(d_2s_4-d_4s_2)Z_2Z_4+(d_2e_1-d_1e_2)(d_4s_3-d_3s_4)Z_3Z_4
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

Նշենք, որ (2.3) բանաձևերում

$$
M(\lambda)=\frac{\Delta_2(\lambda)}{\Delta_0(\lambda)}=M_1(\lambda)+i\,M_2(\lambda),\quad N(\lambda)=-\frac{\Delta_1(\lambda)}{\Delta_0(\lambda)}=N_1(\lambda)+i\,N_2(\lambda) \tag{2.5}
$$

ֆունկցիաները $\lambda\to\pm\infty$ դեպքում ձգտում են վերջավոր սահմանների:

$$
\begin{gathered}
\lim_{\lambda\to\pm\infty} N(\lambda)=k=k_1+i\,k_2,\quad \lim_{\lambda\to\pm\infty} M(\lambda)=\chi=\chi_1+i\,\chi_2\\
k=-\frac{e_2s_1-e_1s_2}{c_2s_1-c_1s_2},\quad \chi=\frac{d_2s_1-d_1s_2}{c_2s_1-c_1s_2}
\end{gathered}
\tag{2.6}
$$

Բացի դա, $M_1(\lambda)$ և $N_1(\lambda)$ ֆունկցիաները կենտ են, իսկ $M_2(\lambda)$ և $N_2(\lambda)$-ը՝ զույգ,

$$
\begin{gathered}
M(0)=N(0)=0,\quad \beta=\mathrm{Re}(\beta_1+\beta_2),\quad M(\lambda)-\chi=0(e^{-\beta\lambda h})\\
N(\lambda)-k=0(e^{-\beta\lambda h}),\quad \lambda\to+\infty
\end{gathered}
\tag{2.7}
$$

Տեղադրելով $\bar{f}(\lambda)$ ֆունկցիայի արժեքը (1.4)-ից (2.3)-ի մեջ և հաշվի առնելով (2.5)-(2.7) հատկությունները տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչների որոշման համար, կստանանք հետևյալ վերջնական բանաձևերը

$$
\begin{aligned}
u_\xi(\xi,h)&=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\chi_1\ln\mathrm{cth}\frac{\pi(\xi-x)}{4\beta h}+H_1\left(\frac{\xi-x}{h}\right)-H_2\left(\frac{\xi-x}{h}\right)\right]f(x)\,dx\\
u_\eta(\xi,h)&=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[k_1\ln\mathrm{cth}\frac{\pi(\xi-x)}{4\beta h}+G_1\left(\frac{\xi-x}{h}\right)-G_2\left(\frac{\xi-x}{h}\right)\right]f(x)\,dx
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

որտեղ օգտագործված են հետևյալ նշանակումները.

$$
\begin{gathered}
H_1(t)=\int_0^\infty\lambda^{-1}\left[M_1(\lambda)-\chi_1\,\mathrm{th}\beta\lambda\right]\cos\lambda t\,d\lambda\\
H_2(t)=0.5\pi\chi_2\,\mathrm{sign}\,t+\int_0^\infty\lambda^{-1}\left[M_2(\lambda)-\chi_2\right]\sin\lambda t\,d\lambda\\
G_1(t)=\int_0^\infty\lambda^{-1}\left[N_1(\lambda)-k_1\mathrm{th}\beta h\right]\cos\lambda t\,d\lambda\\
G_2(t)=0.5\pi k_2\,\mathrm{sign}\,t+\int_0^\infty\lambda^{-1}\left[N_2(\lambda)-k_2\right]\sin\lambda t\,d\lambda.
\end{gathered}
\tag{2.9}
$$

(2.8) և (2.9) բանաձևերը ստանալիս օգտագործվել է հետևյալ ինտեգրալի արժեքը [5].

$$\int_0^\infty x^{-1}\operatorname{th}\beta x\cdot\cos ax\,dx=\ln\operatorname{cth}\frac{\pi|a|}{4\beta},\quad (\operatorname{Re}\beta>0) \tag{2.10}$$

Նշենք, որ (2.9) ֆունկցիաները $t\to\infty$ դեպքում ձգտում են զրոյի էքսպոնենտի օրենքով. H_1 և G_1 ֆունկցիաները անընդհատ են ամենուրեք, իսկ H_2 և G_2 ֆունկցիաները $t=0$ կետում ունեն վերջավոր թռիչքներ համապատասխանաբար $\pi\chi_2$ և πk_2 չափերով:

Բավարարենք այժմ (2.1)-ի $u_0(\xi,h)=\nu(\xi)$ պայմանին հաշվի առնելով նաև (2.2): Այնուհետև արտապատկերելով $|\xi|\le a$ տիրույթը $|y|\le 1$-ի վրա, անհայտ կոնտակտային լարումների որոշման համար կստանանք առաջին սեռի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարում.

$$\int_{-1}^{1}\left[\chi_1\ln\operatorname{cth}\frac{\pi|z|}{4\beta}+G(z)\right]p_0(y)\,dy=\nu_0(x),\quad |x|\le 1 \tag{2.11}$$

որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները

$$G(z)=G_1(z)-G_2(z),\ z=\frac{x-y}{\mu},\ \mu=\frac{h}{a},\ p_0(y)=p(ay),\ \nu_0(x)=\frac{\pi}{a}\nu(ay) \tag{2.12}$$

(2.11) ինտեգրալ հավասարման ռեգուլյար մասում մասնակցող $G_2(z)$ կենտ ֆունկցիայի առկայության պատճառով նույնիսկ համաչափ բեռան տակ անիվդրոշրոշմ հիմքին սեղմվելուց կոշտ դրոշմը կթեքվի $\theta=\theta(\mu,c_{ij})$ անկյունով: Իսկ (2.8)-ի առաջին բանաձևից հետևում է, որ դրոշմը կտեղափոխվի նաև հորիզոնական ուղղությամբ:

(2.11) սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումը գծային հանրահաշվական անվերջ համակարգի բերելու նպատակով կօգտվենք [6] գրքում ստացված սպեկտրալ բանաձևից.

$$\int_{-1}^{1}\ln\left|\operatorname{cth}\frac{\pi|x-y|}{4\beta\mu}\right|\frac{T_n(Y)\,dy}{\sqrt{\operatorname{ch}2r-\operatorname{ch}2ry}}=\mu_nT_n(X),\quad (n=0;1;2\cdots) \tag{2.13}$$

որտեղ օգտագործված են հետևյալ նշանակումները

$$\begin{gathered}
r=\frac{\pi}{2\beta\mu},\ Y=-\cos s_0,\ X=-\cos t_0,\ \mu_0=\frac{\pi\sqrt{2}}{re^r}K(e^{-2r})\\
\mu_n=\frac{\sqrt{2}}{nre^r}K'(e^{-2r})\operatorname{th}\left[\frac{\pi nK(e^{-2r})}{K'(e^{-2r})}\right],\ (n=1;2\cdots)\\
s_0=\frac{\pi}{K'(e^{-2r})}F\left(\arcsin\sqrt{\frac{e^{2r}-e^{-2ry}}{2\operatorname{sh}2r}},\sqrt{1-e^{-4r}}\right)\\
t_0=\frac{\pi}{K'(e^{-2r})}F\left(\arcsin\sqrt{\frac{e^{2r}-e^{-2rx}}{2\operatorname{sh}2r}},\sqrt{1-e^{-4r}}\right)\\
\varepsilon_m=\frac{\sqrt{2}}{2re^r}K'(e^{-2r})\left[1+\delta_{0,m}\right]
\end{gathered} \tag{2.14}$$

Այստեղ $T_n(x)$ Չեբիշևի առաջին սեռի բազմանդամն է. $K(x), K'(x), F(\varphi, x)$ էլիպտիկ ինտեգրալներն են [5], իսկ $\delta_{n,m}$ Կրոնեկերի սիմվոլը:

Անհայտ կոնտակտային $p_0(x)$ լարումը ներկայացնենք Ֆուրյեի շարքի տեսքով՝ ըստ Չեբիշևի բազմանդամների [6]:

$$p_0(x) = (\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx)^{-1/2} \sum_{k=0}^{\infty} p_k T_k(X), \quad (|x| < 1) \tag{2.15}$$

Տեղադրենք $p_0(x)$ ֆունկցիայի արժեքը (2.15)-ից (2.11) հավասարման մեջ և օգտվենք (2.13) բանաձևից: Մի շարք ձևափոխություններից հետո անհայտ p_k Ֆուրյեի գործակիցների որոշման համար կստանանք գծային հավասարումների անվերջ համակարգ

$$d_m p_m + \sum_{k=0}^{\infty} e_{k,m} p_k = f_m, \quad (m = 0;1;2\cdots) \tag{2.16}$$

որտեղ

$$d_m = k_1 \cdot \mu_m \cdot \varepsilon_m, \quad f_m = \int_{-1}^{1} \frac{v_0(x) T_m(X)\, dx}{\sqrt{\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx}}$$

$$e_{k,m} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \frac{G(z) T_m(X)\, dx \cdot T_k(Y)\, dx dy}{\sqrt{(\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx)(\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2ry)}} \tag{2.17}$$

Անվերջ համակարգը ստանալիս օգտագործվել է նաև Չեբիշևի (2.13) բազմանդամների օրթոգոնալության պայմանը [6]

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_m(X) T_k(X)\, dx}{\sqrt{\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx}} = \varepsilon_m \delta_{m,k}, \quad (m, k = 0;1;2\cdots) \tag{2.18}$$

Օգտագործելով Պարսևալի հավասարումը Ֆուրյեի կրկնակի շարքերի համար

$$\sum_{k,m=0}^{\infty} \frac{e_{k,m}}{\varepsilon_k \varepsilon_m} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \frac{G^2(z)\, dx\, dy}{\sqrt{(\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx)(\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2ry)}}$$

դժվար չէ ապացուցել, որ (2.16) համակարգը $\mu > \bar{\mu}_0$ դեպքում լիովին ռեգուլյար է, որտեղ $\bar{\mu}_0$ կախված է հիմնատակի անիզոտրոպիայի գործակիցներից և φ անկյունից:

Օգտվելով (2.2), (2.12) և (2.15) բանաձևերից հաշվենք կոշտ դրոշմի վրա ազդող ուժերի համազորը և մոմենտը

$$P = \int_{-a}^{a} f(\xi)\, d\xi = a \int_{-1}^{1} p_0(x)\, dx = a \varepsilon_0 p_0, \quad w_k = \int_{-1}^{1} \frac{x T_k(X)\, dx}{\sqrt{\mathrm{ch}2r - \mathrm{ch}2rx}}$$

$$M = \int_{-a}^{a} \xi f(\xi)\, d\xi = a^2 \int_{-1}^{1} x\, p_0(x)\, dx = a^2 \sum_{k=1,3,5}^{\infty} p_k w_k \tag{2.19}$$

Դրոշմի հորիզոնական ուղղությամբ տեղափոխման չափը կորոշվի (2.8)-ի առաջին բանաձևի օգնությամբ

Երբ դրոշմի սայրակետերի փոքր շրջակայքերում անհայտ կոնտակտային լարումները ներկայացնենք նյութերի փխրուն քայքայման տեսության հայտնի բանաձևերով

$$p_0(x) = \frac{K(\pm 1)}{\sqrt{1 \mp x}}, \quad |x|<1, \quad x \approx \pm(1-0),$$

ապա եզակիության գործակիցների որոշման համար (2.14) և (2.15)-ից կստանանք հետևյալ բանաձևերը:

$$K(-1) = (2r\,\mathrm{sh}\,2r)^{-0.5} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k p_k, \qquad K(+1) = (2r\,\mathrm{sh}\,2r)^{-0.5} \sum_{k=0}^{\infty} p_k$$

Այստեղից հետևում է, որ դրոշմի ծայրակետերում կոնտակտային լարումների եզակիությունների գործակիցների արժեքները կախված են հիմնատակի անիզոտրոպիայի գործակիցներից (c_{ij}), անիզոտրոպիայի գլխավոր ուղղություններից (φ) և դրոշմի հարաբերական լայնությունից (μ):

Որպես օրինակ դիտարկված է ողորկ կոշտ դրոշմի ներթափանցման խնդիրը գծային անիզոտրոպ շերտի մեջ, երբ շերտի ներքևի հիմքը ամրակցված է, վերևի եզրը դրոշմից դուրս ազատ է արտաքին լարումներից, իսկ դրոշմի վրա ազդում են P կենտրոնացած ուժը և M մոմենտը (նկ. 1): Դրոշմի հիմքն ունի քառակուսի պարաբոլի տեսք

$$c_{44} v(\xi) = a_1 + b_1 \xi + c_1 \xi^2, \quad \xi = ax$$

որտեղ a_1, b_1, c_1–կամայական հաստատուններ են: Հիմքի բարձրությունը $h=1$, դրոշմի լայնությունը $2a = 0.25$, իսկ անիզոտրոպ նյութի առաձգական մոդուլներն են (անիզոտրոպիայի գլխավոր առանցքների oxy նկատմամբ):

$$c_{11} = 15.51\chi, \; c_{13} = 8\chi, \; c_{33} = 13.6\chi, \; c_{44} = 2.9\chi, \; \chi = 10^5\,\text{кгс/см}^2$$

(2.16) համակարգի անհայտները ներկայացվել են

$$p_k = a_1 x_k + b_1 a y_k + c_1 a^2 t_k, \quad (k = 0;1;2;\cdots)$$

տեսքով: Հաշվարկները կատարվել են անիզոտրոպիայի գլխավոր առանցքների տարբեր ուղղությունների համար $\varphi = k\pi/8$, $(k = 0;1;2;3;4)$:

Հաշված են P ուժի, M մոմենտի և եզակիության $K(\pm 1)$ գործակիցների արժեքները արտահայտված a_1, b_1 և c_1 պարամետրերով: Յուրաքանչյուր դեպքի համար հաշված է նաև դրոշմի միջին կետի հորիզոնական տեղափոխման չափը $(u_\xi(0,h))$:

$$\varphi = 0$$

$$P = 8.3014a_1 + 0.0643c_1, \quad M = 0.1426b_1, \quad c_{44}u_\xi(0,h) = -0.10876b_1$$

$$K(-1) = 14.708a_1 - 4.1076b_1 + 0.6193c_1$$

$$K(+1) = 14.708a_1 + 4.1076b_1 + 0.6193c_1$$

$$\varphi = \pi/2$$

$$P = 0.8379a_1 + 0.0065c_1, \quad M = 0.0140b_1, \quad c_{44}u_\xi(0,h) = -0.0349b_1$$

$$K(-1) = 1.4813a_1 - 0.4033b_1 + 0.0610c_1$$

$$K(+1) = 1.483a_1 + 0.4033b_1 + 0.0610c_1$$

$$\varphi = \pi / 8$$

$$P = 2.5450a_1 + 0.1003b_1 + 0.0221c_1, \; M = -0.1003a_1 + 0.0480b_1 + 0.0008c_1$$

$$K(-1) = 12.895a_1 - 2.8340b_1 + 0.3670c_1$$

$$K(+1) = 2.4333a_1 + 0.5422b_1 + 0.1596c_1$$

$$c_{44}u_x(0,h) = -0.7299a_1 - 0.0725b_1 - 0.0058c_1$$

$$\varphi = \pi / 4$$

$$P = 1.2268a_1 - 0.0310b_1 + 0.0100c_1, \; M = 0.0309a_1 + 0.0231b_1 - 0.0002c_1$$

$$K(-1) = 1.2392a_1 - 0.4104b_1 + 0.0784c_1$$

$$K(+1) = 4.2661a_1 + 1.0380b_1 + 0.1410c_1$$

$$c_{44}u_x(0,h) = -0.4721a_1 - 0.0174b_1 - 0.0017c_1$$

$$\varphi = 3\pi / 8$$

$$P = 0.9085a_1 - 0.0105b_1 + 0.0071c_1, M = 0.0105a_1 + 0.0158b_1 - 0.0001c_1$$

$$c_{44}u_x(0,h) = -0.2336a_1 - 0.0044b_1 - 0.0013c_1$$

$$K(-1) = 1.2014a_1 - 0.3698b_1 + 0.0600c_1$$

$$K(+1) = 2.1922a_1 + 0.5552b_1 + 0.0799c_1$$

Դյաշմի նստվածքի չափը որոշվում է a_1 և c_1 գործակիցներով, իսկ թեքման անկյունը՝ b_1 գործակցով ($\mathrm{tg}\theta = b_1 / c_{44}$):

Ստացված արդյունքները կարելի է օգտագործել երկրաշարժի ազդեցության դեպքում կառույցների հաշվարկների ժամանակ, օգտագործելով ժամանակակից գեոդեզիական գերճշգրիտ չափումների արդյունքները [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 647с.
2. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука, 1997. 415с.
3. Бегларян А.Г., Баблоян А.А. Изгиб анизотропной полосы. //Изв. НАН РА. Механика. 2003. Т. 56. №4. С. 29-38.
4. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропных тел. М.: Наука, 1977. 415с.
5. Рыжик И.М., Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1100 с.
6. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488с.
7. Бегларян А.Г. Разработка и совершенствование методов и приборов для автоматизации геодезических деформационных измерений инженерных сооружений и разломов земной коры./Дисс. на соиск. уч ст. докт. тех. наук. Ереван. 1997. 104с.

Ереванский государственный университет
архитектуры и строительства

Поступила в редакцию
16.06.2004