

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ФЛАТТЕРЕ ВЯЗКОУПРУГИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Худаяров Б. А.

Բ. Ա. Խուդայարով

Առաձգամածույիչ եռաշերտ սալերի ֆլատերի խնդրի բվային լուծումը

Դիտարկված է առաձգամածույիչ երկար եռաշերտ սալերի ֆլատերի խնդիրը Սևստենասիթված է ռելոգիական պարամետրերի ազդեցությունը ֆլատերի կրիտիկական արագությունների վրա

B. A. Khudayarov

Numerical Solution of a Problem about a Flutter of Visco-elastic Sandwich Plates

Рассматриваются задачи о флаттере вязкоупругих трехслойных удлиненных пластин. Изучено влияние реологических параметров на критические скорости флаттера.

В связи с широким применением в технике композиционных материалов наследственная теория вязкоупругости привлекает к себе все больший интерес исследователей. Об этом свидетельствует выход в свет за последние годы значительное число публикаций, посвященных решению задач расчета характеристик вязкоупругих конструкций [1-3].

В настоящей работе исследуется в линейно-вязкоупругой постановке задача об устойчивости удлиненных трехслойных пластинок с жестким, сопротивляющимся поперечному сдвигу заполнителем, обтекаемой с внешней стороны сверхзвуковым потоком.

Ранее в работах [4-6] и других уже рассматривались подобные задачи для упругих как однослойных, так и трехслойных пластин в сверхзвуковом потоке газа.

Рассмотрим вязкоупругую удлиненную трехслойную пластинку, обтекаемую с внешней стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью V , направленной вдоль оси Ox . Аэродинамическое давление учитываем по линейной поршневой теории [7].

Уравнение движения вязкоупругой трехслойной пластины в потоке газа в случае отсутствия сдвигающих усилий примет вид:

$$D(1 - R')(1 - \Theta h^2 \beta_3^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} - P_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (1 - h^2 \beta_3^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \\ + \Omega \frac{\partial^2}{\partial t^2} (1 - h^2 \beta_3^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \chi - q = 0 \quad (1)$$

Здесь $\chi(x, t)$ — функция перемещений, связанная с прогибом $W(x, t)$ соотношением [8]:

$$W = (1 - h^2 \beta_3^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \chi \quad (2)$$

Величины D , Θ , β_2 , Ω характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев, жесткость заполнителя на сдвиг и удельную массу трехслойного пакета; h — толщина пакета; P_x — внешние сжимающие (растягивающие) усилия в продольном направлении; $q(x, t)$ — аэродинамическая нагрузка; R^* — интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$: $R^*\varphi(t) = \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$.

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\chi(x, t) = \sum_{n=1}^N \chi_n(t) \varphi_n(x) \quad (3)$$

где функции $\varphi_n(x)$ подобраны так, чтобы каждый член суммы (3) удовлетворял граничным условиям на краях пластинки, а $\chi_n(t)$ — некоторые функции, подлежащие определению. Подставляя (3) в уравнение (1) и применяя к этому уравнению метод Бубнова — Галеркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений относительно коэффициентов (3). Введя следующие безразмерные параметры:

$$\frac{x}{a}, \quad \frac{V_x}{a}, \quad \frac{a}{V_x} R(t)$$

и сохраняя прежние обозначения, получим

$$A_k \ddot{\chi}_k + B_k \dot{\chi}_k + [(1 - R^*)C_k + E_k] \chi_k + V_x \sum_{n=1}^N F_{kn} \chi_n = 0 \quad (4)$$

Здесь A_k , B_k , C_k , E_k , F_{kn} , $V_x = x p_x a^3 M^* / D$ — безразмерные параметры.

Интегрирование системы (4) при ядре Колтунова-Ржаницына $R(t) = A \cdot \exp(-\beta t) \cdot t^{\alpha-1}$, $0 < \alpha < 1$ проводилось численным методом, предложенным в работах [9, 10]. Результаты вычислений представлены в таблице.

В качестве критерия, определяющего критическую скорость $V_{кр}$, принимаем условие, что при этих скоростях амплитуда колебаний изменяется по гармоническому закону. При $V > V_{кр}$ происходит колебательное движение с интенсивно нарастающими амплитудами, которое может привести конструкцию к разрушению. В случае $V < V_{кр}$, амплитуда колебаний затухает [11].

Проведено исследование влияния вязкости. Расчеты показали, что учет вязкого сопротивления приводит к снижению критической скорости $V_{кр}$ флаттера. Полученное критическое значение $V_{кр}$ для вязкоупругой ($A=0,1$) пластинки на 60% ниже по сравнению с упругим ($A=0$) значением $V_{кр}$.

С увеличением реологического параметра α критическая скорость флаттера возрастает. Рост критической скорости более сильно заметен при значениях $\alpha=0,5$ в отличие от значения $\alpha=0,05$. Разница между ними

составляет 31,5%. Для критической скорости флаттера влияние реологического параметра β незаметно.

Изучено влияние внешних сжимающих (растягивающих) усилий в продольном направлении. Из таблицы видно, что с ростом сжимающих усилий p_x ($p_x = P_x a^2 / D$) в направлении скорости потока приводит к снижению критической скорости флаттера. Напротив, растягивающие усилия p_x приводят к такому же пропорциональному росту критической скорости флаттера.

Таблица

A	α	β	$-p_x$	k_1	Θ	ε	$V_{кр}$
0							15,5
0,001							14,6
0,01	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0,1	9,9
0,1							6,08
0,01	0,05						7,8
	0,1	0,05	0,75	1	0,05	0,1	9,15
	0,5						10,26
0,01	0,25	0,01					9,96
		0,08	0,75	1	0,05	0,1	9,95
		0,1					9,94
			1,5				7,86
	0,25	0,05	1				8,8
0,01			0	1	0,05		13,34
			-0,5			0,1	15,7
			-1				18,0
				0,1			41,5
0,01	0,25	0,05	0,75	0,2	0,05	0,1	27,0
				0,5			14,9
				1,5			8,18
0,1	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0,1	17,67
							23,5
							36,82
					0		1,28
0,01	0,25	0,05	0,75	1	0,03	0,1	6,85
					0,06		11,45
					0,08		14,3
						0	9,93
0,01	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0,5	10,2
						2,5	11,1
						3,5	11,5

Увеличение параметра k_1 ($k_1 = h^2 \beta_3^{-1} / a^2$) приводит к существенному изменению $V_{кр}$. Исследования были проведены при $k_1 = 0,1; 0,2; 0,5$ и $1,5$. Видно, что с уменьшением жесткости заполнителя на свдиг (ростом коэффициента k_1) критическая скорость флаттера трехслойной пластинки уменьшается.

Изучено влияние параметра Θ , характеризующее изгибную жесткость несущих слоев. Увеличение параметра Θ приводит к увеличению критической скорости флаттера (см. табл.).

Также изучено влияние параметра ϵ (аэродинамическое демпфирование). С ростом коэффициента ϵ наблюдается повышение безразмерной критической скорости флаттера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Потапов В.Д. Исследование динамической устойчивости вязкоупругих систем с помощью показателей Ляпунова // Изв. АН. МТТ. 2000. №6. С.82-89.
2. Бондарев Э.А., Будутаева В.А., Гусев Е.Л. Синтез слоистых оболочек из конечного набора вязкоупругих материалов // Изв. АН. МТТ. 1998. №3. С.5-11.
3. Каминский А.А., Подильчук И.Ю. Об одном методе решения граничных задач линейной теории вязкоупругости // Прикладная механика. 1998. Т. 34. №12. С. 77-85.
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости ортотропных пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1961. №4. С. 91-96.
5. Амбарцумян С.А., Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости нелинейно-упругих трехслойных пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1961. №5. С. 96-99.
6. Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости трехслойной ортотропной пластинки в сверхзвуковом потоке газа // Изв. АН Армянской ССР. Сер. физ.-мат. наук. 1961. Т. 14. №5. С. 21-30.
7. Ильюшин А.А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей // ПММ. 1956. XX. Вып.6. С.733-755.
8. Смирнов А.И. Динамическая устойчивость и колебания трехслойных панелей в сверхзвуковом потоке газа // ДАН СССР. 1968. Т.180. №5. С.1060-1063.
9. Бадалов Ф. Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат. 1987. 271 с.
10. Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем ИДУ, встречающихся в задачах вязкоупругости // ПММ. 1987. Т.51. № 5. С.867-871.
11. Худаяров Б.А. Алгоритмизация задачи о флаттере вязкоупругих пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Вычислительные технологии. СО РАН. Новосибирск. 2003. Т.8. №6. С.100-103.