ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 56, №1, 2003 Механика

УДК 62–501.7

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ С ЖЕЛАЕМЫМ СПЕКТРОМ В СКАЛЯРНОМ УРАВНЕНИИ n-ОГО ПОРЯДКА

Григорян Ф. П.

Ֆ.Պ. Գրիգորյան
Ցանկալի սպեկտրով կառավարման սինթեզ n-րդ կարգի սկալյար հավասարման մեջ

Դիտարկված է խնդիր ցանկալի սպեկտրով սկալյար կառավարման ընտրության վերաբերյալ n-րդ կարգի ստացիոնար սկալյար հավասարման մեջ, երբ կարգավորիչի մուտքերի քանակը m>1: Ստացվել է բանաձև, որն արտահայտում է կախվածությունը կարգավորիչի ազդանշանի գործակիցների (տեքստում B մատրիցը) և նախապես տրված ցանկալի թվերի միջև: Ստացվել է նաև B մատրիցի համար լավագույն մոտավոր լուծում, որը նշանակված է $\bar{B}$-ով:

Рассматривается задача о выборе скалярного управления с желаемым спектром в стационарном скалярном уравнении n-ого порядка, когда количество входов регулятора m>1. Получена формула, выражающая зависимость между коэффициентами входного сигнала регулятора (в тексте матрица B) и наперед заданными желаемыми числами. Для матрицы B получено также наиболее приближенное решение, обозначенное через $\bar{B}$.

F.P. Grigoryan
Synthesis of Management with Advisable Spector in a Scalar Equation of n–order

В настоящей работе рассматривается задача построения скалярного управления с желаемым спектром в стационарном скалярном уравнении n-ого порядка, когда количество входов регулятора $m>1$.

Постановка задачи. Пусть задано уравнение

$$z^{(n)} + a_{n-1}z^{(n-1)} + a_{n-2}z^{(n-2)} + \dots + a_1 z^1 + a_0 = u \tag{1}$$

где $u = \int_{-\infty}^{t} G(t-t')v(t')dt'$ – выходной сигнал регулятора.

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ \dots \\ v_m \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} z \\ z^1 \\ \dots \\ \dots \\ z^{(n-1)} \end{pmatrix}$$ –выходной сигнал регулятора.

$G(t-t') = \left(g_1(t-t'), g_2(t-t'), ..., g_m(t-t')\right)$ – строка, импульсная переходная функция

$$B = (B_1, B_2, ..., B_n) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & ... & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & ... & b_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ ... & ... & ... & ... \\ b_{m1} & b_{m2} & ... & b_{mn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

передаточная функция регулятора имеет вид:

$$(W_1(\lambda), W_2(\lambda), ..., W_m(\lambda)) = \int_0^\infty (g_1(t-t'), g_2(t-t'), ..., g_m(t-t'))e^{-\lambda t'}dt' \quad (3)$$

Требуется построить матрицу управления B так, чтобы решение уравнения (1) имело вид

$$z = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + ... + C_n e^{\lambda_n t} \quad (4)$$

где C_i $(i = 1,2,...,n)$ – произвольные постоянные, λ_i —наперед заданные желаемые числа, удовлетворяющие условиям:

1. $\lambda_i \neq \lambda_j \quad i \neq j, \ (i, \ j = 1,2,...,n)$
2. $\left(W_1(\lambda_i), W_2(\lambda_i), ..., W_m(\lambda_i)\right) \neq (0,0,...,0) \quad (i = 1,2,...,n)$
3. λ_i не равны хотя бы одному из собственных чисел характеристического многочлена для однородного уравнения (1).

Решение задачи. Уравнение (1) при новых неизвестных [1]

$$x_1 = z, \quad x_2 = \dot{z}, \quad ..., \quad x_n = z^{(n-1)} \quad (5)$$

эквивалентно системе

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ .... \\ .... \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - ... - a_{n-2} x_{n-1} - a_{n-1} x_n + u \end{cases} \quad (6)$$

Систему (6) напишем в векторно-матричной форме

$$\dot{x} = Ax + Hu \quad (7)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix}$$

Легко проверить, что система (7) вполне управляема [3] $\mathrm{rang}(H, AH, ..., A^{n-1}H) = n$.

С помощью (2) систему (7) можем написать в виде

$$\frac{dx}{dt} = Ax + H\int_{-\infty}^{t} G(t-t')Bx(t')dt' \qquad (8)$$

Следовательно, поставленная задача приводится к эквивалентной следующей задаче: для управляемой системы (8) построить матрицу $B = (B_1, B_2, ..., B_n)$ и преобразование

$$x = Ky \qquad (9)$$

с невырожденной матрицей K так, чтобы (8) приводилось к виду

$$\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i y_i \qquad (i = 1,\ 2,\ ...,\ n) \qquad (10)$$

Решаем эту задачу. В силу (9) и (10) общее решение системы (8) имеет вид

$$x = \sum_{i=1}^{n} C_i K_i \exp(\lambda_i t)$$

где K_i $(i = 1,\ 2,\ ...,\ n)$ – столбцы матрицы $K = (K_1, K_2, ..., K_n)$, C_i $(i = 1,\ 2,\ ...,\ n)$ – произвольные постоянные.

По (9) и (10) из (8) получаем

$$\sum_{i=1}^{n} K_i \lambda_i y_i = A\sum_{i=1}^{n} K_i y_i + H\int_{-\infty}^{t} G(t-t')B\sum_{i=1}^{n} K_i y_i(t')dt'$$

Выбор K_i и B ограничим требованием выполнения равенств [1]

$$K_i \lambda_i y_i = AK_i \lambda_i + H\int_{-\infty}^{t} G(t-t')BK_i y_i(t')dt' \qquad i = \overline{1,n} \qquad (11)$$

Из (10) и (11) следует

$$K_i \lambda_i \exp(\lambda_i t) C_i = H\int_{-\infty}^{t} G(t-t')BK_i C_i \exp(\lambda_i t')dt' + AK_i \exp(\lambda_i t) C_i$$

или

$$K_i\lambda_i = AK_i + H\int_{-\infty}^{t} G(t-t')BK_i\exp(\lambda_i t')dt'\exp(-\lambda_i t) \quad (12)$$

Замена переменной $t - t' = s$ приводит уравнение (12) к виду

$$K_i\lambda_i = AK_i + H\int_0^{\infty} G(s)\exp(-\lambda_i s)ds\cdot BK_i \quad (i = 1,2,\dots,n)$$

Поэтому имеем

$$\left(A + HW(\lambda_i)B\right)K_i = \lambda_i K_i \quad (13)$$

или

$$\left(A + HW(\lambda_i)B - \lambda_i E\right)K_i = 0 \quad (i = 1,2,\dots,n) \quad (14)$$

здесь $W(\lambda_i) = \int_0^{\infty} G(s)\exp(-\lambda_i s)ds$ – значения передаточной функции при $\lambda = \lambda_i$.

Значения характеристического многочлена системы (14) при $\lambda = \lambda_i$ имеют вид [4]

$$\begin{aligned}\lambda_i^n + \lambda_i^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_i)B_n + \lambda_i^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_i)B_{n-2}) + \dots +\\ + \lambda_i(a_1 - W(\lambda_i)B_2) + (a_0 - W(\lambda_i)B_1) = 0\end{aligned} \quad (15)$$

Напишем (15) для каждого $i = \overline{1, n}$, получим систему

$$\begin{cases}\lambda_1^n + \lambda_1^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_1)B_n + \lambda_1^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_1)B_{n-1}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_1)B_1) = 0\\ \lambda_2^n + \lambda_2^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_2)B_n + \lambda_2^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_2)B_{n-1}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_2)B_1) = 0\\ \dots\dots\\ \lambda_n^n + \lambda_n^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_n)B_n + \lambda_n^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_n)B_{n-1}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_n)B_1) = 0\end{cases} \quad (16)$$

Откуда следует

$$W(\lambda_i)B_1 + \lambda_i W(\lambda_i)B_2 + \dots + \lambda_i^{n-2}W(\lambda_i)B_{n-1} + \lambda_i^{n-1}W(\lambda_i)B_n = \Delta(\lambda_i)$$

$$\Delta(\lambda_i) = \lambda_i^n + \lambda_i^{n-1}a_{n-1} + \dots + \lambda_i a_1 + a_0 \qquad (i = \overline{1, n})$$

Пусть

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n}\\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mn}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n}\\ \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_n\end{pmatrix} \quad (17)$$

где $\gamma_{21}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{mn}$ – произвольные постоянные.

Тогда (16) по [2] и (3) принимает следующий вид:

$$
\begin{cases}
b_{11}+\lambda_1 b_{12}+\ldots+\lambda_1^{\,n-1}b_{1n}=\dfrac{\Delta(\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)}-\dfrac{(W_2(\lambda_1),\ldots,W_m(\lambda_1))}{W_1(\lambda_1)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_1^{\,i-1}\\
b_{11}+\lambda_2 b_{12}+\ldots+\lambda_2^{\,n-1}b_{1n}=\dfrac{\Delta(\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)}-\dfrac{(W_2(\lambda_2),\ldots,W_m(\lambda_2))}{W_1(\lambda_2)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_2^{\,i-1}\\
\ldots\\
b_{11}+\lambda_n b_{12}+\ldots+\lambda_n^{\,n-1}b_{1n}=\dfrac{\Delta(\lambda_n)}{W_1(\lambda_n)}-\dfrac{(W_2(\lambda_n),\ldots,W_m(\lambda_n))}{W_1(\lambda_n)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_n^{\,i-1}
\end{cases}
\tag{18}
$$

Обозначим

$$
\Lambda_0=\begin{pmatrix}
1 & \lambda_1 & \ldots & \lambda_1^{n-1}\\
1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_2^{n-1}\\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\
1 & \lambda_n & \ldots & \lambda_n^{n-1}
\end{pmatrix}
\tag{19}
$$

Поэтому систему (18) можно написать в векторно-матричном виде

$$
\Lambda_0\begin{pmatrix} b_{11}\\ b_{12}\\ \ldots\\ \ldots\\ b_{1n}\end{pmatrix}=
\begin{pmatrix}
\dfrac{\Delta(\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)}-\dfrac{(W_2(\lambda_1),\ldots,W_m(\lambda_1))}{W_1(\lambda_1)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_1^{i-1}\\
\dfrac{\Delta(\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)}-\dfrac{(W_2(\lambda_2),\ldots,W_m(\lambda_2))}{W_1(\lambda_1)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_2^{i-1}\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\dfrac{\Delta(\lambda_n)}{W_1(\lambda_n)}-\dfrac{(W_2(\lambda_n),\ldots,W_m(\lambda_n))}{W_1(\lambda_n)}\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_n^{i-1}
\end{pmatrix}
$$

Отсюда следует

$$
(b_{11},b_{12},\ldots,b_{1n})=\left(\frac{\Delta(\lambda_1)-(W_2(\lambda_1),\ldots,W_m(\lambda_1))\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_1^{i-1}}{W_1(\lambda_1)},\frac{\Delta(\lambda_2)-(W_2(\lambda_2),\ldots,W_m(\lambda_2))\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_2^{i-1}}{W_1(\lambda_2)},\ldots\right.
$$

$$
\left.\ldots,\frac{\Delta(\lambda_n)-(W_2(\lambda_n),\ldots,W_m(\lambda_n))\sum\limits_{i=1}^{n}\gamma_i\lambda_n^{i-1}}{W_1(\lambda_n)}\right)\cdot(\Lambda_0^{-1})'
\tag{20}
$$

(штрих на матрице обозначает транспонирование).

Из (17) и (20) окончательно находим

$$B=\begin{pmatrix} \left(\frac{\Delta(\lambda_1)-(W_2(\lambda_1),\dots,W_m(\lambda_1))\sum_{i=2}^{m}\gamma_i\lambda_1^{i-1}}{W_1(\lambda_1)} & \dots & \dots & \frac{\Delta(\lambda_n)-(W_2(\lambda_n),\dots,W_m(\lambda_n))\sum_{i=2}^{m}\gamma_i\lambda_n^{i-1}}{W_1(\lambda_n)}\right)(\Lambda_0^{-1})' \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mn} \end{pmatrix} \tag{21}$$

Из (21) видно, что матрица B имеет бесчисленное множество значений.

Найдем решение $\tilde{B}$, представленное посредством псевдообратной матрицы [2].

Вернемся к системе (16), преобразуем ее следующим образом.

$$\begin{pmatrix} W(\lambda_1) & \lambda_1 W(\lambda_1) & \dots & \lambda_1^{n-1}W(\lambda_1) \\ W(\lambda_2) & \lambda_2 W(\lambda_2) & \dots & \lambda_2^{n-1}W(\lambda_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W(\lambda_n) & \lambda_n W(\lambda_n) & \dots & \lambda_n^{n-1}W(\lambda_n) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \Delta(\lambda_1) \\ \Delta(\lambda_2) \\ \dots \\ \dots \\ \Delta(\lambda_n) \end{pmatrix} \tag{22}$$

Обозначим

$$\Lambda=\begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \dots & \lambda_1^{n-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_2^{n-1} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{pmatrix}_{n\times n^2}$$

$$B^-=\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix}_{mn\times 1},\quad \Delta=\begin{pmatrix} \Delta(\lambda_1) \\ \Delta(\lambda_2) \\ \dots \\ \dots \\ \Delta(\lambda_n) \end{pmatrix}_{n\times 1},\quad W=\begin{pmatrix} \mathrm{diag}(W(\lambda_1),W(\lambda_1),\dots,W(\lambda_1)) \\ \mathrm{diag}(W(\lambda_2),W(\lambda_2),\dots,W(\lambda_2)) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \mathrm{diag}(W(\lambda_n),W(\lambda_n),\dots,W(\lambda_n)) \end{pmatrix}_{n^2\times mn} \tag{23}$$

Очевидно, что $\mathrm{rang}\Lambda=n$, $\mathrm{rang}W=mn$.

Тогда система (22) принимает следующий вид:

$$\underset{n\times n^2}{\Lambda}\ \underset{n^2\times mn}{W}\ \underset{mn\times 1}{B^-}=\underset{n\times 1}{\Delta} \tag{24}$$

Из (24) найдем [2]

$$B^{-} = \underset{m\times n^{2}}{W^{+}} \underset{n^{2}\times n}{\Lambda^{+}} \underset{n\times 1}{\Delta} \qquad (25)$$

где $\underset{n^2\times n}{\Lambda^{+}} = \underset{n^2\times n}{\Lambda^{*}}\left(\underset{n\times n}{\Lambda\Lambda^{*}}\right)^{-1}$, Λ^{*} — сопряженная Λ матрица, Λ^{+} — псевдообратная Λ матрица, $\underset{m\times n^2}{W^{+}} = \left(\underset{m\times m}{W^{*}W}\right)^{-1}\underset{m\times n^2}{W^{*}}$, W^{*} — сопряженная W матрица, W^{+} — псевдообратная W матрица.

Выполнив соответствующие преобразования, окончательно получим:

$$\tilde{B} = \left(\sum_{k=1}^{n} W^{*}(\lambda_k)W(\lambda_k)\right)^{-1}_{m\times m} \cdot \left(\frac{W^{*}(\lambda_1)\Delta(\lambda_1)}{\sum_{k=1}^{n}|\lambda_1|^{2(k-1)}}, \frac{W^{*}(\lambda_2)\Delta(\lambda_2)}{\sum_{k=1}^{n}|\lambda_2|^{2(k-1)}}, \ldots, \frac{W^{*}(\lambda_n)\Delta(\lambda_n)}{\sum_{k=1}^{n}|\lambda_n|^{2(k-1)}}\right) \cdot \underset{n\times n}{\Lambda_0} \qquad (26)$$

Пример. Рассмотрим задачу управления при сближении космических аппаратов [5]. Пусть управляемый космический аппарат приближается при перехвате к цели на заданное расстояние. Для этого целесообразно поместить начало относительной системы координат $Oxyz$ в центре масс космического аппарата — цели.

Для простоты рассмотрим подсистему

$$\begin{cases} dx_1/dt = x_2 \\ dx_2/dt = -\omega^2 x_1 + \alpha U \end{cases} \qquad (27)$$

которая характеризует отклонение космического аппарата от плоскости цели.

Обозначим

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = (B_1, B_2) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \qquad (28)$$

Система (27) принимает вид

$$\dot{x} = Ax + HU \qquad (29)$$

Требуется определить матрицу $B = (B_1, B_2)$ и преобразование

$$x = Ky, \qquad x = (K_1, K_2)\cdot\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = K_1 y_1 + K_2 y_2 \qquad (30)$$

так, чтобы

$$\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i y_i, \quad (i = 1, 2), \qquad y_1 = C_1 e^{\lambda_1 t}, \qquad y_2 = C_2 e^{\lambda_2 t} \qquad (31)$$

Пусть $G(t-t') = \left(g_1(t-t'),\ g_2(t-t')\right)$, $W(\lambda) = \left(W_1(\lambda), W_2(\lambda)\right)$ (32)

Предположим

$$W_1(\lambda) = \frac{1}{\lambda - 1}, \quad W_2(\lambda) = \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -2 \tag{33}$$

По формуле (21) имеем

$$B = \begin{pmatrix} \dfrac{\Delta(\lambda_1) - W_2(\lambda_1)(\gamma_1 + \gamma_2\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)} & \dfrac{\Delta(\lambda_2) - W_2(\lambda_2)(\gamma_1 + \gamma_2\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)} \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{pmatrix} (\Lambda_0^{-1})' \tag{34}$$

Характеристический многочлен матрицы A имеет вид

$$\Delta(\lambda) = \lambda^2 + \omega^2$$

Значит

$$\Delta(\lambda_1) = \lambda_1^2 + \omega^2, \quad \Delta(\lambda_2) = \lambda_2^2 + \omega^2 \tag{35}$$

По (19) найдем

$$\begin{gathered} \Lambda_0 = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 \\ 1 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad |\Lambda_0| = \lambda_2 - \lambda_1 \neq 0 \\ \Lambda_0^{-1} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_2 & -\lambda_1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \; (\Lambda_0^{-1})' = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_2 & -1 \\ -\lambda_1 & 1 \end{pmatrix} \end{gathered} \tag{36}$$

По (32) – (36) находим

$$B = \begin{pmatrix} -8 - 2.5\gamma_1 - \gamma_2 + \omega^2 & -8 + 0.5\gamma_1 + \gamma_2 - \omega^2 \\ 2\gamma_1 + \gamma_2 & -\gamma_1 + \gamma_2 \end{pmatrix} \tag{37}$$

Согласно (13) имеем

$$(A + HW(\lambda_i)B)K_i = \lambda_i K_i, \quad (i = 1, 2), \quad K = (K_1, K_2) = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \tag{38}$$

По (33), (34), (37) и (38) получаем

$$K = \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ -\delta_1 & -2\delta_2 \end{pmatrix} \tag{39}$$

где δ_1, δ_2 — произвольные постоянные.

По (39) выражение (31)

$$x = C_1 \cdot \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot \begin{pmatrix} K_{21} \\ K_{22} \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t}$$

приводится к виду

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = C_1 \cdot \begin{pmatrix} \delta_1 \\ -\delta_1 \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot \begin{pmatrix} \delta_2 \\ -2\delta_2 \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t}$$

или по (33) получим

$$x_1 = C_1\delta_1 e^{-t} + C_2\delta_2 e^{-2t}$$

$$x_2 = C_1\delta_1 e^{-t} - 2C_2\delta_2 e^{-2t}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Абгарян К. А. Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. М.: Наука, 1973. 432с.
2. Гантмахер Ф. П. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 576с.
3. Зубов В. И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1967. 596с.
4. Чернятин В. А. О построении устойчивых линейных систем регулирования // Изв. АН СССР. Автоматика и телемеханика. 1967. № 1. С. 5-12.
5. Пономарев В. М. Теория управления движением космических аппаратов.М: Наука, 1965. 465с.

Государственный Инженерный Университет Армении

Поступила в редакцию 23.01.2001