ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 55, №4, 2002 Механика

УДК 531.36

О ДЛИТЕЛЬНОСТИ СЕАНСОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ЗАДАЧЕ МИНИМАКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОРРЕКТИРУЕМОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ СЛАБОМ ВЛИЯНИИ БЕЛОГО ШУМА.

Мартиросян С.Р.

Ս. Ռ. Մարտիրոսյան
Չափման տևողությունների որոշումը մինիմաքսային գնահատման խնդրում սպիտակ աղմուկի թույլ ազդեցության դեպքում

Աշխատանքում ուսումնասիրված է իներցիալ նավիգացիոն պարամետրերի մինիմաքսային գնահատման խնդիրը սպիտակ աղմուկի թույլ ազդեցության դեպքում: Ստացված են չափման տևողությունների ասիմպտոտիկ բանաձևեր, որոնք ապահովում են օպտիմալ մինիմաքսային գնահատում:

S.R. Martirosian

On the problem of minimax estimation on account additive white noise with Application to Guidance

Рассматривается более общая постановка задачи минимаксного оценивания параметров корректируемой инерциальной навигационной системы, когда ошибки измерений представлены суммой двух случайных процессов: процесса с неизвестной корреляционной функцией и белого шума. В предлагаемой статье получена асимптотика оптимального оценивания в предположении о слабом влиянии белого шума.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу позиционной коррекции инерциальной навигационной системы, установленной на борту летательного аппарата, движущегося с крейсерской скоростью по траекториям, близким к ортодромии. При этом уравнения ошибок корректируемой инерциальной навигационной системы в продольном направлении движения объекта на интервалах времени, в течение которых производится коррекция, описываются соотношениями [1,6]

$$\dot{\gamma}=\mu,\ \dot{\mu}=-\varphi,\ \dot{\varphi}=\mu-\vartheta,\ \dot{\vartheta}=0 \qquad (1.1)$$

Здесь $(\dot{\ })=\frac{d}{d\tau}$, $\tau=\omega_0 t$ — безразмерное время, ω_0 — частота Шулера: $\omega_0^2=g/a$, g — гравитационное ускорение, a — радиус Земли, t — размерное время; γ — угловая ошибка определения местоположения объекта в продольном направлении; $\varphi=\alpha-\varepsilon^0$, α — угловая ошибка приборной вертикали в продольном направлении, ε^0 — постоянная приведенная погрешность продольного ньютонометра; $\mu=\frac{\Delta V}{a\omega_0}$, ΔV —

ошибка определения скорости в продольном направлении; $\vartheta = \nu / \omega_0$, ν – постоянный дрейф гироплатформы в продольном направлении.

Сторонняя позиционная информация, дополняющая уравнения (1.1), имеет вид [1,6]:

$$z(\tau) = \gamma(\tau) + \rho(\tau), \quad \tau \in [0, T], \quad T \le \frac{\pi}{2} \tag{1.2}$$

где $z(\tau)$ – непосредственно измеряемая величина, $\rho(\tau)$ – ошибка измерения.

Задача коррекции инерциальной навигационной системы с помощью дополнительной информации состоит в построении оценок значений фазовых переменных системы (1.1) в момент времени $\tau = T$ по информации (1.2).

Будем считать, что ошибка измерения $\rho(\tau)$ является суммой двух случайных процессов $\rho_1(\tau)$ и $\rho_2(\tau)$, которые взаимно не коррелированы:

$$\rho(\tau) = \rho_1(\tau) + \rho_2(\tau) \tag{1.3}$$

При этом $\rho_1(\tau)$ – белый шум с интенсивностью $c(\tau) \ge 0$, а $\rho_2(\tau)$ – произвольно коррелированный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и с ограниченной дисперсией:

$M\rho_2(\tau) = 0$, $M[\rho_2(\tau)]^2 \le \sigma^2$, σ – известная величина, а корреляционная функция $M\rho_2(\tau)\rho_2(s) = \sigma(\tau)\sigma(s)r(\tau, s)$ – неизвестна. Известно только, что автокорреляционная функция удовлетворяет ограничению: $|r(\tau, s)| \le 1$.

При выборе алгоритма оценивания решающее значение имеет модель погрешности измерения. В литературе подробно обсуждена задача коррекции инерциальной навигационной системы в предположении, что погрешность измерения является случайным процессом типа белого шума или линейно связанным с ним процессом с заданной корреляционной функцией. Это существенное предположение приводит к оптимальным алгоритмам оценивания по методу наименьших квадратов или фильтру Калмана [4,5].

Однако указанная гипотеза далеко не всегда имеет достаточное обоснование. Поэтому представляет практический интерес рассмотрение задачи коррекции инерциальной навигационной системы в предположении, что либо сама погрешность измерения, либо ее корреляционные характеристики могут изменяться в заданных пределах. В этом случае к задаче оценивания применяется гарантирующий подход. Это предположение приводит к оптимальным гарантированным алгоритмам оценивания [2, 6-8].

Особенность оптимальных гарантированных алгоритмов состоит в том, что из всех имеющихся измерений для оценки используются лишь $k \le m$ измерений, где m – размерность фазового вектора. Эта особенность позволяет отфильтровывать низкочастотные помехи в наихудших ситуациях.

Реально в помехе измерения могут присутствовать и высокочастотные составляющие. Включение их в класс допустимых помех наравне с низкочастотными составляющими в задаче минимаксного оценивания нежелательно, так как при этом теряется информация об их высокочасточности. Как следствие этого, заметно завышается гарантированная оценка точности. Их влияние можно снизить, применяя алгоритм оценивания, в котором кроме k оптимальных моментов измерений с равным весом используются все измерения, лежащие в некоторых малых окрестностях оптимальных моментов измерений (длины сеансов измерений). При этом влияние высокочастотной составляющей осредняется алгоритмом.

Будем искать оценки ошибок параметров инерциальной навигационной системы по измерениям (1.2) в предположении (1.3).

Представим измерения (1.2) в виде

$$z(\tau) = H^T(\tau)q + \rho(\tau),\ \tau \in [0, T] \tag{1.4}$$

где $q = x(T) = (\gamma(T), \mu(T), \varphi(T), \vartheta(T))^T$ – вектор параметров объекта;

$$H(\tau) = \exp\{A^T(\tau - T)\}h_1,\ h_1 = (1,0,0,0)^T,\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Нетрудно подсчитать, что

$$H(\tau) = (1, -\sin(T - \tau), \cos(T - \tau) - 1, \sin(T - \tau) - (T - \tau))^T \tag{1.5}$$

В такой постановке задача коррекции сводится к минимаксной задаче определения линейного несмещенного оценивателя $\Phi(\tau)$, минимизирующего дисперсию уклонения истинного значения параметра $l = a^T q$ (a – заданный вектор) от его оценки

$$\bar{l} = \int_0^T \Phi(\tau) z(\tau) d\tau \tag{1.6}$$

Проблема определения оценивателя $\Phi(\tau)$ из условий:

$$M(\bar{l} - l) = 0;\ \min_{\Phi(\tau)} \max_{r(t,s)} M[\bar{l} - l]^2 \tag{1.7}$$

сводится к задаче определения $\Phi(\tau)$ из решения следующей задачи [2]:

$$\int_0^T H(\tau)\Phi(\tau) d\tau = a \tag{1.8}$$

$$D(\Phi) = \int_0^T c(\tau)\Phi^2(\tau) d\tau + \beta^2 \to \min_{\Phi(\tau)} \tag{1.9}$$

$$\beta = \sigma_1 \int_0^T |\Phi(\tau) d\tau| \tag{1.10}$$

Используя метод множителей Лагранжа, можно получить следующий вид для минимизирующего оценивателя в общей проблеме [2]:

$$\Phi(\tau) = \begin{cases} -\left|H^T(\tau)\lambda + \sigma(\tau)\beta\right| / c(\tau), & \text{если} \quad [\ ] < 0 \\ -\left|H^T(\tau)\lambda - \sigma(\tau)\beta\right| / c(\tau), & \text{если} \quad [\ ] > 0 \\ 0, & \text{в остальных сл.,} \end{cases} \tag{1.11}$$

где λ — вектор множителей Лагранжа, $\beta \in R_+$, и $\lambda \in R^m$ определяются из следующих соотношений:

$$\int_0^T H(\tau)\Phi(\tau)d\tau = a, \ \beta = \sigma\int_0^T |\Phi(\tau)|d\tau \qquad (1.12)$$

m — размерность фазового вектора.

Задача минимаксного оценивания (1.6) сводится к определению постоянных λ и β из системы (1.10), (1.11). В общем случае эта задача может быть решена только численно.

1. Решение задачи коррекции в предположении о слабом влиянии белого шума.

Пусть $c(\tau) = \varepsilon\bar{c}(\tau)$, где $\varepsilon > 0$ — достаточно малое число. При $\varepsilon = 0$ оцениватель $\Phi(\tau) \neq 0$ не более, чем в m точках, τ_{jk}, $k = \overline{1,l}$, $l \le m$. Моменты времени τ_{jk}, $k = \overline{1,l}$, $l \le m$ определяют оптимальный состав измерений для оценки j-ой компоненты в задаче о наихудшей корреляции.

Если $\varepsilon > 0$ достаточно мало, то, очевидно, оцениватель $\Phi(\tau)$ (1.11) будет отличен от нуля лишь на интервалах $\left[\tau_{jk} - \alpha_k^j, \tau_{jk} + \alpha_k^j\right]$ в окрестности моментов времени τ_{jk}, длина которых стремится к нулю вместе с ε.

Учитывая, что знак $\Phi(\tau)$ в этих окрестностях совпадает со знаком Φ_{jk}, $k = \overline{1,m}$, формулу (1.11) в окрестности $\tau = \tau_{jk}$ можно записать в виде $\Phi(\tau) = -\beta Q(\tau)A(\tau,\Lambda)/\varepsilon$,

где обозначено $Q(\tau) = \sigma/\bar{c}(\tau)$, $h(\tau) = \dfrac{1}{\sigma}\tilde{H}(\tau)$,

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\beta} \in R^m, \ A(\tau,\Lambda) = h^T(\tau)\Lambda + \Delta_k, \ \Delta_k = \operatorname{sign}\Phi_{jk}.$$

Разлагая $A(\tau,\Lambda)$ в ряд в окрестности $\tau = \tau_{jk}$, получаем следующие выражения, определяющие длины сеансов измерений [3]:

$$L_k = \varepsilon^{1/2}\left(2\Phi_{jk}\bar{c}_k^0 \Big/ \beta_0\sigma_k^0 \overset{1}{h}{}_k^T \Lambda_0\right)^{1/2}, \quad k \in I_1 \qquad (2.1)$$

$$L_k = \varepsilon^{1/2}\left(-2\Phi_{jk}\bar{c}_k^0 \Big/ \beta_0\sigma_k^0 \overset{1}{h}{}_k^T \Lambda_0\right)^{1/2}, \quad k \in I_2 \qquad (2.2)$$

$$L_k = 2\varepsilon^{1/3}\left(\frac{3}{4}\Phi_{jk}\bar{c}_k^0 \Big/ \beta_0\sigma_k^0 \overset{2}{h}{}_k^T \Lambda_0\right)^{1/3}, \quad k \in I_3 \qquad (2.3)$$

где I_1 — множество левых интервалов: τ_{jk} совпадает с началом интервала, I_2 — множество правых интервалов: τ_{jk} совпадает с концом интервала.

I_3 – множество интервалов, для которых τ_{jk} лежит внутри.

$$\overset{0}{\bar{C}}_k = \bar{c}(\tau_{jk}),\ \overset{0}{\sigma}_k = \sigma(\tau_{jk}),\ \beta_0 = \sum_{k=1}^{m} \overset{0}{\sigma}_k |\Phi_{jk}|$$

$$\Lambda_0 = -\overset{0}{H}{}^{-1}\Delta,\ \overset{0}{H} = \begin{pmatrix} \overset{0}{h}{}_1^T \\ \cdots \\ \overset{0}{h}{}_m^T \end{pmatrix},\ \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \vdots \\ \Delta_m \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

$$\overset{s}{h}_k = \frac{1}{s!}\cdot\frac{d^s}{d\tau^s}h(\tau)\bigg|_{\tau=\tau_{jk}} \qquad s = 0,1,2,\dots,\ \Delta_k = \operatorname{sgn}\Phi_{jk},\ k = \overline{1,m},\ h(\tau) = \frac{1}{\sigma(\tau)}H(\tau)$$

Перейдем к непосредственному решению задачи (1.8)-(1.11) для различных $a: a_1 = (1,0,0,0)^T$, $a_2 = (0,1,0,0)^T$, $a_3 = (0,0,1,0)^T$, $a_4 = (0,0,0,1)^T$, соответствующих оцениванию параметров $\gamma(T)$, $\mu(T)$, $\varphi(T)$, $\vartheta(T)$.

Сначала рассмотрим задачу (1.7)-(1.9) при $\varepsilon = 0$. Оптимальное решение этой задачи строится в виде [2,6]:

$$\Phi_j(\tau) = \sum_{k=1}^{4}\Phi_{jk}\delta(\tau - \tau_{jk}^*),\quad j = \overline{1,4},$$

где Φ_{jk}, $j,k = \overline{1,4}$ – весовые коэффициенты алгоритмов оценивания; τ_{jk}^*, $j,k = \overline{1,4}$ – оптимальные моменты измерений, определяемые равенствами [6]

$$\tau_{j1}^* = 0,\ \ \tau_{j2}^* = \chi,\ \ \tau_{j3}^* = T - \chi,\ \ \tau_{j4}^* = T,\ \ j = \overline{1,4},$$

χ – решение уравнения

$$\sin\left(\chi - \frac{T}{2}\right) + (T-\chi)\cos\left(\chi - \frac{T}{2}\right) - \sin\frac{T}{2} = 0,\ \ \chi \in \left(0,\frac{T}{2}\right),\ \ T \le \frac{\pi}{2}.$$

А весовые коэффициенты Φ_{jk}, $j,k = \overline{1,4}$ определяются выражениями [6]

$$\begin{aligned}
&\Phi_{11} = \Phi_{12} = \Phi_{13} = 0,\ \ \Phi_{14} = 1\\
&\Phi_{21} = [(2\chi - T) + (T-\chi)\cos\chi - \chi\cos(T-\chi) - \sin(T-2\chi) + \sin(T-\chi) - \sin\chi]/\delta\\
&\Phi_{22} = [(T-\chi) - T\cos\chi + \chi\cos T + \sin(T-\chi) - \sin T + \sin\chi]/\delta\\
&\Phi_{23} = [-\chi + T\cos(T-\chi) - (T-\chi)\cos T - \sin(T-\chi) + \sin T - \sin\chi]/\delta\\
&\Phi_{24} = [\chi(\cos\chi - \cos T) + (T-\chi)(\cos T - \cos(T-\chi)) +\\
&+ \sin(T-2\chi) - \sin(T-\chi) + \sin\chi]/\delta;\\
&\Phi_{31} = [(T-\chi)\sin\chi - \chi\sin(T-\chi)]/\delta; \qquad \Phi_{32} = [\chi\sin T - T\sin\chi]/\delta\\
&\Phi_{33} = [T\sin(T-\chi) - (T-\chi)\sin T]/\delta;\\
&\Phi_{34} = [\chi\sin\chi - (T-\chi)\sin(T-\chi) + (T-2\chi)\sin T]/\delta\\
&\Phi_{41} = -\Phi_{44} = [\sin(T-\chi) - \sin(T-2\chi) - \sin\chi]/\delta
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\Phi_{42} = -\Phi_{43} = [\sin(T-\chi) - \sin T + \sin\chi]/\delta$$

$$\delta = 4\sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\left[T\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right) - (T-2\chi)\sin\frac{T}{2}\right]$$

Выражения для соответствующих минимальных значений функционала (1.9) при $\varepsilon = 0$ имеют вид [6]

$$\dot{\beta}_1 = d_{opt}(\gamma) = \sigma; \quad \dot{\beta}_2 = d_{opt}(\mu) = 2\sigma\frac{\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right) - \cos\frac{T}{2}}{T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right) - 2\sin\frac{T}{2}} \tag{2.6}$$

$$\dot{\beta}_3 = d_{opt}(\varphi) = 2\sigma\frac{\sin\frac{T}{2}}{T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right) - 2\sin\frac{T}{2}}; \dot{\beta}_4 = d_{opt}(\vartheta) = 2\sigma\frac{\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}{T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right) - 2\sin\frac{T}{2}}$$

Отметим, что

$$\dot{\bar{c}}_1 = \dot{\bar{c}}_2 = \dot{\bar{c}}_3 = \dot{\bar{c}}_4 = \bar{c}, \quad \dot{\sigma}_1 = \dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_3 = \dot{\sigma}_4 = \sigma; \tag{2.7}$$

Нетрудно подсчитать, что

$$\dot{H}_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Phi_{14} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{pmatrix}, \quad \dot{H}_2^{-1} = \begin{pmatrix} \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_{14} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{pmatrix}$$

$$\dot{H}_3^{-1} = \begin{pmatrix} \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_{14} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \end{pmatrix}, \quad \dot{H}_4^{-1} = \begin{pmatrix} \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_{14} \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

$$\Delta_{(1)} = (0,0,0,1)^T; \Delta_{(2)} = (-1,1,-1,1)^T; \Delta_{(3)} = (1,-1,1,-1)^T; \Delta_{(4)} = (-1,1,-1,1)^T$$

где $\Phi_{i,j}$, $i, j = \overline{1,4}$ определяются выражениями (2.5).

Согласно (2.2), (2.7) величины $\Lambda_{0(\gamma)}, \Lambda_{0(\mu)}, \Lambda_{0(\varphi)}, \Lambda_{0(\vartheta)}$ определяются следующими формулами:

$$\Lambda_{0(\gamma)} = -\begin{pmatrix} \Phi_{14} \\ \Phi_{24} \\ \Phi_{34} \\ \Phi_{44} \end{pmatrix}, \qquad \Lambda_{0(\mu)} = -\begin{pmatrix} -\Phi_{21} & +\Phi_{22} & -\Phi_{23} & +\Phi_{24} \\ & & \Phi_{14} & \\ -\Phi_{31} & +\Phi_{32} & -\Phi_{33} & +\Phi_{34} \\ -\Phi_{41} & +\Phi_{42} & -\Phi_{43} & +\Phi_{44} \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

$$\Lambda_{0(\varphi)}=-\begin{pmatrix} +\Phi_{31} & -\Phi_{32} & +\Phi_{33} & -\Phi_{34} \\ \Phi_{21} & -\Phi_{22} & +\Phi_{23} & -\Phi_{24} \\ & & -\Phi_{14} & \\ \Phi_{41} & -\Phi_{42} & +\Phi_{43} & -\Phi_{44} \end{pmatrix},\ \Lambda_{0(\vartheta)}=-\begin{pmatrix} -\Phi_{41} & +\Phi_{42} & -\Phi_{43} & +\Phi_{44} \\ -\Phi_{21} & +\Phi_{22} & -\Phi_{23} & +\Phi_{24} \\ -\Phi_{31} & +\Phi_{32} & -\Phi_{33} & +\Phi_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_{14} \end{pmatrix}$$

Подставляя (2.5)-(2.9) в (2.1)-(2.6), получаем выражения для длин сеансов измерений, доставляющих оптимальную гарантированную оценку соответствующей компоненты фазового вектора при слабом влиянии белого шума. Длительности сеансов измерений при оценивании $\gamma(T)$, $\mu(T)$, $\varphi(T)$, $\vartheta(T)$ определяются, соответственно, выражениями:

$L_{1(\gamma)}=L_{2(\gamma)}=L_{3(\gamma)}=0$

$$L_{4(\gamma)}=2\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{\sigma}\left(\frac{\sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\left(T\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-(T-2\chi)\sin\frac{T}{2}\right)}{\chi\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{T+\chi}{2}-(T-\chi)\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(T-\frac{\chi}{2}\right)+2\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\right)^{1/2}$$

$$L_{1(\mu)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{2\sigma}\left(\frac{\left(\chi\sin^2\left(\frac{T-\chi}{2}\right)-(T-\chi)\sin^2\frac{\chi}{2}-2\sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)\right)}{2\sin^2\frac{\chi}{2}\sin^2\frac{T-\chi}{2}\left((T-\chi)\cos\frac{T}{2}-2\sin\left(\frac{T-\chi}{2}\right)\cos\frac{\chi}{2}\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)\right)^{1/2}$$

$$L_{2(\mu)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}}\bar{c}^{\frac{1}{3}}}{\sigma^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{3}{4}\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)\left(T\sin^2\frac{\chi}{2}-\chi\sin^2\frac{T}{2}+2\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{T}{2}\sin\frac{\chi}{2}\right)}{(T-\chi)\sin^2\frac{T-\chi}{2}\sin^2\frac{\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\right)^{1/3}$$

$$L_{3(\mu)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}}\bar{c}^{\frac{1}{3}}}{\sigma^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{3}{4}\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)}{(T-\chi)\sin^2\frac{T-\chi}{2}\sin^2\frac{\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\chi\sin^2\frac{T}{2}-T\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(T-\frac{\chi}{2}\right)+2\sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{T-\chi\sin\frac{T}{2}}{2}\right)\right)^{1/3}$$

$$L_{4(\psi)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{2\sigma}\left(\frac{1}{2}\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)}{\sin^2\frac{T-\chi}{2}\sin^2\frac{\chi}{2}\left((T-\chi)\cos\frac{T}{2}-2\sin\frac{T-\chi}{2}\cos\frac{\chi}{2}\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\left((T-\chi)\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(T-\frac{\chi}{2}\right)-\chi\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\left(\frac{T+\chi}{2}\right)-2\sin\frac{\chi}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)\right)\right)^{1/2}$$

$$L_{1(\varphi)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{2\sigma}\left(\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)\left((T-\chi)\sin\chi-\chi\sin(T-\chi)\right)}{2\sin\frac{T}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{\chi}{2}\left(2\sin\frac{T-\chi}{2}\cos\frac{\chi}{2}-(T-\chi)\cos\frac{T}{2}\right)}\right)^{1/2}$$

$$L_{2(\varphi)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}}\bar{c}^{\frac{1}{3}}}{\sigma^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{3}{4}\frac{(T\sin\chi-\chi\sin T)\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)}{(T-\chi)\sin\frac{T}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\right)^{1/3}$$

$$L_{3(\varphi)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}}\bar{c}^{\frac{1}{3}}}{\sigma^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{3}{4}\frac{(T\sin(T-\chi)-(T-\chi)\sin T)\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)}{(T-\chi)\sin\frac{T}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{\chi}{2}\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\right)^{1/3}$$

$$L_{4(\varphi)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{2\sigma}\left(\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)}{\sin\frac{T}{2}\sin\frac{T-\chi}{2}\sin\frac{\chi}{2}\left((T-\chi)\cos\frac{T}{2}-2\sin\frac{T-\chi}{2}\cos\frac{\chi}{2}\right)}\times\right.$$

$$\left.\times\left((T-\chi)\sin\frac{\chi}{2}\cos\left(T-\frac{\chi}{2}\right)-\chi\sin\frac{T-\chi}{2}\cos\frac{T+\chi}{2}\right)\right)^{1/2}$$

$$L_{1(\theta)}=L_{4(\theta)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}\bar{c}^{\frac{1}{2}}}{\sigma}\left(\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}{2\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)\left(2\sin\frac{T-\chi}{2}\cos\frac{\chi}{2}-(T-\chi)\cos\frac{T}{2}\right)}\right)^{1/2}$$

$$L_{2(\theta)}=L_{3(\theta)}=\frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}}\bar{c}^{\frac{1}{3}}}{\sigma^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{\left(T\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)-2\sin\frac{T}{2}\right)\sin\left(\frac{T}{2}\right)}{(T-\chi)\sin\left(\frac{T}{2}-\chi\right)\cos\left(\frac{T}{2}-\chi\right)}\right)^{1/3} \tag{2.10}$$

Подставляя соотношения (2.5), (2.6), (2.10) в (1.6), (1.9), получаем решение задачи позиционной коррекции в явном виде: оптимальные гарантированные оценки параметров $\gamma(T)$, $\mu(T)$, $\varphi(T)$, $\vartheta(T)$ и выражения для соответствующих ошибок.

Выражения (2.10), определяющие длительности сеансов измерений, очевидно, могут быть легко реализованы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И. Задача коррекции в инерциальной навигации. М.: Изд. МГУ, 1982. 176 с.
2. Лидов М.Л. Минимаксная задача оценивания параметров траектории в непрерывной постановке.// Космические исследования. 1984. Т.22. №4.
3. Лидов М.Л. О длительности сеансов измерений при слабом влиянии белого шума. // Космические исследования. 1988. Т.26. №2. С. 179-183.
4. Каленова В.И., Морозов В.М., Парусников Н.А., Шакотько А.Г. О коррекции инерциальных навигационных систем с помощью современной скоростной и позиционной дополнительной информации.//Изв. АН СССР. МТТ. 1981, №5. С. 12-20.
5. Парусников Н.А., Каленова В.И., Парусникова О.И., Шакотько А.Г. Об алгоритмах скоростной и позиционной коррекции в инерциальной навигации. /В сб.: Научные труды Ин-та механики МГУ. —М.: Изд. Моск. Ун-та. 1974. №33. С. 11-21.
6. Матасов А.И., Мартиросян С.Р. Минимальные алгоритмы позиционной коррекции инерциальных навигационных систем.//Изв. АН СССР. МТТ. 1988. №2. С. 4-14.
7. Бахшиян Б.Ц., Назиров Р.Р., Эльясберг Л.Г. Определение и коррекция движения. М.: Наука, 1980. 360 с.
8. Голован А.А., Мартиросян С.Р., Матасов А.И. Численное сравнение оптимального гарантированного алгоритма с алгоритмом метода наименьших квадратов. // Космические исследования. 1988. Т.26. №2. С. 319-322.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
01.11.2002