ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 55, №3, 2002 Механика

УДК [illegible]

ДИФРАКЦИЯ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОКОЛО ТУПОГО КЛИНА ПРИ НАЧАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ ПЛОСКОСТИ ОСНОВНОГО ДВИЖЕНИЯ

Азатян Л.Д.

Լ.Դ.Ազատյան

[illegible] հարվածային ալիքի դիֆրակցիան բութ սեպի շրջակայքում, շարժման [illegible] ուղղահայաց սկզբնական մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում

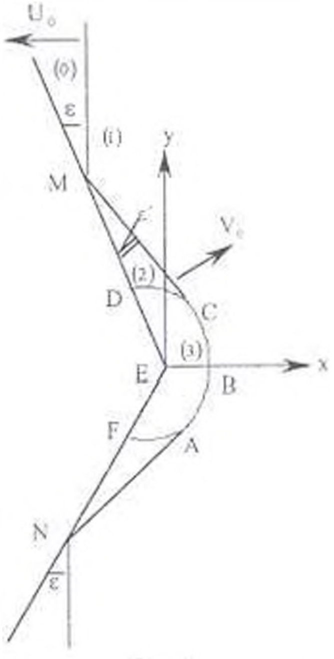
[illegible] դիտարկվում է բութ սեպից անդրադարձած հարվածային ալիքի հոսանքի [illegible] հեղուկի շարժման պարամետրերի որոշման խնդիրը: Խնդիրը լուծվում է [illegible] անջատման եղանակով: Կատարված են թվային հաշվարկներ, որոնք բնութագրում են [illegible] ազդեցությունը էլեկտրահաղորդիչ հեղուկի վիճակի վրա

L.D. Azatian

The diffraction of magnetogasdynamec shock wave near the blunt wedge for initial magnetic field perpendicular to plane of main motion

В работе рассматривается задача определения параметров течения электропроводящей жидкости около ударной волны при ее отражении от тупого клина. Задача решается методом разделения переменных. Проведены численные расчеты, определяющие влияние [illegible] поля на состояние электропроводящей жидкости.

Рассматривается задача об отражении [illegible] магнитогазодинамической ударной волны, распространяющейся в идеальном [illegible] газе, от тупого клина при [illegible] магнитном поле B, параллельном линии пересечения граней клина, выбираемой в качестве оси Oz. Начало координат [illegible] в вершине угла, ось Ox направим по оси клина вправо, а ось Oy - вертикально вверх. Направление движения ударной волны совпадает с отрицательным направлением оси Ox. Падающая ударная волна предположена быстрой, так как при $B_n = 0$ (n — нормаль к [illegible] волне) медленная ударная волна отсутствует, что следует из уравнения [illegible] [1]. Задача плоская, поэтому альфвеновская волна также отсутствует.



Фиг. 1

Пусть фронт плоской ударной волны движется со скоростью U_0 и в момент $t = 0$ сталкивается с углом, стороны которого

образуют тупой угол $(\pi - 2\varepsilon)$. Для некоторого значения $t \neq 0$ картина движения показана на фиг 1.

Определим течение за падающей ударной волной. Параметры потока за падающим скачком постоянны и определяются из условий динамической совместности [2]

$$\rho_1 = -\frac{\rho_0 U_0}{(q_1 - U_0)}, \; B_1 = -\frac{B_0 U_0}{(q_1 - U_0)}, \; P_1 = P_0 + \rho_0 q_1 U_0 + \frac{B_0^2 q_1 (q_1 - 2U_0)}{8\pi (q_1 - U_0)^2} \qquad (1.1)$$

Здесь скорость q_1 частиц плазмы за падающим скачком определяется из уравнения

$$q_1^2 + \frac{2\gamma P_0 + \gamma a_0^2 \rho_0 - (\gamma+3)\rho_0 U_0^2}{(\gamma+1)\rho_0 U_0} q_1 - \frac{2(\gamma P_0 + a_0^2 \rho_0 - \rho_0 U_0^2)}{(\gamma+1)\rho_0} = 0 \qquad (1.2)$$

$$a_0^2 = \frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}$$

Обозначения параметров общепринятые, индекс параметров соответствует индексу зоны.

Определим течение за отраженным скачком. Параметры потока в зоне (2) определяются из соотношений для косого скачка уплотнения [2] и с точностью до малых первого порядка относительно ε равны

$$\rho_2 = \frac{(q_1 + V_0)}{V_0}\rho_1, \; P_2 = P_1 + \rho_1 q_1 (q_1 (q_1 + V_0) - \frac{B_1^2 q_1 (q_1 + 2V_0)}{8\pi V_0^2}$$

$$B_2 = \frac{(q_1 + V_0)}{V_0} B_1, \qquad q_2 \approx q_{2\tau} = q_1(\varepsilon + \varepsilon') \qquad (1.3)$$

Здесь V_0 – скорость отраженного скачка, определяемая из уравнения

$$V_0^3 - \frac{(\gamma-3)q_1}{2} V_0^2 - \left[\frac{(\gamma-1)}{2} q_1^2 + \frac{\gamma P_1}{\rho_1} + a_1^2\right] V_0 - \frac{(2-\gamma)a_1^2}{2} q_1 = 0 \qquad (1.4)$$

где $a_1^2 = \frac{B_1^2}{4\pi\rho_1}$. ε' – угол отражения ударной волны от клина, который определяется из условия неотрывности в точке M падающей и отраженной ударных волн $\varepsilon' = \frac{\varepsilon V_0}{U_0}$.

Используя условия динамической совместности для падающей и отраженной ударных волн, можно показать, что векторы магнитного поля $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ параллельны оси $0z$. Так как $\vec{B}_2$ параллелен оси $0z$, то его проекция на нормаль к стенке равна нулю, то есть силовые линии магнитного поля в области постоянного течения за отраженным скачком не проникают в клин.

Областью неравномерного течения в этой задаче является область ABCDEF (фиг.1), заключенная между стенкой DEF, скачком ABC и дугами DC и FA, представляющими фронт быстрой магнитозвуковой волны, порожденной вершиной угла. DC и FA являются дугами окружности $x^2 + y^2 = c_f^2 t^2$, где c_f - скорость распространения быстрой

магнитозвуковой волны, определяемая формулой

$$c_f = \sqrt{c_2^2 + a^2}\,,\quad a^2 = \frac{B_2^2}{4\pi\rho_2}$$

Участок границы ABC представляет собой криволинейную часть отошедшей ударной волны, которая является результатом дифракции от вершины клина. Задача состоит в определении параметров течения в зоне (3). Ввиду малости параметра ε величины

$$P = P_3 - P_2\,,\quad \rho = \rho_3 - \rho_2,\quad \bar{q} = \bar{q}_3(u, v)\,,\qquad \bar{b} = \bar{B}_3 - \bar{B}_2$$

будут порядка ε, и для нахождения этих малых величин может быть применена теория возмущений.

В области возмущенного течения ABCDEF уравнения магнитной газодинамики [2] после их линеаризации по ε имеют вид

$$\begin{aligned}
\frac{\partial b_z}{\partial t} &= -B_2\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\\
\frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2}\frac{\partial b_z}{\partial x}\\
\frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2}\frac{\partial b_z}{\partial y}\\
\frac{\partial P}{\partial t} &+ c_f^2\rho_2\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Так как отсутствует характерный размер длины, то задачу можно считать автомодельной. Вводя конические координаты $\xi = \frac{x}{c_f t}$, $\eta = \frac{y}{c_f t}$, вариацию давления $P^* = \frac{P_3 - p_2}{c_f\rho_2}$ и вариацию магнитного поля $\bar{b}^* = \bar{b}/\rho_2^{1/2}$, имеющие размерность скорости, мы можем уравнения (1.5) записать в следующем виде:

$$\frac{\partial b_{xz}^*}{\partial\xi} + \eta\frac{\partial b_{xz}^*}{\partial\eta} = \frac{B_2}{c_f\rho_2^{1/2}}\left(\frac{\partial u}{\partial\xi} + \frac{\partial w}{\partial\eta}\right),\quad \xi\frac{\partial u}{\partial\xi} + \eta\frac{\partial u}{\partial\eta} = \frac{\partial P^*}{\partial\xi} + \frac{a}{c_f}\frac{\partial b_{xz}^*}{\partial\xi}$$

$$\xi\frac{\partial w}{\partial\xi} + \eta\frac{\partial w}{\partial\eta} = \frac{\partial P^*}{\partial\eta} + \frac{a}{c_f}\frac{\partial b_{xz}^*}{\partial\eta}\,,\quad \xi\frac{\partial P^*}{\partial\xi} + \eta\frac{\partial P^*}{\partial\eta} = \frac{\partial u}{\partial\xi} + \frac{\partial w}{\partial\eta} \tag{1.6}$$

Из (1.5) следует, что возмущения магнитного поля в направлении осей Ox и Oy отсутствуют, то есть вектор возмущенного магнитного поля $\bar{b}$ параллелен оси Oz, следовательно проекция полного магнитного поля $\bar{B}_3 = \bar{B}_2 + \bar{b}$ на нормаль к клину будет равняться нулю, и задачу об определении давления P_3 в области неравномерного течения можно решать независимо от поля внутри клина.

На плоскости (ξ, η) область неравномерного течения заключена между дугами DC и FA единичной окружности и прямолинейными

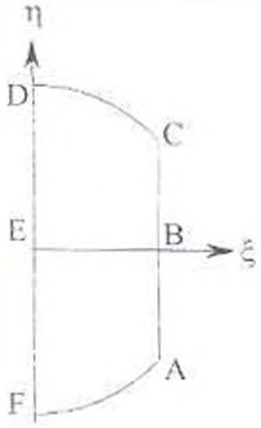
отрезками DEF и ABC, которыми заменяются стенка и искривленная часть ударной волны (фиг.2). При этом значение ξ на ABC равно

$$\xi = \frac{V_0}{c_f} = k_0 \qquad (1.7)$$

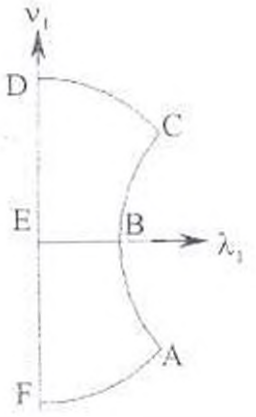
а значение ξ на стенке равно нулю.

Система (1.6) может быть сведена к одному уравнению для возмущенного давления

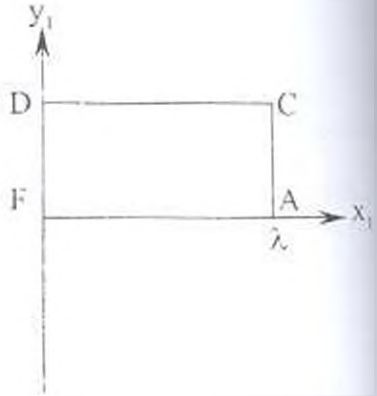
$$(1-\xi^2)\frac{\partial^2 P^*}{\partial \xi^2} - 2\xi\eta\frac{\partial^2 P^*}{\partial \xi \partial \eta} + (1-\eta^2)\frac{\partial^2 P^*}{\partial \eta^2} - 2\left(\xi\frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \eta\frac{\partial P^*}{\partial \eta}\right) = 0 \qquad (1.8)$$



Фиг.2



Фиг.3



Фиг.4

Определим граничные условия для P^*. На дугах DC и FA $P^* = 0$. Для того, чтобы получить условие для P^* на стенке, используем систему уравнений (1.5). Из первого и четвертого уравнений (1.5) имеем

$$\frac{\partial h_*}{\partial t} = -\frac{B_*}{\rho_2 c_f^2}\frac{\partial P}{\partial t} \qquad (1.9)$$

Дифференцируя (1.9) по x, а второе уравнение (1.5) по t, исключая $\frac{\partial^2 h_*}{\partial t \partial x}$, получим

$$\frac{4\pi\rho_2^2 c_f^2}{4\pi\rho_2 c_f^2 + B_*^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \qquad (1.10)$$

Так как в порядке ε на стенке $u = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$, то, как следует из (1.10), на стенке можно полагать $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0$.

Если считать, что невозмущенная часть отраженной ударной волны соответствует прямой $\xi = k_0$, то возмущенную ее часть можно задать уравнением $\xi = k_0 + f(\eta)$.

Для получения граничного условия для P^* на $\xi = k_0$, выражающегося

условие динамической совместности для искривленной ударной волны ABC, линеаризация которых относительно постоянного потока за искаженным плоским скачком дает систему уравнений, решение которой имеет вид

$$u = AP^*, \quad \eta\frac{\partial w}{\partial \eta} = E\frac{\partial P^*}{\partial \eta}, \quad b_{0\xi} = CP^* \quad \text{на } \xi = k_0, \tag{1.11}$$

где

$$A = \left[4\pi(\gamma-1)q_1\rho_2^2V_0 - (\rho_2-\rho_1)(4\pi\gamma\rho_2V_0^2 + 4\pi\gamma P_2 + B_2^2)\right]c_1Q$$

$$E = -\rho_2 q_1(B_2^2 + 4\pi\gamma P_2 - 4\pi\rho_2V_0^2)Q$$

$$C = 4\pi\rho_2^{\frac{1}{2}}c_1B_2\left[q_1\rho_2(\gamma-1) - (\gamma+1)(\rho_2-\rho_1)V_0\right]\cdot Q \tag{1.12}$$

где

$$Q = \frac{1}{(\gamma-1)(4\pi\rho_2V_0^2 - B_2^2)\rho_2q_1 - V_0(\rho_2-\rho_1)\left[4\pi(\gamma-1)\rho_2V_0^2 + 8\gamma\pi P_2 - (\gamma-1)B_2^2\right]}$$

Для $\gamma = 7/5$ и $\bar{B} = 0$ значения A и E даны в [3]. Исключая из уравнений (1.11) u, w, $b_{0\xi}$ при помощи уравнений (1.6), получим условие на скачке ABC для P^*

$$\frac{\partial P^*/\partial\xi}{\partial P^*/\partial\eta} = \frac{M_1\eta - Ek_0\eta^{-1}}{M_3} \tag{1.13}$$

где $M_1 = A + k_0 + \dfrac{B_2C}{4\pi\rho_2^{1/2}c_1k_0} = \dfrac{B_2^2}{4\pi\rho_2c_1^2k_0}$, $M_3 = 1 - k_0^2 + \dfrac{B_2^2}{4\pi\rho_2c_1^2}$

Наряду с условием (1.13) берется интегральное условие

$$\int_0^{\sqrt{1-k_0^2}}\frac{\partial w}{\partial\eta}\partial\eta = \int_0^{\sqrt{1-k_0^2}}\frac{E}{\eta}\frac{\partial P^*}{\partial\eta}\partial\eta = \int_0^{\sqrt{1-k_0^2}}\frac{E}{\eta}dP^* = q_2 \tag{1.14}$$

Лайтхилл [3] предложил следующий способ решения этой задачи. Преобразование Чаплыгина-Буземана [4]

$$\xi = \frac{2\rho}{1+\rho^2}\cos\theta, \quad \eta = \frac{2\rho}{1+\rho^2}\sin\theta, \quad r = \frac{2\rho}{1+\rho^2} = \sqrt{\xi^2+\eta^2}, \quad \frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tg}\theta \tag{1.15}$$

переводит уравнение (1.8) в уравнение Лапласа. В плоскости (ρ,θ) дуги DC и FA переходят в дуги окружности $\rho = 1$, отрезок ABC преобразуется в дугу окружности (фиг.3)

$$2\rho\cos\theta = k_0(1+\rho^2)$$

При преобразовании (1.15) граничное условие (1.13) преобразуется в условие

$$\frac{\partial P^*/\partial n}{\partial P^*/\partial s} = \frac{(M_1k_0'^2 - M_3k_0)k_0\operatorname{tg}\theta - Ek_0'^2\operatorname{ctg}\theta}{M_3(1-k_0^2\sec^2\theta)^{\frac{1}{2}}} \tag{1.16}$$

На дугах DC и FA $\frac{\partial P^*}{\partial s}=0$, а на стенке DEF $-\frac{\partial P^*}{\partial n}=0$, что завершает формулировку задачи в плоскости Буземана.

Далее применяется дополнительное конформное отображение

$$z_1=\ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)+\frac{1}{2}\pi i,\ \text{где}\ z=\lambda_1+i\nu_1=\rho e^{i\theta},\ z_1=x_1+iy_1 \tag{1.17}$$

Функция (1.17) переводит область дифракции ABCDEF в прямоугольник (фиг.4)

$$0<x_1<\lambda,\qquad 0<y_1<\pi, \tag{1.18}$$

где $\lambda=\frac{1}{2}\ln\frac{1+k_0}{1-k_0}$

Условие (1.16) в плоскости (x_1, y_1) имеет вид

$$-\frac{\partial P^*}{\partial x_1}\sin y_1\cos y_1=\frac{\partial P^*}{\partial y_1}\left[\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\cos^2 y_1-\frac{Ek_0}{M_3}\right] \tag{1.19}$$

а на DC, FA и DEF имеем

$$\frac{\partial P^*}{\partial x_1}=0 \tag{1.20}$$

Далее Лайтхилл образует функцию $\omega(z_1)=\partial P^*/\partial x_1-i\partial P^*/\partial y_1$ и находит ее подбором [3]

§2. Решение граничной задачи методом разделения переменных

Полагая $P^*=X(x_1)Y(y_1)$ и подставляя в уравнение Лапласа $\Delta P^*=0$ получим

$$X''Y+Y''X=0$$

$$X=C_1e^{\lambda_1x_1}+C_2e^{-\lambda_1x_1},\ Y=C_3\sin\lambda_1y_1+C_4\cos\lambda_1y_1$$

Удовлетворяя условиям (1.20), получим

$$P^*=\sum_{k=1}^{\infty}C_k\operatorname{ch}kx_1\sin ky_1 \tag{2.1}$$

Условие (1.19), с учетом (2.1), можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^{\infty}kC_k\left\{\operatorname{sh}k\lambda\sin ky_1\sin 2y_1+\operatorname{ch}k\lambda\cos ky_1\left[\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\cos 2y_1-\frac{2Ek_0}{M_3}\right]\right\}=0 \tag{2.2}$$

Умножая (2.2) на $\cos ly_1$ $(l=0,1,2,\ldots)$ и интегрируя от $-\pi$ до π, получим следующую систему уравнений для определения C_k

$l=0$ $\qquad C_2=0$

$$l=1 \quad C_1\left\{\mathrm{sh}\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}\lambda+\frac{\pi}{2}\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0-\frac{2Ek_0}{k_0'^2}\right)\mathrm{ch}\lambda\right\}+$$

$$+3C_3\left\{\mathrm{sh}3\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}3\lambda\right\}=0$$

$$l=2 \quad 2C_2\left\{2\mathrm{ch}2\lambda\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0-\frac{2Ek_0}{k_0'^2}\right)\right\}+$$

$$+4C_4\left\{\mathrm{sh}4\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}4\lambda\right\}=0 \qquad (2.3)$$

. . . . . .

$$l=n$$

$$(n-2)C_{n-2}\left\{-\mathrm{sh}(n-2)\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}(n-2)\lambda\right\}+$$

$$+nC_n\left\{2\mathrm{ch}\,n\lambda\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0-\frac{2Ek_0}{M_3}\right)\right\}+$$

$$+(n+2)C_{n+2}\left\{\mathrm{sh}(n+2)\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}(n+2)\lambda\right\}=0$$

Из формулы (2.3) следует, что коэффициенты C_k при четном k равны нулю, а при нечетном k будут определяться из

$$C_{n+2}=\frac{-2nC_n\mathrm{ch}\,n\lambda\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0-\frac{2Ek_0}{M_3}\right)}{(n+2)\left\{\mathrm{sh}(n+2)\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}(n+2)\lambda\right\}}-$$

$$-\frac{(n-2)C_{n-2}\left\{-\mathrm{sh}(n-2)\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}(n-2)\lambda\right\}}{(n+2)\left\{\mathrm{sh}(n+2)\lambda+\left(\frac{M_1k_0'^2}{M_3}-k_0\right)\mathrm{ch}(n+2)\lambda\right\}} \qquad (2.4)$$

Из (2.4) следует, что все коэффициенты C_k определяются через C_1. Для нахождения C_1 используется условие (1.14)

§3. Определение параметров течения в области дифракции

Запишем выражение для возмущенного давления (2.1) в переменных ξ,η

Из формулы (1.15) и (1.17) имеем

$$x_1 = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\xi}{1-\xi}, \quad y_1 = \operatorname{arctg}\frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}} + \frac{\pi}{2} \tag{3.1}$$

С использованием (3.1) выражение (2.1) запишется в виде

$$P^* = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}C_{2n+1}\left[\left(\frac{1+\xi}{1-\xi}\right)^{\frac{2n+1}{2}} + \left(\frac{1-\xi}{1+\xi}\right)^{\frac{2n+1}{2}}\right]\times$$

$$\times\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2} + (2n+1)\operatorname{arctg}\frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}}\right] \tag{3.2}$$

Остальные параметры в области дифракции могут быть определены из уравнений (1.6).

Для определения компоненты T_{xx} Максвелловского тензора напряжений в плазме необходимо найти компоненту b_x индуцированного в плазме в направлении оси Oz магнитного поля $T_{xx} = -\frac{B_z}{4\pi}b_x$.

Из уравнения (1.9) $b_x = \frac{B_z}{\rho_2 c_f^2}P$, или, используя вариации давления P^* и магнитного поля b_0, получим

$$b_{0x} = \frac{B_z}{\rho_2^{1/2}c_f}P^* \tag{3.3}$$

Вводя $T_{xx}^* = \frac{T_{xx}}{\rho_2 c_f}$ и, используя (3.3), получим

$$T_{xx}^* = -\frac{B_z^2}{4\pi\rho_2 c_f^2}P^* = -\frac{a^2}{c_f^2}P^* \tag{3.4}$$

С использованием (3.2), окончательно получим

$$T_{xx}^* = -\frac{a^2}{c_f^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}C_{2n+1}\left[\left(\frac{1+\xi}{1-\xi}\right)^{\frac{2n+1}{2}} + \left(\frac{1-\xi}{1+\xi}\right)^{\frac{2n+1}{2}}\right]\times$$

$$\times\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2} + (2n+1)\operatorname{arctg}\frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}}\right] \tag{3.5}$$

Окончательно для нормальной составляющей поверхностной нагрузки будем иметь

$$Z = P_2 + \rho_2 c_f (P^* - T_{xx}^*) \tag{3.6}$$

Перейдем к определению коэффициента C_{2n+1}. Для этого найдем компоненту w скорости q_1 вдоль $\theta = \frac{\pi}{2}(\xi = 0)$. Используя (3.3), из третьего уравнения (1.6) найдем w на $\xi = 0$.

$$w=\left(1+\frac{a^2}{c_f^2}\right)\int\frac{1}{\eta}\frac{\partial P^*}{\partial\eta}\,\partial\eta$$

$$w=\left(1+\frac{a^2}{c_f^2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}(2n+1)C_{2n+1}\left[\arcsin\eta+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\sin(2k\arcsin\eta)\right]$$

Величина w при $\xi=0$, $\eta=1$ равна значению q_2. Следовательно,

$$C_1\left(1+\frac{a^2}{c_f^2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}(2n+1)C_{2n+1}\cdot\frac{\pi}{2}=q_2\ ,\ \text{где}$$

q_2 определяется по формуле (1.3), $\overline{C}_k=C_k/C_1$.

$$C_1=\frac{2q_2}{\pi\left(1+\dfrac{a^2}{c_f^2}\right)\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}-(1)^{n+1}(2n+1)\overline{C}_{2n+1}} \qquad (3.7)$$

§4 Результаты численных расчетов

Для выяснения качественной картины рассматриваемого явления проведены численные расчеты для значений числа Маха $M=1{,}5;\ 3$ и $\bar{a}=0;\ 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}5$, где $\bar{a}=B_0^2/4\pi\rho_0U_0^2$. Результаты расчетов приведены в таблице.

Таблица

	$M=1{,}5$				$M=3$			
	$\bar{a}=0$	$\bar{a}=0{,}1$	$\bar{a}=0{,}3$	$\bar{a}=0{,}5$	$\bar{a}=0$	$\bar{a}=0{,}1$	$\bar{a}=0{,}3$	$\bar{a}=0{,}5$
$\tilde{P}(0)$	0,417	0,408	0,336	0,218	0,428	0,450	0,313	0,322
$\tilde{P}(0{,}2)$	0,403	0,393	0,320	0,206	0,392	0,415	0,266	0,280
$\tilde{P}(0{,}4)$	0,362	0,353	0,285	0,183	0,309	0,349	0,220	0,246
$\tilde{P}(0{,}6)$	0,302	0,296	0,243	0,158	0,246	0,286	0,193	0,214
$\tilde{P}(0{,}8)$	0,223	0,220	0,189	0,129	0,215	0,231	0,173	0,183
$\tilde{P}(1)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_3(0)$	1,606	1,520	1,053	0,622	3,763	3,084	1,206	0,400
$P_3(0{,}2)$	1,611	1,524	1,056	0,624	3,791	3,110	1,230	0,406
$P_3(0{,}4)$	1,621	1,535	1,064	0,628	3,856	3,159	1,253	0,420
$P_3(0{,}6)$	1,638	1,551	1,074	0,632	3,907	3,206	1,267	0,430
$P_3(0{,}8)$	1,660	1,571	1,086	0,637	3,931	3,247	1,278	0,440
$P_3(1)$	1,722	1,631	1,129	0,658	4,101	3,420	1,367	0,499

Расчеты для распределения безразмерного давления $\tilde{P}=-(P^*-T_\alpha^*)/\varepsilon U_0$ на стенке показывают, что качественно сохраняется

картина, имеющая место в газовой динамике [3], и, кроме того, имеет место уменьшение давления $\bar{P}$ при увеличении параметра a. По формуле

$$P_1 = P_2 + \varepsilon\rho_2 c_f (P^* - T_w^*)$$

рассчитано также для $\varepsilon = 0{,}1$ распределение полного давления P_1 на стенке, причем с увеличением $\bar{a}$ давление P_1 уменьшается. Из таблицы также видно, что $\bar{P}$ и P_2 на стенке увеличиваются с ростом числа Маха при фиксированном значении параметра $\bar{a}$. Эффект уменьшения давления P_1 на стенке по сравнению с его газодинамическим значением может быть использован для ослабления воздействия ударной волны на объекты, находящиеся в электропроводящей жидкости (например, в сильно ионизованной морской воде).

Автор выражает благодарность член-корр. НАН РА А.Г. Багдоеву за ценные советы, а также благодарит ассистента факультета Прикладной математики ЕрГУ С.А. Саакяна за численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баум Ф.А., Каплан С.А., Станюкович К.П. Введение в космическую газодинамику. М.: Физматгиз, 1968. 424с.
2. Калихман Л.Е. Элементы магнитной газодинамики. М.: Атомиздат, 1964. 423с.
3. Lighthill M.J. Proc. Roy, Soc. London, A200, 554-566, 1950. 584с.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.2. М.: Физматгиз. 1963. 621с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
11.06.2002