

УДК 62.50

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ИГРОВАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ
 СХВАТОМ МАНИПУЛЯТОРА

Матевосян А.Г.

Ա.Գ. Մաթևոսյան

Մանիպուլյատորի բռնիչի շարժման դեկոմպոզիան ստոխաստիկ խաղային խնդիր

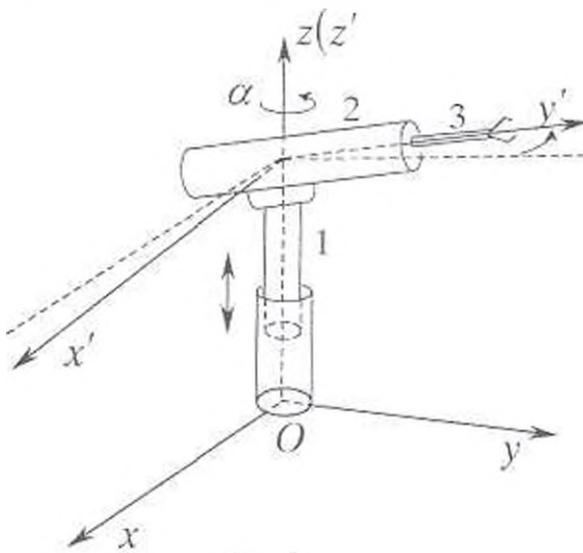
Դիտարկվում է երկդրակ մանիպուլյատորի ստոխաստիկ շարժման խաղային դեկոմպոզիան խնդիրը։ Ելադրեճալ՝ նշանակալից եղանակով օրոտոմնասիրճաճ է մանիպուլյատորի բռնիչը նախաստիկին բաճկոնրչաճ նեճ օտոնեցման խոդիչը կատարցլաճ է ստոխաստիկ հրալրեճտիկ անհոճնոտրոտալաճնոչրոտր և օպտիմալ սարլատեղաճեղր։

A.G. Matevosyan

Stochastic game problem of control by a movement of the manipulator

Рассматривается игровая задача управления стохастическим движением двухзвенового манипулятора. Методом экстремального прицеливания исследована задача солижения схвата манипулятора к целевым множеством. Построено стохастическое гипотетическое рассогласование и оптимальные стратегии.

1. Расчетная модель схвата и уравнения движения. Рассматривается манипулятор типичной конструкции [1], кинематическая схема которого на фиг. 1. Уравнения движения манипулятора по степеням подвижности α



Փիգ. 1

и α при $g = 0$ описывается следующими дифференциальными уравнениями [2]

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\alpha} &= Q_1 \\ I_2 \ddot{z} &= Q_2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где I_1 – суммарный момент инерции вала (1), направляющей (2) и звена с грузом на схвате (3) относительно оси вращения OZ .

$I_2 = m_1 + m_2 + m_3$; m_1 – суммарная масса вала и направляющей, m_2 – масса звена, а m_3 – масса груза на схвате.

$Q_i (i = 1, 2)$ – обобщенные управляющие силы и моменты, которые действуют по степеням подвижности α и z , соответственно.

Обобщенные управляющие воздействия $Q_i (i=1,2)$ представим в виде суммы двух слагаемых

$$Q_i = k u_i' + n_i v_i' \quad (i=1,2) \quad (1.2)$$

Предполагается, что первые слагаемые являются движущими силами, а вторые удерживающими, обеспечивая тем самым плавное движение схвата. Они могут быть выработаны в системе управления манипулятором с обратной связью с помощью одной или нескольких приводных систем и в сочетании обеспечивают плавное (или мягкое) движение звеньев и схвата манипулятора. Здесь конфликт между движущими и удерживающими силами имеет виртуальный характер. Для определенности предполагаем, что движущие силы по каждой степени подвижности совершают положительную, а удерживающие отрицательную работу. $k_i, n_i (i=1,2)$ — передаточные числа управляющих приводов или коэффициенты усиления.

После перехода к безразмерным переменным

$$u_i' = \frac{u_i T^2}{l_i}; v_i' = \frac{v_i T^2}{l_i}; z' = \frac{z}{h}; u_i = \frac{u_i T^2}{l_i h}; v_i = \frac{v_i T^2}{l_i h} \quad (1.3)$$

уравнения (1.1) с последующим опусканием штрихов относительно переменных $x_i (i=1,2,3,4)$ ($x_1 = \alpha, x_2 = \dot{\alpha}, x_3 = z, x_4 = \dot{z}$) принимают вид

$$\dot{x} = Ax + Bu - Cv \quad (1.4)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ n_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & n_2 \end{pmatrix}$$

$$u = (u_1, u_2)^T, v = (v_1, v_2)^T \quad (1.5)$$

В обозначениях (1.3) T принято за единицу измерения характерного времени процесса движения манипулятора, h — максимальная высота схвата относительно плоскости XOY . Угол поворота α и линейное перемещение z имеют порядок единицы. Тогда для безразмерных переменных и параметров системы (1.4) выполняются следующие соотношения порядков: $x \sim 1, u \sim 1, v \sim 1$ [2,3,4].

2 Игровая задача управления. Рассмотрим задачу управления движением двухзвенного манипулятора, описываемого уравнениями (1.4). Предположим, что во время управления движением в системе управления или в передаточных системах манипулятора возникают случайные элементы. Движение такого манипулятора можно описать следующей системой стохастических дифференциальных уравнений [5]:

$$dx = Axdt + Bud\zeta(t, \omega) + Cvd\zeta(t, \omega) \quad (2.1)$$

где $\zeta = \zeta(t, \omega)$ — случайный процесс, удовлетворяющий условиям теоремы существования и единственности решения стохастического дифференциального уравнения [6].

Рассмотрим игровую задачу сближения с целевым множеством M в момент ϑ , где в качестве управления первого игрока выступают компоненты вектора $U = (u_1, u_2)$, а второго игрока — компоненты вектора $V = (v_1, v_2)$. Конфликт между игроками имеет виртуальный характер.

Задача. Требуется привести схват манипулятора из заданного начального состояния (t_0, x_i^0) , $i = 1, 2, 3, 4$ в целевое множество M .

$$M = \{x: a_i x_i^2 + a_3 x_3^2 \leq d^2\} \quad (2.2)$$

с заданными ограничениями на управляющие воздействия

$$(k_1 u_1)^2 + (k_2 u_2)^2 \leq \lambda^2; \quad (n_1 v_1)^2 + (n_2 v_2)^2 \leq \mu^2 \quad (2.3)$$

где a_i ($i = 1, 3, 5$), d , λ , μ — постоянные величины.

Для исследования поставленной задачи составим стохастическое гипотетическое рассогласование [7, 8]:

$$\begin{aligned} \epsilon(t_0, \vartheta, \omega) = & \max_{\substack{U \\ \text{в } \mathcal{G}}} [IX\{\vartheta, t\}x(t) - \min_{\substack{V \\ \text{в } \mathcal{P}}} I'P + \int_t^{\vartheta} \min_{\substack{U \\ \text{в } \mathcal{G}}} IX\{\vartheta, \tau\} B(\tau) u(\tau, \omega) d\xi + \\ & + \int_t^{\vartheta} \min_{\substack{V \\ \text{в } \mathcal{P}}} IX\{\vartheta, \tau\} k'(\tau) v(\tau, \omega) d\xi \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $X[\vartheta, t]$ — фундаментальная матрица решений однородной части системы (2.1)

Предположим, что стохастический процесс можно представить в следующем виде [9]:

$$\xi(t, \omega) = \eta(\omega) \gamma(t) \quad (2.5)$$

где $\eta(\omega)$ — случайная величина, а $\gamma(t)$ имеет ограниченную вариацию, то есть

$$d\xi(t, \omega) = d\eta(\omega) \gamma(t) = \eta(\omega) \beta(t) dt \quad (2.6)$$

В регулярном случае стратегия первого игрока, обеспечивающая встречу почти наверно всех траекторий системы (2.1) с множеством M , определяется из условия

$$IX[\vartheta, t] B u_0 \eta(\omega) \beta(t) = \min_{\substack{(k, u), \\ (k, u), \gamma \leq \lambda}} IX[\vartheta, t] B v_0 \eta(\omega) \beta(t) \quad (2.7)$$

Предположим также, что $\beta(t)$ — линейная функция и имеет следующий вид $\beta(t) = mt + n$. Тогда гипотетическое рассогласование будет:

$$\begin{aligned} \epsilon(t_0, \vartheta, \omega) = & \max_{\substack{U \\ \text{в } \mathcal{G}}} [l_1 x_1^0 + l_1 (\vartheta - t_0) x_2^0 + l_3 x_3^0 + l_3 (\vartheta - t_0) x_4^0 + \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \min_{\substack{(k, u), \gamma \leq \lambda; \\ (k, u), \gamma \leq \lambda}} (l_1 k_1 u_1 + l_2 k_2 u_2) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) d\tau + \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \max_{\substack{(n, v), \gamma \leq \mu; \\ (n, v), \gamma \leq \mu}} (l_1 n_1 v_1 + l_2 n_2 v_2) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) d\tau - d \sqrt{\frac{l_1^2}{a_1} + \frac{l_3^2}{a_3}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Для удобства вычисления предположим, что $a_1 = a_3 = 1$ и введем следующие обозначения:

$$u_1^* = k_1 u_1, \quad u_2^* = k_2 u_2, \quad v_1^* = n_1 v_1, \quad v_2^* = n_2 v_2 \quad (2.9)$$

Условия (2.3) при (2.9) принимают вид

$$(u_1^*)^2 + (u_2^*)^2 \leq \lambda^2, \quad (v_1^*)^2 + (v_2^*)^2 \leq \mu^2 \quad (2.10)$$

После этого гипотетическое рассогласование будет

$$\begin{aligned} \varepsilon(t_0, \vartheta, \omega) = & \max_{\substack{x_1^0 \\ x_2^0 \\ x_3^0}} [l_1 x_1^0 + l_2 (\vartheta - t_0) x_2^0 + l_3 x_3^0 + l_4 (\vartheta - t_0) x_4^0 - \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \min_{\substack{u_1^* \\ u_2^*}} (l_1 u_1^* + l_2 u_2^*) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) d\tau + \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \max_{\substack{v_1^* \\ v_2^*}} (l_1 v_1^* + l_3 v_2^*) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) d\tau - d] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Обозначая

$$F_1 = (l_1 u_1^* + l_2 u_2^*) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) + g_1 \left[(u_1^*)^2 + (u_2^*)^2 - \lambda^2 \right] \quad (2.12)$$

$$F_2 = (l_1 v_1^* + l_3 v_2^*) (\vartheta - \tau) (m\tau + n) \eta(\omega) + g_2 \left[(v_1^*)^2 + (v_2^*)^2 - \mu^2 \right]$$

и определяя экстремальные значения функции F_1, F_2 методом неопределенных множителей Лагранжа (g_1, g_2), получим

$$u_1 = -\frac{\lambda l_1}{k_1 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}, \quad u_2 = -\frac{\lambda l_2}{k_2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}} \quad (2.13)$$

$$v_1 = -\frac{\mu l_1}{n_1 \sqrt{l_1^2 + l_3^2}}, \quad v_2 = -\frac{\mu l_3}{n_2 \sqrt{l_1^2 + l_3^2}} \quad (2.14)$$

Подставляя (2.13) и (2.14) в (2.11), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon(t_0, \vartheta, \omega) = & \max_{\substack{x_1^0 \\ x_2^0 \\ x_3^0}} [l_1 x_1^0 + l_2 (\vartheta - t_0) x_2^0 + l_3 x_3^0 + l_4 (\vartheta - t_0) x_4^0 + \\ & \cdot (\mu - \lambda) \eta(\omega) \left(\frac{(\vartheta m - n)(\vartheta^2 - t_0^2)}{2} - m \frac{\vartheta^3 - t_0^3}{3} + \vartheta m (\vartheta - t_0) \right) - d] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Аналогично вычислим максимум по l в (2.16):

$$\begin{aligned} l_1^0 &= \frac{(x_1^0 + (\vartheta - t_0) x_2^0)}{\sqrt{(x_1^0 + (\vartheta - t_0) x_2^0)^2 - (x_3^0 + (\vartheta - t_0) x_4^0)^2}} \\ l_3^0 &= \frac{(x_3^0 + (\vartheta - t_0) x_4^0)}{\sqrt{(x_1^0 + (\vartheta - t_0) x_2^0)^2 + (x_3^0 + (\vartheta - t_0) x_4^0)^2}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в (2.13) и (2.14), получим экстремальные стратегии.

Компоненты вектора прицеливания \bar{l}_0 при выборе стохастического процесса в виде (2.5) в общем случае будут зависеть от ω неявным образом. Отсюда и из вида гипотетического рассогласования (2.8) заключаем, что при разных значениях $\omega \in \Omega$ области достижимости будут подобными. После чего подставляя $u_1^*(t, t_0), u_2^*(t, t_0), v_1^*(t, t_0), v_2^*(t, t_0)$ в (2.1) и интегрируя, получим соответствующие фазовые

траектории, обеспечивающие их встречу с множествами M почти наверно.

При заданной функции распределения для стохастического процесса $\xi(t, \omega)$ можно вычислить также математическое ожидание и дисперсию гипотетического рассогласования (2.15).

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю. Г. Промышленные роботы. Справочник. М: Машиностроение, 1983.
2. Черноусько Ф.А., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.
3. Акуленко А.Д., Болотник Н.Н. Синтез оптимального управления транспортными движениями промышленных роботов. //Изв. АН СССР, МП, 1986, №4.
4. Аветисян В.В., Акуленко А.Д., Болотник Н.Н. Оптимальное управление электроприводами промышленных роботов. //Препринт ИПМ АН СССР №286-М., 1986.
5. Справочник по теории автоматического управления. Под редакцией А.А Красовского М.: Наука, 1987.
6. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Наукова думка 1968.
7. Матевосян А.Г. Дифференциальная игра сближения с m целевыми множествами для стохастических линейных систем. //Ученые записки БГУ, 2001, №3, С. 31-34.
8. Габриелян М.С., Матевосян А.Г. Минимаксное прицеливание в собственно-линейной стохастической системе при m целевых множествах. //Ученые записки БГУ, 2002, №2.
9. Остром К. Введение в стохастическую теорию управления. М: Мир, 1973.

Ереванский
госуниверситет

Поступила в редакцию
15.07.2002