

ИГРОВОЙ ПОДХОД К МНОГОЦЕЛЕВОМУ УПРАВЛЕНИЮ
 ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

Гукасян А.А., Степанян В.К.

Ա. Ա. Գուկասյան, Վ. Բ. Ստեփանյան

Երկուղակ մանիպուլյատորի բազմանպատակ ղեկավարման խաղային մոտեցում

Исследован подход к управлению многоцелевым управлением двухзвенным манипулятором, когда манипулятор находится под воздействием внешней помехи, ограниченной по величине, или управляется двумя противодействующими воздействиями. В обоих случаях решаются игровые задачи для линейной модели манипулятора и полученные оптимальные решения используются для организации управления нелинейной модели с помощью дополнительного регулятора.

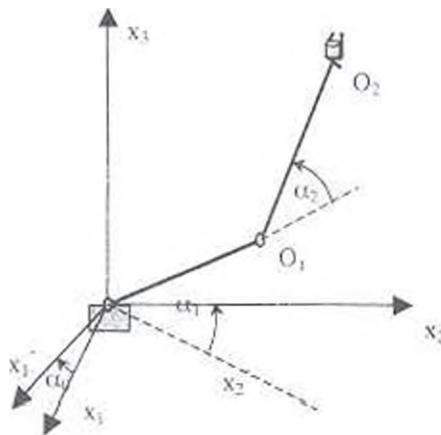
A.A. Ghukasyan, V.K. Stepanyan

The Game Approach to Multi-purpose Control of Double Linked Manipulator

Исследуются задачи многоцелевого управления двухзвенного манипулятора с пятью степенями подвижностей, когда манипулятор находится под воздействием внешней помехи, ограниченной по величине, или управляется двумя противодействующими воздействиями. В обоих случаях решаются игровые задачи для линейной модели манипулятора и полученные оптимальные решения используются для организации управления нелинейной модели с помощью дополнительного регулятора.

Введение. Игровой подход к задачам управления движениями манипулятора был предложен в работах [1,2], где управления по каждой степени подвижности создавались двумя противодействующими управля-

ющими воздействиями. При этом предполагалось, что конфликт имеет виртуальный смысл и заключается в том, что один из этих управляющих воздействий (первый игрок) исполняет роль движущей силы, а второй (второй игрок) – удерживающей, обеспечивая тем самым плавное движение составных частей манипулятора. Оптимальные стратегии были получены с помощью метода динамического программирования Беллмана и метода экстремального прицеливания Крассовского при заданном квадратичном функционале и при наличии ограничений на управляющие



Ֆիգ. 1

воздействия.

В данной работе исследуются игровые задачи для многоцелевого управления движениями двухзвенного манипулятора, расчетная модель и уравнения движения которого приведены в работах [1-3]. При этом используется метод экстремального прицеливания для многих целевых

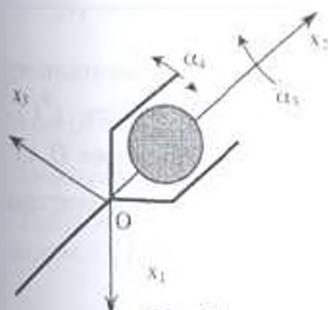
множество в [5].

1. Постановка задачи. Рассмотрим двухзвенный антропоморфный манипулятор (фиг.1), состоящий из подвижной платформы и механической руки со схватом (фиг.2), уравнение движения которого имеет вид:

$$A_\varepsilon \ddot{\alpha} + \varepsilon f(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = u - v \quad (1.1)$$

где

$$A_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \ddot{\alpha} = \begin{pmatrix} \ddot{\alpha}_0 \\ \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_2 \\ \ddot{\alpha}_3 \\ \ddot{\alpha}_4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$



Фиг. 2

$\varepsilon > 0$ — малый параметр, $0 < h < 1$, f_1, f_2 — нелинейные функции, $u \in P$ есть управляющее воздействие, а $v \in Q$ — помеха где $P, Q \in R^5$ компактно в R^5 .

Пусть заданы моменты времени $t_0 = 0, < t_1 < \dots < t_m = \theta$, начальное состояние

$$(t_i, \alpha^i, \dot{\alpha}^i, i = 0, \dots, 4) \quad (1.3)$$

и целевые состояния

$$(\theta_j, \alpha^{j+1}, \dot{\alpha}^{j+1}, i = 0, \dots, 4; j = 1, \dots, m) \quad (1.4)$$

Рассмотрим задачу о приведении манипулятора из заданного начального состояния (1.3) в целевые состояния (1.4), соблюдая при этом заданные ограничения. Помеха $v \in Q$ может принимать любые значения, которые гарантируют существование и единственность решения уравнения (1.1).

Учитывая, что ε есть малый параметр, как и в [1-3], перейдем к линейной модели манипулятора, уравнение движения которой получается из (1.1) при $\varepsilon = 0$. Введем новые переменные

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= x_1, \quad \dot{\alpha}_0 = x_2, \quad \alpha_1 = x_3, \quad \dot{\alpha}_1 = x_4, \quad \alpha_2 = x_5, \quad \dot{\alpha}_2 = x_6, \quad \alpha_3 = x_7, \quad \dot{\alpha}_3 = x_8 \\ \alpha_4 &= x_9, \quad \dot{\alpha}_4 = x_{10}, \quad u_1 = u_1, \quad \frac{1}{1-h} u_1 = u_2, \quad \frac{1}{1-h} u_2 = u_3, \quad u_3 = u_4, \quad u_4 = u_5, \quad (1.5) \\ v_5 &= v_1, \quad \frac{1}{1-h} v_1 = v_2, \quad \frac{1}{1-h} v_2 = v_3, \quad v_3 = v_4, \quad v_4 = v_5 \end{aligned}$$

Тогда уравнение линейной модели приводится к виду

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad u \in P, v \in Q, \quad (1.6)$$

где матрицы A и $B = -C$ получаются из (1.1) в соответствии с преобразованием (1.5).

Согласно поставленной задаче определим в пространстве $[t_0, T] \times R^{10}$

целевые множества

$$M_j = \{(t, x) : t = \vartheta_j, x = x^{(j)}\}, \quad j = 1, \dots, m \quad (1.7)$$

где $(\vartheta_j, x^{(j)})$ — точки, соответствующие состояниям (1.4).

Наша цель состоит в приведении манипулятора с помощью управляющего воздействия $u \in P$ из состояния (1.3) к целевым множествам (1.7) при любой реализации помехи $v \in Q$, где множества

P, Q получаются преобразованием (1.5) из P', Q' соответственно. Поставленную задачу можно рассмотреть как дифференциальную игру сближения-уклонения с многими целевыми множествами.

Такую же задачу имеем, когда $v \in Q$ есть активно противодействующая сторона. Только в этом случае необходимо решать задачу уклонения для получения оптимального закона противодействия. Эта игровая задача имеет решение в классе кусочно-позиционных стратегий с "конечной памятью" о складывавшихся ситуациях в отдельные моменты времени и оптимальные стратегии можно построить с помощью вспомогательных программных конструкций методом экстремального прицеливания [4].

2. Применение метода экстремального прицеливания. Согласно этому методу нам предстоит вычислить гипотетическое рассогласование $\varepsilon^0(\cdot)$. Рассмотрим движение системы (1.6), начиная из текущей позиции (t, x) , где $t \in [\vartheta_{\alpha-1}, \vartheta_\alpha)$, $(\alpha = 1, \dots, m)$. Пусть заданы постоянные векторы $b^{(k)} \in R^{10}$; $k = 1, \dots, \alpha - 1$. Функцию $\varepsilon^0(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(\alpha-1)}, \{\vartheta_k\})$ можно вычислить следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon^0(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(\alpha-1)}, \{\vartheta_k\}) = \max_{|u| \leq 1} & \left[\sum_{k=1}^{\alpha-1} l'_k b^{(k)} + \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, t] + \right. \\ & \left. + \int_{t_0}^t \min_{|v| \leq 1} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] |B| u d\tau + \int_{t_0}^t \min_{|v| \leq 1} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] |C| v d\tau - \sum_{k=1}^m l'_k x^{(k)} \right] + c \end{aligned} \quad (2.1)$$

если правая часть в (2.1) больше или равна c , в противном случае $\varepsilon^0(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(\alpha-1)}, \{\vartheta_k\}) = c$. Здесь матрицы $\bar{X}[T, t]$ и $\bar{X}[T, t]$ определяются следующим образом [5]:

$$\bar{X}[T, t] = \begin{cases} X[T, t], & t \geq \tau \\ E, & t \leq \tau \end{cases}, \quad \bar{X}[T, t] = \begin{cases} X[T, t], & t > \tau \\ 0, & t \leq \tau \end{cases} \quad (2.2)$$

где $X[T, t]$ есть фундаментальная матрица системы $\dot{x} = Ax$ ($X[t, t] = E$, E — единичная матрица), l'_k — 10-мерный вектор с

компонентами $l'_k^{(1)}, \dots, l'_k^{(10)}$; $\|l\| = \left(\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{10} (l'_k^{(j)})^2 \right)^{1/2}$

Ситуация в данной задаче регулярна, то есть максимум в экстремальной задаче (2.1) достигается единственным набором векторов $\{l'_k, k = 1, \dots, m\}$, если функция

$$\sigma(t, \{\vartheta_k, t_k\}) = - \left[\int_{t_0}^t \min_{u \in P} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] B u d\tau + \int_t^{\vartheta} \min_{v \in Q} \sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] K v d\tau - \sum_{k=1}^m l'_k x^{(k)} \right] \quad (2.3)$$

выпукла по набору $\{l'_k, k = 1, \dots, m\}$.

Как доказано в [4], для системы (1.6) условие выпуклости выполняется, если предположить, что множества P и Q подобны, то есть $P = rQ$ ($r > 1$). Тогда для любой текущей позиции (t, x) , $t \in [\vartheta_{\alpha-1}, \vartheta_{\alpha}]$ ($\alpha = 1, \dots, m$) — экстремальная стратегия первого игрока $u^0(t, x)$, определяемая при условии $\varepsilon^n(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(m-1)}, \{\vartheta_k\}) > c$ ($b^{(k)} = x[\vartheta_k], k = 1, \dots, \alpha-1$) из задачи на минимум

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^m l'_k u^0(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(\alpha-1)}, \{\vartheta_k\}) \bar{X}[\vartheta_k, t] B u^0(t, x) = \\ & = \min_{u \in P} \sum_{k=1}^m l'_k (t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(\alpha-1)}, \{\vartheta_k\}) \bar{X}[\vartheta_k, t] B u \end{aligned} \quad (2.4)$$

а при условии $\varepsilon^n(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(m-1)}, \{\vartheta_k\}) = c$ любым вектором $u^0(t, x) \in P$ обеспечивает встречу всех движений $x[t, t_0, x_{t_0}, u^0]$ системы (1.6) со всеми целевыми множествами $M_k, k = \alpha, \dots, m$, если только $\varepsilon^n(t_0, x_{t_0}, \{\vartheta_k\}) = c$. Пусть множества P и Q заданы в виде:

$$\begin{aligned} P &= \{u : \|u\| = (u_1^2 + \dots + u_n^2)^{1/2} \leq \lambda\} \\ Q &= \{v : \|v\| = (v_1^2 + \dots + v_m^2)^{1/2} \leq \mu\}, \quad \lambda > \mu \end{aligned} \quad (2.5)$$

Тогда ситуация будет регулярной и применяя метод неопределенных множителей Лагранжа для функции $\varepsilon^n(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(m-1)}, \{\vartheta_k\})$ получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \varepsilon^0(t, x, b^{(1)}, \dots, b^{(m-1)}, \{\vartheta_k\}) &= \max_{\mu, \lambda} \left[\sum_{k=1}^{\alpha-1} l'_k b^{(k)} + \sum_{k=\alpha}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, t] + \right. \\ & \left. + (\mu - \lambda) \int_t^{\vartheta} \sqrt{\left(\sum_{k=1}^m l'_k \bar{X}[\vartheta_k, \tau] B \right) \left(\sum_{k=1}^m B^T \bar{X}^T[\vartheta_k, \tau] l'_k \right)} d\tau - \sum_{k=1}^m l'_k x^{(k)} \right] + c \end{aligned} \quad (2.6)$$

Для простоты вычислений рассмотрим случай, когда имеются только две цели $(\vartheta_1, x^{(1)})$ и $(\vartheta_2, x^{(2)})$, хотя метод остается в силе для любого числа целей. В этом случае экстремальная задача (2.6) упрощается и для любой текущей позиции (t, x) при $t_0 \leq t < \vartheta_1$ приводится к виду

$$\begin{aligned} \varepsilon^n(t, x, \vartheta_1, \vartheta_2) &= \max_{\mu, \lambda} \left[l'_1 X[\vartheta_1, t] x + l'_2 X[\vartheta_2, t] x + \right. \\ & \left. + (\mu - \lambda) \int_t^{\vartheta_1} \sqrt{\left(l'_1 \bar{X}[\vartheta_1, \tau] B + l'_2 \bar{X}[\vartheta_2, \tau] B \right) \left(B^T \bar{X}^T[\vartheta_1, \tau] l'_1 + B^T \bar{X}^T[\vartheta_2, \tau] l'_2 \right)} d\tau + \right. \end{aligned}$$

$$+ (\mu - \lambda) \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \sqrt{l'_2 \bar{X}[\vartheta_2, \tau] B B' \bar{X}'[\vartheta_2, \tau]} d\tau - l'_1 x^{(1)} - l'_2 x^{(2)}] + c \quad (2.7)$$

а при $\vartheta_1 \leq t < \vartheta_2$ - к виду

$$\begin{aligned} \varepsilon''(t, x, h^{(1)}, \vartheta_1, \vartheta_2) = \max_{\vartheta_1 \leq \tau \leq t} [l'_1 b^{(1)} + l'_2 X[\vartheta_2, \tau] x + \\ + (\mu - \lambda) \int_{\tau}^{\vartheta_2} \sqrt{l'_2 \bar{X}[\vartheta_2, \tau] B B' \bar{X}'[\vartheta_2, \tau]} d\tau - l'_1 x^{(1)} - l'_2 x^{(2)}] + c \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $h^{(1)} = x[\vartheta_1]$ (считается, что движение $x[t]$ уже прошло через позицию $(\vartheta_1, x[\vartheta_1])$).

Задача на максимум (2.8) совпадает с аналогичной задачей для дифференциальной игры с одним целевым множеством [1]. Задача на максимум (2.7) имеет более сложную структуру. В конкретных случаях решения экстремальных задач (2.7), (2.8) можно получить численными методами.

После решения экстремальных задач (2.7), (2.8) и получения векторов прицепления $l'_k = l'_k(t, x, \vartheta_1, \vartheta_2)$; $k = 1, 2$, оптимальную стратегию первого игрока $U_1^0 + u_1^0(t, x)$ в задаче сближения определяем из условия (2.4), при $m = 2$ в тех позициях $(t, x[t, t_0, x_0, U_1])$, где выполняется условие $\varepsilon''(t, x[t, t_0, x_0, U_1], \vartheta_1, \vartheta_2) > c$. В остальных позициях $u_1^0(t, x)$ есть любой вектор $u \in P$. Решая задачу (2.4) методом Лагранжа, получаем, вплоть до момента времени ϑ_1 , оптимальную стратегию первого игрока в виде

$$\begin{aligned} u_{11}^0(t, x) &= -\lambda H_1 [l_1^{(1)k}(\vartheta_1 - t) + l_1^{(2)k} + l_2^{(1)k}(\vartheta_1 - t) + l_2^{(2)k}] \\ u_{2c}^0(t, x) &= -\lambda H_1 [(l_1^{(3)k} - l_1^{(5)k})(\vartheta_1 - t) + l_1^{(4)k} - l_1^{(6)k} + (l_2^{(3)k} - l_2^{(5)k})(\vartheta_1 - t) + \\ &\quad + l_2^{(4)k} - l_2^{(6)k}] \\ u_{1c}^0(t, x) &= -\lambda H_1 [(l_1^{(5)k} - h l_1^{(3)k})(\vartheta_1 - t) + l_1^{(6)k} - h l_1^{(4)k} + (l_2^{(5)k} - h l_2^{(3)k})(\vartheta_1 - t) + \\ &\quad + l_2^{(6)k} - h l_2^{(4)k}] \\ u_{2c}^0(t, x) &= -\lambda H_1 [l_1^{(7)k}(\vartheta_1 - t) + l_1^{(8)k} + l_2^{(7)k}(\vartheta_1 - t) + l_2^{(8)k}] \\ u_{1c}^0(t, x) &= -\lambda H_1 [l_1^{(9)k}(\vartheta_1 - t) + l_1^{(10)k} + l_2^{(9)k}(\vartheta_1 - t) + l_2^{(10)k}] \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$H_1 = \sqrt{a_1(\vartheta_1 - t)^2 + 2b_1(\vartheta_1 - t) + d_1}$$

а после этого момента времени ϑ_1 равенствами

$$\begin{aligned}
 u_{\tau}^0(t, x) &= -\lambda [l_2^{(1)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(2)k}] (a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}} \\
 u_{\tau}^0(t, x) &= -\lambda [(l_2^{(3)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(5)k})(T - t) + l_2^{(4)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(6)k}] (a(\vartheta_2 - t)^2 + \\
 &+ 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}} \\
 u_{\tau}^0(t, x) &= -\lambda [(l_2^{(7)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(8)k})(T - t) + l_2^{(4)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(6)k}] (a(\vartheta_2 - t)^2 + \\
 &+ 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$u_{\tau}^0(t, x) = -\lambda [l_2^{(7)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(8)k}] (a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u_{\tau}^0(t, x) = -\lambda [l_2^{(9)k}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(10)k}] (a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
 a &= l_2^{(1)2} + (l_2^{(3)} - l_2^{(5)})^2 + (l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})^2 + l_2^{(7)2} + l_2^{(9)2} \\
 b &= l_2^{(1)l_2^{(2)}} + (l_2^{(3)} - l_2^{(5)})(l_2^{(4)} - l_2^{(6)}) + (l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})(l_2^{(6)} - hl_2^{(6)}) + l_2^{(7)l_2^{(8)}} + l_2^{(9)l_2^{(10)}} \\
 d &= l_2^{(2)2} + (l_2^{(4)} - l_2^{(6)})^2 - (l_2^{(6)} - hl_2^{(6)})^2 + l_2^{(8)2} + l_2^{(10)2} \\
 a_1 &= (l_1^{(1)} + l_2^{(1)l_1})^2 + (l_1^{(3)} - l_1^{(5)} + l_2^{(3)} - l_2^{(5)})^2 + (l_1^{(5)} - hl_1^{(5)} + l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})^2 + \\
 &+ (l_1^{(7)} + l_2^{(7)})^2 + (l_1^{(9)} + l_2^{(9)})^2 \\
 b_1 &= (l_1^{(1)} + l_2^{(1)l_1})(l_2^{(3)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_2^{(2)2} + l_2^{(2)l_1}) + (l_1^{(3)} - l_1^{(5)} + l_2^{(3)} - l_2^{(5)})(l_2^{(6)} - l_2^{(6)}) \times \\
 &\times (\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(5)} - l_1^{(6)} + l_2^{(5)} - l_2^{(6)}) + (l_1^{(5)} - hl_1^{(5)} + l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})(l_2^{(6)} - hl_2^{(6)}) \times \\
 &\times (\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(6)} - hl_1^{(6)} + l_2^{(6)} - hl_2^{(6)}) + (l_1^{(7)} + l_2^{(7)})(l_2^{(7)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + \\
 &+ l_1^{(8)} + l_2^{(8)}) + (l_1^{(9)} + l_2^{(9)})(l_2^{(9)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(10)} + l_2^{(10)}) \\
 d_1 &= (l_1^{(1)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(2)l_1} + l_2^{(2)l_1})^2 + ((l_2^{(3)} - l_2^{(5)})(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(4)} - l_1^{(6)} + l_2^{(4)} - l_2^{(6)}))^2 + \\
 &+ ((l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(6)} - hl_1^{(6)} + l_2^{(6)} - hl_2^{(6)}))^2 + \\
 &+ (l_2^{(7)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(8)} + l_2^{(8)})^2 + (l_2^{(9)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(10)} + l_2^{(10)})^2
 \end{aligned}$$

Управление (2.9), (2.10) гарантирует сближение ко всем целям (1.7). Построим теперь стратегию $V_{\tau} = v_{\tau}(t, x)$ второго игрока, обеспечивающую уклонение позиции $(t, x | t, x_0, V_{\tau})$ от множеств M_1 и M_2 до моментов $\bar{\vartheta}_1 - \delta$ и $\bar{\vartheta}_2 - \delta$ ($\delta > 0$ — малое число) в случае, когда $v \in Q$ есть активно действующая сторона. С помощью метода обобщенного экстремального прицеливания [4] составим сначала функции

$$\begin{aligned}
 v_{\tau}^0(t, x, \bar{\vartheta}_1) &= \max_{V_{\tau}} [l' X[\bar{\vartheta}_1, t] x + \int_{\tau}^{\bar{\vartheta}_1} \min_{v \in Q} l' X[\bar{\vartheta}_1, \tau] B v d\tau + \\
 &+ \int_{\tau}^{\bar{\vartheta}_2} \max_{v \in Q} l' X[\bar{\vartheta}_1, \tau] C v d\tau - l' x^{(1)}]
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1''(t, x, \bar{\vartheta}_1) = & \max_{V_1} \left[l' X[\bar{\vartheta}_1, t] x + \int_1^{t_1} \min_{U_1} l' X[\bar{\vartheta}_1, \tau] B u d\tau + \right. \\ & \left. + \int_1^{t_1} \max_{U_1} l' X[\bar{\vartheta}_1, \tau] C v d\tau - l' x^{(2)} \right] \end{aligned}$$

и вплоть до момента $\bar{\vartheta}_1 - \delta$ стратегию второго игрока определяю условия

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_1^0(t, x, \tau)]^{-2} l_1^{0T} X[\tau, t] d\tau + \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_2^0(t, x, \tau)]^{-2} l_2^{0T} X[\tau, t] d\tau \right\} C v_1(t, x) = \\ & = \max_{U_2} \left\{ \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_1^0(t, x, \tau)]^{-2} l_1^{0T} X[\tau, t] d\tau + \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_2^0(t, x, \tau)]^{-2} l_2^{0T} X[\tau, t] d\tau \right\} C v \end{aligned} \quad (2.12)$$

в тех позициях, где $\min_{t \in [t_0, t_1]} \varepsilon_1^0(t, x, \tau) > 0$, $\min_{t \in [t_0, t_1]} \varepsilon_2^0(t, x, \tau) > 0$, а после этого момента — из

$$\left\{ \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_1''(t, x, \tau)]^{-2} l_1^{0T} X[\tau, t] d\tau \right\} C v_1(t, x) = \max_{U_2} \left\{ \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_1''(t, x, \tau)]^{-2} l_1^{0T} X[\tau, t] d\tau \right\} C v \quad (2.13)$$

в тех позициях, где $\min_{t \in [t_0, t_1]} \varepsilon_1''(t, x, \tau) > 0$. В остальных позициях стратегии $v_1(t, x)$ есть любой вектор из множества Q . Стратегия $V_1 + v_1(t, x)$ обеспечивает уклонение от множеств M_k на промежутках $[t_0, \bar{\vartheta}_k]$ ($k = 1, 2$), если только $\min_{t \in [t_0, t_1]} \varepsilon_k^0(t_0, x_0, \tau) > 0$ [5].

Введем обозначения

$$\begin{aligned} s_1(t, x, \bar{\vartheta}_1) &= \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_1^0(t, x, \tau)]^{-2} l_1^{0T} X[\tau, t] d\tau + \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_2^0(t, x, \tau)]^{-2} l_2^{0T} X[\tau, t] d\tau \\ s_2(t, x, \bar{\vartheta}_2) &= \int_1^{t_1 - \delta} [\varepsilon_2^0(t, x, \tau)]^{-2} l_2^{0T} X[\tau, t] d\tau \end{aligned} \quad (2.14)$$

Тогда, применяя метод Лагранжа, из задач (2.12) и (2.13) получим

$$\begin{aligned} v_{1c}^{(k)}(t, x) &= \mu s_k^{(2)}(t, x, \bar{\vartheta}_k) H_k^{-1}(t, x, \bar{\vartheta}_k) \\ v_{2c}^{(k)}(t, x) &= \mu (s_k^{(4)}(t, x, \bar{\vartheta}_k) - s_k^{(6)}(t, x, \bar{\vartheta}_k)) H_k^{-1}(t, x, \bar{\vartheta}_k) \\ v_{3c}^{(k)}(t, x) &= \mu (s_k^{(6)}(t, x, \bar{\vartheta}_k) - h s_k^{(4)}(t, x, \bar{\vartheta}_k)) H_k^{-1}(t, x, \bar{\vartheta}_k) \\ v_{4c}^{(k)}(t, x) &= \mu s_k^{(8)}(t, x, \bar{\vartheta}_k) H_k^{-1}(t, x, \bar{\vartheta}_k) \\ v_{5c}^{(k)}(t, x) &= \mu s_k^{(10)}(t, x, \bar{\vartheta}_k) H_k^{-1}(t, x, \bar{\vartheta}_k) \end{aligned} \quad (2.15)$$

где через $H_k(t, x, T)$ обозначена величина

$$H_i(t, x, T) = (s_k^{(2)2}(t, x, T) + (s_k^{(4)}(t, x, T) - s_k^{(6)}(t, x, T))^2 + (s_k^{(8)}(t, x, T) - h s_k^{(4)}(t, x, T))^2 + s_k^{(8)2}(t, x, T) + s_k^{(10)2}(t, x, T))^{1/2} \quad (2.16)$$

при этом на промежутке $[t_0, \vartheta_k]$ ($k=1,2$) второй игрок выбирает стратегию $v^{(k)}(t, x)$.

Таким образом, игровая задача для линейной модели манипулятора приводит к определению векторов прицеливания $l_i''(t, x, \vartheta_1, \vartheta_2)$, $l_i'(t, x, \vartheta_1, \vartheta_2)$ и функции $\varepsilon''(t, x, \vartheta_1, \vartheta_2)$ из экстремальных задач (2.7) и (2.8). Для определения управлений для квазилинейной модели манипулятора заметим, что нелинейные члены $\varepsilon f_i(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$ в системе (1.1) имеют порядок ε , где ε — малая величина, а сами функции $f_i(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha})$ — порядок единицы. Нетрудно показать, что подстановка оптимальных стратегий $u''(t, x)$ и $v''(t, x)$ в нелинейную систему (1.1) приводит к решению $x^*(t)$, которая отличается от решения линейной системы $x''(t)$ величиной порядка ε . Это значит, что систему управления квазилинейной модели можно снабдить дополнительным регулятором, который будет вырабатывать дополнительные управляющие воздействия $u_\varepsilon(t, x)$, компенсирующие разность $x^*(t) - x''(t)$. Тогда квазилинейная система (1.1) будет обладать тем решением $x''(t)$, которое оптимально для линейной системы (1.6). Таким образом, выбирая стратегии игроков в виде $u^*(t, x) = u''(t, x) + u_\varepsilon(t, x)$ и $v^*(t, x) = v''(t, x)$, для квазилинейной модели получим то же самое движение $x''(t)$, что и для линейной модели.



Фиг. 3

Здесь $u_\varepsilon(t, x) = \varepsilon f(x^*, \dot{x}^*)$, где $f(x^*, \dot{x}^*)$ вычисляется при оптимальном для линейной модели режиме. Для данной модели манипулятора с разделением движений его составных частей (основания, звеньев, схвата)

дополнительный регулятор конструируется только для управления движением звеньев (фиг.3). При решении игровых задач для нелинейной модели (1.1) ограничения (2.5) изменяются следующим образом:

$$\|u^*(t)\| = \|u''(t) - u_c(t)\| \leq \|u''(t)\| + \|u_c(t)\| \leq \lambda + \varepsilon \|f(x^0, \dot{x}^0)\|$$

Следовательно, если первоначальные ограничения на управляющие воздействия заданы для квазилинейной модели манипулятора (1.1), то при решении линейных игровых задач следует область управляющих воздействий сузить на величину εf_0 , где $\|f(x, \dot{x})\| \leq f_0$.

Таким образом, вышезложенный подход позволяет существенно облегчить процедуру решения игровых задач для квазилинейной модели манипулятора, проигрывая при этом в использовании возможностей игроков. Этот проигрыш имеет порядок ε .

ЛИТЕРАТУРА

1. Гукасян А.А., Степанян В.К. Игровые задачи для схвата манипулятора // Изв.НАН Армении. Механика. 2000. Т. 53, №4. С. 63-72.
2. Гукасян А.А., Симонян Т. А. Об игровом подходе управления движением двухзвездного манипулятора // Уч. записки ЕГУ. 2001. №3. С. 50-56.
3. Черноушко Ф.А., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.
4. Красовский П.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
5. Габриелян М.С. Программные конструкции для игровых задач при m целевых множества//Изв. АН Арм ССР. Механика. 1985. Т.38. №3. С.55 – 66

Ереванский
Госуниверситет

Поступила в редакцию
19.04.2002