

УДК 518.9:531.01

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА УКЛОНЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК ОТ НЕСКОЛЬКИХ ЦЕЛЕВЫХ МНОЖЕСТВ В ОДНОРОДНОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

Барсегян В.Р., Симонян Т.А.

Վ.Ռ. Բարսեղյան, Տ.Ա. Սիմոնյան

Շատ նպատակային բազմություններից նյութական կետերի շեղման դիֆերենցիալ խաղ համասեռ
կենտրոնական դաշտում

Դիտարկվում է համասեռ կենտրոնական դաշտում շատ նպատակային բազմություններից շեղման
դիֆերենցիալ խաղ ստոխաստիկ մասնակի ծրագրային ստրատեգիաների դասում, երբ խաղը ընթանում է
նեղ սֆերիկ շերտերում: Երկրորդ խաղացողը կառուցում է իր ստրատեգիան հետևելով նախորդ
կառուցված ուղղորդին, առաջին խաղացողի ամենաուժեղ դիմադրության դեպքում: Հարթ դեպքում երկու
նպատակային բազմություններից շեղման համար կառուցված է երկրորդ խաղացողի ստրատեգիան
հերկված ուղղորդից համակարգի իրական թափային վիճակի շեղման գնահատականը ժամանակի
յանկալյալ ալիսի համար:

V.R. Barsегhyan, T.A. Simonyan

The differential game of the deviation of substantial points from several target sets in the homogeneous
central field

Рассматривается дифференциальная игра уклонения от нескольких целевых множеств и
классе стохастических частично-программных стратегий в однородном центральном поле.
когда игра протекает в тонких сферических слоях. Второй игрок строит свою стратегию
отслеживая построенный поводыри, при самом упорном сопротивлении со стороны первого
игрока. В комбинаторном случае при двух целевых множествах построена стратегия второго
игрока, которая обеспечивает уклонение от этих множеств и получена оценка для величины
расстояния истинного фазового состояния системы от поводыри в любой момент времени

1. Рассмотрим процесс преследования летательных аппаратов, условно
называемых перехватчиком и целью. Для описания движения перехватчика и цели, считая их материальными точками и пренебрегая возмущениями от не-
сферичности Земли, атмосферным сопротивлением и притяжением других небесных тел, запишем векторные уравнения для каж-
дого аппарата, участвующего в сближении [1].

$$\ddot{\vec{r}}_n + \frac{\mu_0}{r_n^3} \vec{r}_n = \vec{u}, \quad \ddot{\vec{r}}_c + \frac{\mu_0}{r_c^3} \vec{r}_c = \vec{v} \quad (1.1)$$

где $\vec{r}_n$ и $\vec{r}_c$ — геоцентрические радиус-векторы перехватчика и цели; $\vec{u}$ и $\vec{v}$ — равнодействующие векторы ускорения от тяги двигателей перехватчика и цели; μ_0 — гравитационная постоянная Земли.

Предполагая, что преследование протекает в тонких сферических слоях гравитационного поля [1] и считая, что двигатели управления работают непрерывно, уравнения (1.1) принимают вид

$$\ddot{\vec{r}}_n + \omega^2 \vec{r}_n = \vec{u}, \quad \ddot{\vec{r}}_c + \omega^2 \vec{r}_c = \vec{v} \quad (1.2)$$

где $\omega^2 = \frac{\mu_0}{r_{cp}^3}$, $r_{cp} = \text{const}$ — средний радиус сферического слоя.

Вычитая из первого уравнения (1.2) второе и определяя вектор дальности от цели до перехватчика $\bar{r} = \bar{r}_n - \bar{r}_u$, получим

$$\dot{\bar{r}} + \omega^2 \bar{r} = \bar{u} - \bar{v} \quad (1.3)$$

Уравнение (1.3) в нормальной форме запишется

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv \quad (1.4)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_6)'$, $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = y$, $x_4 = \dot{y}$, $x_5 = z$, $x_6 = \dot{z}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Управления $u = (u_1, u_2, u_3)'$ и $v = (v_1, v_2, v_3)'$ удовлетворяют ограничениям

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \leq \lambda_1^2, \quad v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 \leq \lambda_2^2 \quad (1.5)$$

Здесь и далее штрих означает транспонирование.

Пусть заданы моменты времени $t_0 = \vartheta_0 < \vartheta_1 < \dots < \vartheta_m = \theta$.

Рассмотрим дифференциальную игру уклонения системы (1.4) в моменты времени ϑ_k , ($k = 1, \dots, m$) от множеств

$$M_k: \sum_{i=1}^6 x_i^2[\vartheta_k] \leq a_k^2 \quad (k = 1, \dots, m) \quad (1.6)$$

когда управления $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ выбираются из класса стохастических частично-программных управлений на интервале времени $[t_0, \theta]$ [2,3].

Следуя работе [3], стохастические частично-программные управления игроков, как измеримые по t , ω и неупреждающие функции на полуинтервале $[\tau_i, \tau_{i+1})$ имеют вид

$$u_i(t, \omega, x[\tau_i]) = u_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]) \quad (1.7)$$

$$v_i(t, \omega, x[\tau_i]) = v_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]) \quad (1.8)$$

при $\tau_i \leq t < \tau_{i+1}$, где $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$ являются узлами разбиения интервала времени $[t_0, \theta]$ с диаметром $\delta = \sup_i (\tau_{i+1} - \tau_i)$ таким, что моменты времени ϑ_k ($k = 1, \dots, m$) являются узлами разбиения, т.е.

$$\tau_0 = t_0 = \vartheta_0, \quad \tau_i = \vartheta_1, \dots, \tau_m = \vartheta_m = \theta$$

Случайное движение системы (1.4) определится как решение стохастического дифференциального уравнения

$$\dot{x} = Ax + Bu_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i]) + Cv_i(t, \xi_1, \dots, \xi_i, x[\tau_i])$$

при частично-программных управлениях $u_i(\cdot)$ и $v_i(\cdot)$ и начальной позиции $(\tau_i, x[\tau_i])$, т.е.

$$x(t, \xi_1, \dots, \xi_{i-1}) = X[t, \tau_i] X[\tau_i] + \int_{\tau_i}^t X[t, \tau] [Bu(\tau, \cdot) + Cv(\tau, \cdot)] d\tau \quad (1.9)$$

при $\tau_i \leq t < \tau_{i+1}$. Здесь $X[t, \tau]$ - фундаментальная матрица решений однородной части системы (1.4) и имеет вид

$$X[t, \tau] = \begin{pmatrix} \cos \omega(t-\tau) & \frac{\sin \omega(t-\tau)}{\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega \sin \omega(t-\tau) & \cos \omega(t-\tau) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega(t-\tau) & \frac{\sin \omega(t-\tau)}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \sin \omega(t-\tau) & \cos \omega(t-\tau) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \omega(t-\tau) & \frac{\sin \omega(t-\tau)}{\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega \sin \omega(t-\tau) & \cos \omega(t-\tau) \end{pmatrix}$$

Иными словами, перехватчик (первый игрок) стремится сблизить стохастическое движение (1.9) системы к множествам M_k ($k = 1, \dots, m$) (1.6) не позже, чем к моментам времени ϑ_k ($k = 1, \dots, m$). Целью второго игрока является выбором своей стратегии (1.8) уклонить стохастическое движение (1.9) системы от всех множеств M_k ($k = 1, \dots, m$) до моментов θ_k .

2. Наряду со стохастическим движением (1.9) исходной системы (1.4) рассмотрим детерминированное движение точки (поводырь) $w(t)$, которое формируется так, чтобы в процессе игры они взаимно отслеживались [2, 4]. Динамика поводыря определяется следующим уравнением:

$$\dot{w} = Aw + Bu + Cv \quad (2.1)$$

Составим гипотетические рассогласования $\varepsilon_k^{(1)}(t, w, \vartheta_k)$ ($k = 1, \dots, m$) [3, 4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_k^{(1)}(t, w, \vartheta_k) = \max_{\|l_k\|=1} & \left[l_k' X[\vartheta_k, t] w + \int_{\vartheta_k}^t \min_{\substack{u^2 + w^2 + v^2 \leq \lambda_1^2}} l_k' X[\vartheta_k, \tau] Bu(\tau) d\tau + \right. \\ & \left. + \int_{\vartheta_k}^t \max_{\substack{v^2 + w^2 + u^2 \leq \lambda_2^2}} l_k' X[\vartheta_k, \tau] Cv(\tau) d\tau + \min_{p \in M_1} l_k' p \right] \quad (2.2) \end{aligned}$$

Стратегия второго игрока $\{V_k[t, w]\}$, обеспечивающая уклонение каждого движения $w(t)$ системы (2.1) от множеств $\{M_k\}$ до моментов времени $\vartheta_1, \dots, \vartheta_m$, если $w_0 = w(t_0)$ не принадлежит множеству M_1 , определяются из условия [3, 5]

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^m \int_{\vartheta_k - \mu}^{\vartheta_k + \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)]^2} l_k^{(0)'} X[\tau, t] \Big| CV_t[t, w] = \\ & = \max_{\substack{v^2 + w^2 + u^2 \leq \lambda_2^2}} \left\{ \sum_{k=1}^m \int_{\vartheta_k - \mu}^{\vartheta_k + \mu} \frac{d\tau}{[\varepsilon_k^{(0)}(t, w, \tau)]^2} l_k^{(0)'} X[\tau, t] \Big| CV \right. \\ & \quad \left. (\vartheta_{k-1} - \mu \leq t \leq \vartheta_k + \mu, k = 1, \dots, m) \right\} \quad (2.3) \end{aligned}$$

где $\mu > 0$ - сколь угодно малое число, $l_k^{(0)}$ - векторы, максимизирующие

(2.2), единственность которых следует из выполнения для l_k ($k = 1, \dots, m$) условия [5]

$$l'_k(Bu + Cv) \geq \min_{u^2 + v^2 \leq \lambda_1^2} l'_k Bu + \max_{v^2 + u^2 \leq \lambda_1^2} l'_k Cv$$

которое в данном случае принимает следующий вид:

$$l_{k2}(v_1 - u_1) + l_{k4}(v_2 - u_2) + l_{k6}(v_3 - u_3) \leq (\lambda_2 - \lambda_1) \sqrt{l_{k2}^2 + l_{k4}^2 + l_{k6}^2},$$

$$(k = 1, \dots, m)$$

Пучок абсолютно-непрерывных функций, который является поводырем, будет решением следующего дифференциального уравнения:

$$\dot{w} = Aw + Bu[t] + Cv \quad w_0 = w(t_0) \quad (2.4)$$

где $u[t]$ - любое допустимое управление, а V определяется из условия (2.3).

Так как целью второго игрока является получение гарантированного результата, обеспечивающего соответствующие отклонения от целевых множеств $M_1, \dots, M_m$ при самом упорном сопротивлении первого игрока, то второй игрок прицеливает движение на построенный поводырь.

Рассмотрим компланарный случай и пусть $m = 2$, тогда, предполагая, что

а) $l_{k1} = l_{k3} = 0$ ($k = 1, 2$) из (2.2) при $k = 1$ имеем

$$\varepsilon_1^0(t, w, \vartheta_1) = \max_{u^2 + v^2 \leq \lambda_1^2} \{ l_{12} A_1(t, w, \vartheta_1) + l_{14} B_1(t, w, \vartheta_1) +$$

$$+ \int_{t_0}^{\vartheta_1} \min_{u^2 + v^2 \leq \lambda_1^2} [u_1 l_{12} \cos \omega(\vartheta_1 - \tau) + u_2 l_{14} \cos \omega(\vartheta_1 - \tau)] d\tau +$$

$$+ \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \max_{v^2 + u^2 \leq \lambda_2^2} [v_1 l_{12} \cos \omega(\vartheta_1 - \tau) + v_2 l_{14} \cos \omega(\vartheta_1 - \tau)] d\tau + \min_{p \in M_1} l' p \}$$
(2.5)

где

$$A_1(t, w, \vartheta_1) = w_2(t) \cos \omega(\vartheta_1 - t) - w_1(t) \omega \sin \omega(\vartheta_1 - t)$$

$$B_1(t, w, \vartheta_1) = w_4(t) \cos \omega(\vartheta_1 - t) - w_3(t) \omega \sin \omega(\vartheta_1 - t)$$

Проведя необходимые выкладки, из (2.5) получим

$$l_{12}^0 = \frac{A_1(t, w, \vartheta_1)}{\sqrt{A_1^2(t, w, \vartheta_1) + B_1^2(t, w, \vartheta_1)}} \quad l_{14}^0 = \frac{B_1(t, w, \vartheta_1)}{\sqrt{A_1^2(t, w, \vartheta_1) + B_1^2(t, w, \vartheta_1)}}$$

$$\varepsilon_1^0(t, w, \vartheta_1) = \sqrt{A_1^2(t, w, \vartheta_1) + B_1^2(t, w, \vartheta_1)} + (\lambda_2 - \lambda_1) h_1(t, \vartheta_1) - a_1 \quad (2.6)$$

$$\text{где } h_1(t, \vartheta_1) = \int_t^{\vartheta_1} |\cos \omega(\vartheta_1 - \tau)| d\tau$$

Аналогичным образом из (2.2) при $k = 2$ будем иметь

$$l_{21}^0 = \frac{C_1(t, w, \vartheta_2)}{\sqrt{C_1^2(t, w, \vartheta_2) + D_1^2(t, w, \vartheta_2)}}$$

$$I_{24}^0 = \frac{D_1(t, w, \vartheta_2)}{\sqrt{C_1^2(t, w, \vartheta_2) + D_1^2(t, w, \vartheta_2)}}$$

$$\varepsilon_2^{(0)}(t, w, \vartheta_2) = \sqrt{C_1^2(t, w, \vartheta_2) + D_1^2(t, w, \vartheta_2) + (\lambda_2 - \lambda_1)h_2(t, \vartheta_2) - a_2} \quad (2.7)$$

где приняты обозначения

$$C_1(t, w, \vartheta_2) = w_2(t) \cos \omega(\vartheta_2 - t) - w_1(t) \omega \sin \omega(\vartheta_2 - t)$$

$$D_1(t, w, \vartheta_2) = w_4(t) \cos \omega(\vartheta_2 - t) - w_3(t) \omega \sin \omega(\vartheta_2 - t)$$

$$h_2(t, \vartheta_2) = \int_1^{\vartheta_2} |\cos \omega(\vartheta_2 - \tau)| d\tau$$

Таким образом, подставляя выражения для $\varepsilon_1^{(0)}$ из (2.6) и $\varepsilon_2^{(0)}$ из (2.7) в (2.3) и проводя соответствующие вычисления для управлений второго игрока, обеспечивающих уклонение от множеств M_1 и M_2 , будем иметь:

$$\begin{aligned} \text{при } t_0 \leq t \leq \tau \leq \vartheta_1 \quad V_{1c}(t, w) &= \lambda_2 F_1(t, w) [F_1^2(t, w) + E_1^2(t, w)]^{1/2} \\ V_{2c}(t, w) &= \lambda_2 E_1(t, w) [F_1^2(t, w) + E_1^2(t, w)]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \text{при } \vartheta_1 \leq t \leq \tau \leq \vartheta_2 \quad V_{1c}(t, w) &= \lambda_2 C_2(t, w) [C_2^2(t, w) + D_2^2(t, w)]^{1/2} \\ V_{2c}(t, w) &= \lambda_2 D_2(t, w) [C_2^2(t, w) + D_2^2(t, w)]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$F_1(t, w) = A_2(t, w) + C_2(t, w), \quad E_1(t, w) = B_2(t, w) + D_2(t, w)$$

$$A_2(t, w) = - \int_1^{\vartheta_1} \frac{I_{12}^0 \cos \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_1^{(0)}(t, w, \vartheta_1)]^2} d\tau, \quad B_2(t, w) = - \int_1^{\vartheta_1} \frac{I_{14}^0 \cos \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_1^{(0)}(t, w, \vartheta_1)]^2} d\tau$$

$$C_2(t, w) = - \int_1^{\vartheta_2} \frac{I_{22}^0 \cos \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_2^{(0)}(t, w, \vartheta_2)]^2} d\tau, \quad D_2(t, w) = - \int_1^{\vartheta_2} \frac{I_{24}^0 \cos \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_2^{(0)}(t, w, \vartheta_2)]^2} d\tau$$

б) При $I_{k2} = I_{k4} = 0$ ($k = 1, 2$), проводя аналогичные рассуждения, для управлений второго игрока, обеспечивающих уклонение от множеств M_1 и M_2 , будем иметь;

$$\begin{aligned} \text{при } t_0 \leq t \leq \tau \leq \vartheta_1 \quad V_{1c}(t, w) &= \lambda_2 F_2(t, w) [F_2^2(t, w) + E_2^2(t, w)]^{1/2} \\ V_{2c}(t, w) &= \lambda_2 E_2(t, w) [F_2^2(t, w) + E_2^2(t, w)]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \text{при } \vartheta_1 \leq t \leq \tau \leq \vartheta_2 \quad V_{1c}(t, w) &= \lambda_2 C_3(t, w) [C_3^2(t, w) + D_3^2(t, w)]^{1/2} \\ V_{2c}(t, w) &= \lambda_2 D_3(t, w) [C_3^2(t, w) + D_3^2(t, w)]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

где приняты следующие обозначения:

$$F_2(t, w) = A_3(t, w) + C_3(t, w), \quad E_2(t, w) = B_3(t, w) + D_3(t, w)$$

$$A_3(t, w) = - \frac{1}{\omega} \int_1^{\vartheta_1} \frac{I_{11}^0 \sin \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_1^{(0)}(t, w, \vartheta_1)]^2} d\tau, \quad B_3(t, w) = - \frac{1}{\omega} \int_1^{\vartheta_1} \frac{I_{13}^0 \sin \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_1^{(0)}(t, w, \vartheta_1)]^2} d\tau$$

$$C_1(t, w) = -\frac{1}{\omega} \int_{t_0}^{\vartheta_1} \frac{I_{21}^0 \sin \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_2^-(t, w, \vartheta_2)]^2} d\tau, \quad D_1(t, w) = -\frac{1}{\omega} \int_{t_0}^{\vartheta_1} \frac{I_{24}^0 \sin \omega(\tau - t)}{[\varepsilon_2^-(t, w, \vartheta_2)]^2} d\tau$$

$$\varepsilon_1^{-(0)}(t, w, \vartheta_1) = \sqrt{\bar{A}_1^2(t, w, \vartheta_1) + \bar{B}_1^2(t, w, \vartheta_1) + (\lambda_2 - \lambda_1)h_1(t, \vartheta_1) - a_1}$$

$$\varepsilon_2^{-(0)}(t, w, \vartheta_2) = \sqrt{\bar{C}_1^2(t, w, \vartheta_2) + \bar{D}_1^2(t, w, \vartheta_2) + (\lambda_2 - \lambda_1)h_2(t, \vartheta_2) - a_2}$$

$$\bar{A}_1(t, w, \vartheta_1) = w_1(t) \cos \omega(\vartheta_1 - t) + w_2(t) \frac{1}{\omega} \sin \omega(\vartheta_1 - t)$$

$$\bar{B}_1(t, w, \vartheta_1) = w_3(t) \cos \omega(\vartheta_1 - t) + w_4(t) \frac{1}{\omega} \sin \omega(\vartheta_1 - t)$$

$$\bar{C}_1(t, w, \vartheta_2) = w_1(t) \cos \omega(\vartheta_2 - t) + w_2(t) \frac{1}{\omega} \sin \omega(\vartheta_2 - t)$$

$$\bar{D}_1(t, w, \vartheta_2) = w_3(t) \cos \omega(\vartheta_2 - t) + w_4(t) \frac{1}{\omega} \sin \omega(\vartheta_2 - t)$$

$$I_{11}^0 = \frac{\bar{A}_1(t, w, \vartheta_1)}{\sqrt{\bar{A}_1^2(t, w, \vartheta_1) + \bar{B}_1^2(t, w, \vartheta_1)}}$$

$$I_{13}^0 = \frac{\bar{B}_1(t, w, \vartheta_1)}{\sqrt{\bar{A}_1^2(t, w, \vartheta_1) + \bar{B}_1^2(t, w, \vartheta_1)}}$$

$$I_{21}^0 = \frac{\bar{C}_1(t, w, \vartheta_2)}{\sqrt{\bar{C}_1^2(t, w, \vartheta_2) + \bar{D}_1^2(t, w, \vartheta_2)}}$$

$$I_{23}^0 = \frac{\bar{D}_1(t, w, \vartheta_2)}{\sqrt{\bar{C}_1^2(t, w, \vartheta_2) + \bar{D}_1^2(t, w, \vartheta_2)}}$$

$$h_i(t, \vartheta_i) = \frac{1}{\omega} \int_t^{\vartheta_i} |\sin \omega(\vartheta_i - \tau)| d\tau \quad (i = 1, 2)$$

Подставляя полученные выражения для стратегий второго игрока $V_e(t, w) = \{V_{1e}(t, w), V_{2e}(t, w)\}$ в случае а) (2.8) при $t \in [t_0, \vartheta_1]$ и (2.9) при $t \in [\vartheta_1, \vartheta_2]$ (или в случае б) (2.10) и (2.11) соответственно) в уравнение (2.4) и интегрируя соответствующими начальными условиями, будем иметь пучок движений точки поводья $w(t)$, уклоняющих от целевых множеств M_1 и M_2 при любом допустимом воздействии со стороны первого игрока.

3. Пусть $t_* \in [t_0, \vartheta_1]$, $x(t_*) = x_*$ — истинное положение системы.

Предполагается также, что второй игрок не может точно определить истинное положение системы x_* , измеренное с ошибкой положение обозначим через $\tilde{x}_*$. Условия прицеливания второго игрока на построенный поводья при самом упорном сопротивлении первого игрока будут

$$(w_* - \tilde{x}_*)' Bu^* = \min_{u_1^2 + u_2^2 \leq \lambda_1^2} (w_* - x_*)' Bu$$

$$(w_* - \tilde{x}_*)' Cv^* = \min_{v_1^2 + v_2^2 \leq \lambda_2^2} (w_* - x_*)' Cv$$

где w_* есть самое близкое положение точки x_* .

Конкретное движение поводья определяется из уравнения

$$\dot{w}(t) = Aw(t) + Bu^* + Cv^* \quad (w_* = w(t_*))$$

а реальное движение точки определяется

$$\dot{x}[t] = Ax[t] + Bu(t) + Cv^*$$

где $u(t)$ - любое допустимое управление.

Обозначая расстояние между фазовым состоянием системы и поведением через

$$\rho(t) = \|w(t) - x[t]\|$$

(евклидову норму вектора $w(t) - x[t]$), получим [3]

$$\rho^2\left(t. + \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i\right) \leq \rho^2(t.) e^{2v \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i} + \frac{1}{2v} [\varphi(\delta_1) + cd\varepsilon_1] \left(e^{2v \sum_{i=1}^{k+1} \delta_i} - e^{2v \sum_{i=2}^{k+1} \delta_i} \right) +$$

$$\frac{1}{2v} \sum_{j=2}^{k+1} [\varphi(\delta_j) + cd\varepsilon_j] \left(e^{2v \sum_{i=j}^{k+1} \delta_i} - 1 \right)$$

где $v = \|A\| = \sqrt{2(\omega^4 + 1)}$, $c = \|C\| = \sqrt{2}$, $d = \lambda_2$, $\delta_i = \tau_{i+1} - \tau_i$,

$$\left\| \dot{x}\left(t. + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i\right) - x\left(t. + \sum_{i=1}^{j-1} \delta_i\right) \right\| \leq \varepsilon_j, \quad \varepsilon_j > 0, \quad \varphi(\delta_j) \rightarrow 0 \text{ при } \delta_j \rightarrow 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Граздовский Г.А., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975.
2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
3. Габриелян М.С., Барсегян В.Р., Симонян Т.А. Об уклонении стохастической линейной системы при m целевых множествах. // Уч. записки ЕГУ, 1996, № 1.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
5. Габриелян М.С. Об оптимальном уклонении от областей. // Уч. записки ЕГУ, 1976, № 3.

Ереванский государственный
университет

Поступила в редакцию
21.04.2000