ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա **52, №4, 1999** Механика

УДК 539.3

ОБ ОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ

Халатян Л. М.

Լ.Մ. Խալաթյան
Օրթոտրոպ սալի ստիպողական տատանումների տարածական մի խնդրի մասին

Աշխատանքում առաձգականության տեսության տարածական խնդրի հավասարումների հիման վրա ուսումնասիրվում են օրթոտրոպ սալի ստիպողական տատանումները առաձգականության դինամիկական տեսության խառը եզրային պայմանների դեպքում:

Որոշված են ստիպողական տատանումների ասիմպտոտիկան և ամպլիտուդները, դուրս են բերված ռեզոնանսի պայմանները

L.M.Khalatian

Space mixed boundary problem about forced vibrations of ortotrop plate

В работе на основе уравнений пространственной задачи теории упругости рассматриваются вынужденные колебания ортотропной пластинки при смешанных граничных условиях динамической теории упругости.

Установлена асимптотика вынужденных колебаний, определены амплитуды колебаний, выведены условия резонанса

1. Вопросы определения частот собственных колебаний анизотропных пластин асимптотическим методом рассмотрены в [1]. Для анизотропных полос этому же вопросу посвящены [2-4]. Вынужденные колебания ортотропной полосы рассмотрены в [5].

Рассмотрим вынужденные колебания ортотропной пластинки $D = \{x, y, z : x, y \in D_0, |z| \le h\}$, когда на лицевых поверхностях пластинки заданы смешанные граничные условия динамической теории упругости.

Требуется найти решение системы

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z} = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = a_{11}\sigma_{xx} + a_{12}\sigma_{yy} + a_{13}\sigma_{zz}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = a_{12}\sigma_{xx} + a_{22}\sigma_{yy} + a_{23}\sigma_{zz}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = a_{13}\sigma_{xx} + a_{23}\sigma_{yy} + a_{33}\sigma_{zz}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = a_{44}\sigma_{yz} \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = a_{55}\sigma_{xz}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_{66}\sigma_{xy}$$

при следующих граничных условиях:

$$u(-h)=u_0^-(\xi,\eta)\exp(i\Omega t),\ \ v(-h)=v_0^-(\xi,\eta)\exp(i\Omega t)$$
$$w(-h)=w_0^-(\xi,\eta)\exp(i\Omega t),\ \sigma_{xz}(h)=0,\ \sigma_{yz}(h)=0,\ \dot{w}(h)=0 \tag{1.3}$$

где a_{ik} –коэффициенты упругой податливости, ρ –плотность слоя, $u_0^-(\xi,\eta)$, $v_0(\xi,\eta)$, $w_0^-(\xi,\eta)$ –компоненты вектора перемещения, $\xi=x/l$, $\eta=y/l$, l –характерный размер срединной плоскости D_0 пластины, $h<<l$. Граничным условиям на боковой поверхности пластины для данного класса задач соответствуют вынужденные колебания в зоне пограничного слоя [6,7], поэтому их пока не будем конкретизировать. Решение системы (1.1) при условиях (1.3) будем искать в виде:

$$u,\ v,\ w=(u_1,\ v_1,\ w_1)e^{i\Omega t}$$
$$\sigma_{\alpha\gamma}=\sigma_{ik}(x,y,z)e^{i\Omega t},\quad \alpha,\gamma=x,y,z;\ i,k=1,2,3 \tag{1.4}$$

Перейдя затем к безразмерным координатам и перемещениям $x=l\xi$, $y=l\eta$, $z=h\zeta$, $U=u_1/l$, $V=v_1/l$, $W=w_1/l$, получим

$$\frac{\partial\sigma_{11}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{12}}{\partial\eta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{13}}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-2}\omega_*^2U=0,\quad \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{22}}{\partial\eta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{23}}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-2}\omega_*^2V=0$$
$$\frac{\partial\sigma_{13}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{23}}{\partial\eta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{33}}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-2}\omega_*^2W=0,\quad \frac{\partial U}{\partial\xi}=a_{11}\sigma_{11}+a_{12}\sigma_{22}+a_{13}\sigma_{33}$$
$$\frac{\partial V}{\partial\eta}=a_{12}\sigma_{11}+a_{22}\sigma_{22}+a_{23}\sigma_{33},\quad \varepsilon^{-1}\frac{\partial W}{\partial\zeta}=a_{13}\sigma_{11}+a_{23}\sigma_{22}+a_{33}\sigma_{33}$$
$$\varepsilon^{-1}\frac{\partial V}{\partial\zeta}+\frac{\partial W}{\partial\eta}=a_{44}\sigma_{23},\quad \frac{\partial W}{\partial\xi}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial U}{\partial\zeta}=a_{55}\sigma_{13} \tag{1.5}$$
$$\frac{\partial V}{\partial\xi}+\frac{\partial U}{\partial\eta}=a_{66}\sigma_{12},\qquad \omega_*^2=\rho h^2\Omega^2,\ \ \varepsilon=h/l$$

Решение системы (1.5) будем искать в виде

$$\sigma_{ik}=\varepsilon^{-1+s}\sigma_{ik}^{(s)}(\xi,\eta,\zeta) \tag{1.6}$$
$$U=\varepsilon^sU^{(s)},\ V=\varepsilon^sV^{(s)},\ W=\varepsilon^sW^{(s)}$$

Подставив (1.6) в (1.5), для определения коэффициентов асимптотического разложения (1.6) получим

$$\frac{\partial\sigma_{11}^{(s-1)}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial\eta}+\frac{\partial\sigma_{13}^{s}}{\partial\zeta}+\omega_*^2U^{(s)}=0,\quad \frac{\partial\sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{22}^{(s-1)}}{\partial\eta}+\frac{\partial\sigma_{23}^{(s)}}{\partial\zeta}+\omega_*^2V^{(s)}=0$$
$$\frac{\partial\sigma_{13}^{(s-1)}}{\partial\xi}+\frac{\partial\sigma_{23}^{(s-1)}}{\partial\eta}+\frac{\partial\sigma_{33}^{(s-1)}}{\partial\zeta}+\omega_*^2W^{(s)}=0$$
$$\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial\xi}=a_{11}\sigma_{11}^{(s)}+a_{12}\sigma_{22}^{(s)}+a_{13}\sigma_{33}^{(s)},\quad \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial\eta}=a_{12}\sigma_{11}^{(s)}+a_{22}\sigma_{22}^{(s)}+a_{23}\sigma_{33}^{(s)}$$
$$\frac{\partial W^{(s)}}{\partial\zeta}=a_{13}\sigma_{11}^{(s)}+a_{23}\sigma_{22}^{(s)}+a_{33}\sigma_{33}^{(s)},\quad \frac{\partial V^{(s)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial\eta}=a_{44}\sigma_{23}^{(s)}$$

$$\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta}=a_{55}\sigma_{13}^{(s)},\quad \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \eta}=a_{66}\sigma_{12}^{(s)} \tag{1.7}$$

Из системы (1.7) напряжения можно выразить через $U^{(s)}$, $V^{(s)}$, $W^{(s)}$

$$\sigma_{13}^{(s)}=\frac{1}{a_{55}}\left[\frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta}+\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial \xi}\right],\quad \sigma_{23}^{(s)}=\frac{1}{a_{44}}\left[\frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta}+\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial \eta}\right]$$

$$\sigma_{12}^{(s)}=\frac{1}{a_{66}}\left[\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \eta}\right]$$

$$\sigma_{11}^{(s)}=\frac{1}{\Delta}\left[A_{12}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \eta}+A_{22}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi}-A_{23}\frac{\partial W^{(s)}}{\partial \zeta}\right]$$

$$\sigma_{22}^{(s)}=\frac{1}{\Delta}\left[A_{33}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \eta}+A_{12}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi}-A_{13}\frac{\partial W^{(s)}}{\partial \zeta}\right]$$

$$\sigma_{33}^{(s)}=\frac{1}{\Delta}\left[A_{11}\frac{\partial W^{(s)}}{\partial \zeta}-A_{13}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \eta}+A_{23}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi}\right] \tag{1.8}$$

$$\Delta=a_{11}a_{22}a_{33}+2a_{12}a_{23}a_{13}-a_{22}a_{13}^{2}-a_{11}a_{23}^{2}-a_{33}a_{12}^{2}$$

$$A_{11}=a_{11}a_{22}-a_{12}^{2},\quad A_{12}=a_{13}a_{23}-a_{12}a_{33},\quad A_{22}=a_{22}a_{33}-a_{23}^{2}$$

$$A_{13}=a_{11}a_{23}-a_{12}a_{13},\quad A_{23}=a_{22}a_{13}-a_{12}a_{23},\quad A_{33}=a_{11}a_{33}-a_{13}^{2}$$

Для определения же $U^{(s)}$, $V^{(s)}$, $W^{(s)}$ получаются уравнения

$$\frac{\partial^2 U^{(s)}}{\partial \zeta^2}+a_{55}\omega_*^2 U^{(s)}=R_u^{(s-1)},\quad \frac{\partial^2 V^{(s)}}{\partial \zeta^2}+a_{44}\omega_*^2 V^{(s)}=R_v^{(s-1)} \tag{1.9}$$

$$A_{11}\frac{\partial^2 W^{(s)}}{\partial \zeta^2}+\Delta\omega_*^2 W^{(s)}=R_w^{(s-1)}$$

где

$$R_u^{(s-1)}=-\frac{\partial^2 W^{(s-1)}}{\partial \xi\partial \zeta}-a_{55}\left[\frac{\partial \sigma_{11}^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial \sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial \eta}\right] \tag{1.10}$$

$$R_v^{(s-1)}=-\frac{\partial^2 W^{(s-1)}}{\partial \eta\partial \zeta}-a_{44}\left[\frac{\partial \sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial \sigma_{22}^{(s-1)}}{\partial \eta}\right]$$

$$R_w^{(s-1)}=A_{13}\frac{\partial^2 V^{(s-1)}}{\partial \eta\partial \zeta}+A_{23}\frac{\partial^2 U^{(s-1)}}{\partial \xi\partial \zeta}-\Delta\left[\frac{\partial \sigma_{13}^{(s-1)}}{\partial \xi}+\frac{\partial \sigma_{23}^{(s-1)}}{\partial \eta}\right]$$

$$R_u^{(s-1)}=0,\ R_v^{(s-1)}=0,\ R_w^{(s-1)}=0\quad \text{при } s=0$$

Решение системы (1.9) имеет вид

$$U^{(s)}=U_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)+U_\tau^{(s)},\ V^{(s)}=V_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)+V_\tau^{(s)},\ W^{(s)}=W_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)+W_\tau^{(s)} \tag{1.11}$$

где $U_0^{(s)}$, $V_0^{(s)}$, $W_0^{(s)}$ –общие решения однородных, а $U_\tau^{(s)}$, $V_\tau^{(s)}$, $W_\tau^{(s)}$ – частные решения неоднородных уравнений (1.9). Нетрудно убедиться, что

$$U_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)=C_1^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{55}}\zeta+C_2^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{55}}\zeta$$
$$V_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)=C_3^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{44}}\zeta+C_4^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{44}}\zeta \tag{1.12}$$
$$W_0^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)=C_5^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}\zeta+C_6^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}\zeta$$

Согласно (1.8)

$$\sigma_{13}^{(s)}=\frac{1}{a_{55}}\frac{\partial U_0^{(s)}}{\partial\zeta}+f_u^{(s)},\quad f_u^{(s)}=\frac{1}{a_{55}}\left[\frac{\partial U_\tau^{(s)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial\xi}\right]$$
$$\sigma_{23}^{(s)}=\frac{1}{a_{44}}\frac{\partial V_0^{(s)}}{\partial\zeta}+f_v^{(s)},\quad f_v^{(s)}=\frac{1}{a_{44}}\left[\frac{\partial V_\tau^{(s)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial W^{(s-1)}}{\partial\eta}\right] \tag{1.13}$$
$$\sigma_{33}^{(s)}=\frac{A_{11}}{\Delta}\frac{\partial W_0^{(s)}}{\partial\zeta}+f_w^{(s)},\quad f_w^{(s)}=-\frac{A_{13}}{\Delta}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial\eta}+\frac{A_{23}}{\Delta}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial\xi}+\frac{A_{11}}{\Delta}\frac{\partial W_\tau^{(s-1)}}{\partial\zeta}$$
$$f_u^{(0)}=f_v^{(0)}=f_w^{(0)}=0$$

Учитывая (1.12), будем иметь

$$\sigma_{13}^{(s)}=\frac{\omega_s}{\sqrt{a_{55}}}\left[C_1^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{55}}\zeta-C_2^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{55}}\zeta\right]+f_u^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)$$
$$\sigma_{23}^{(s)}=\frac{\omega_s}{\sqrt{a_{44}}}\left[C_3^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{44}}\zeta-C_4^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{44}}\zeta\right]+f_v^{(s)}(\xi,\eta,\zeta) \tag{1.14}$$
$$\sigma_{33}^{(s)}=\omega_s\sqrt{\frac{A_{11}}{\Delta}}\left|C_5^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}\zeta-C_6^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}\zeta\right|+f_w^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)$$

Удовлетворив граничным условиям (1.3), получим

$$-C_1^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{55}}+C_2^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{55}}+U_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)=u_0^{-(s)} \tag{1.15}$$
$$C_1^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{55}}-C_2^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{55}}+\frac{\sqrt{a_{55}}}{\omega_s}f_u^{(s)}(\xi,\eta,1)=0$$
$$-C_3^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{44}}+C_4^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{44}}+V_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)=v_0^{-(s)} \tag{1.16}$$
$$C_3^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{a_{44}}-C_4^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{a_{44}}+\frac{\sqrt{a_{44}}}{\omega_s}f_v^{(s)}(\xi,\eta,1)=0$$
$$-C_5^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}+C_6^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}+W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)=w_0^{-(s)} \tag{1.17}$$
$$C_5^{(s)}(\xi,\eta)\sin\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}+C_6^{(s)}(\xi,\eta)\cos\omega_s\sqrt{\frac{\Delta}{A_{11}}}+W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,1)=0$$

Из систем (1.15)-(1.17) следуют

$$C_1^{(s)}(\xi) = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{55}}} \times$$

$$\times \left[\left(u_0^{-(s)} - U_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \sin \omega_* \sqrt{a_{55}} - \frac{\sqrt{a_{55}}}{\omega_*} f_u^{(s)}(\xi, \eta, 1) \cos \omega_* \sqrt{a_{55}} \right]$$

$$C_2^{(s)}(\xi) = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{55}}} \times$$

$$\times \left[\left(u_0^{-(s)} - U_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \cos \omega_* \sqrt{a_{55}} - \frac{\sqrt{a_{55}}}{\omega_*} f_u^{(s)}(\xi, \eta, 1) \sin \omega_* \sqrt{a_{55}} \right]$$

$$C_3^{(s)}(\xi) = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{44}}} \times$$

$$\times \left[\left(v_0^{-(s)} - V_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \sin \omega_* \sqrt{a_{44}} - \frac{\sqrt{a_{44}}}{\omega_*} f_v^{(s)}(\xi, \eta, 1) \cos \omega_* \sqrt{a_{44}} \right]$$

$$C_4^{(s)}(\xi) = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{44}}} \times$$

$$\times \left[\left(v_0^{-(s)} - V_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \cos \omega_* \sqrt{a_{44}} - \frac{\sqrt{a_{44}}}{\omega_*} f_v^{(s)}(\xi, \eta, 1) \sin \omega_* \sqrt{a_{44}} \right]$$

$$C_5^{(s)}(\xi) = \frac{1}{2 \sin \omega_* \sqrt{\Delta / A_{11}}} \left[W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1) - w_0^{-(s)} - W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, 1) \right] \qquad (1.18)$$

$$C_6^{(s)}(\xi) = \frac{1}{2 \cos \omega_* \sqrt{\Delta / A_{11}}} \left[w_0^{-(s)} - W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1) - W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, 1) \right]$$

Подставив (1.18) в (1.8),(1.11),(1.12), получим решение задачи

$$U^{(s)} = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{55}}} \left[\left(u_0^{-(s)} - U_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \cos \omega_* \sqrt{a_{55}} (1 - \zeta) - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{a_{55}}}{\omega_*} f_u^{(s)}(\xi, \eta, 1) \sin \omega_* \sqrt{a_{55}} (1 + \zeta) \right] + U_\tau^{(s)}(\xi, \eta, \zeta)$$

$$V^{(s)} = \frac{1}{\cos 2\omega_* \sqrt{a_{44}}} \left[\left(v_0^{-(s)} - V_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1)\right) \cos \omega_* \sqrt{a_{44}} (1 - \zeta) - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{a_{44}}}{\omega_*} f_v^{(s)}(\xi, \eta, 1) \sin \omega_* \sqrt{a_{44}} (1 + \zeta) \right] + V_\tau^{(s)}(\xi, \eta, \zeta) \qquad (1.19)$$

$$W^{(s)} = \frac{1}{\sin 2\omega_* \sqrt{\Delta / A_{11}}} \left[\left(W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, -1) - w_0^{-(s)}\right) \sin \omega_* \sqrt{\Delta / A_{11}} (\zeta - 1) - \right.$$

$$\left. - W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, 1) \sin \omega_* \sqrt{\Delta / A_{11}} (\zeta + 1) \right] + W_\tau^{(s)}(\xi, \eta, \zeta)$$

$$\sigma_{13}^{(s)} = \frac{\omega_*}{\sqrt{a_{55}}\cos 2\omega_*\sqrt{a_{55}}}\Big[\Big(u_0^{(s)} - U_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)\Big)\sin\omega_*\sqrt{a_{55}}(1-\zeta) -$$

$$- \frac{\sqrt{a_{55}}}{\omega_*} f_u^{(s)}(\xi,\eta,1)\cos\omega_*\sqrt{a_{55}}(1+\zeta)\Big] + f_u^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)$$

$$\sigma_{23}^{(s)} = \frac{\omega_*}{\sqrt{a_{44}}\cos 2\omega_*\sqrt{a_{44}}}\Big[\Big(v_0^{-(s)} - V_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)\Big)\sin\omega_*\sqrt{a_{44}}(1-\zeta) - \tag{1.20}$$

$$- \frac{\sqrt{a_{44}}}{\omega_*} f_v^{(s)}(\xi,\eta,1)\cos\omega_*\sqrt{a_{44}}(1+\zeta)\Big] + f_v^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)$$

$$\sigma_{33}^{(s)} = \frac{A_{11}}{\Delta}\frac{\partial W_0^{(s)}}{\partial\zeta} + f_w^{(s)}(\xi,\eta,\zeta) = \sqrt{\frac{A_{11}}{\Delta}}\frac{\omega_*}{\sin 2\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}}\times$$

$$\times\Big[\Big(W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1) - w_0^{-(s)}\Big)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(\zeta-1) +$$

$$+ W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(1+\zeta)\Big] + f_w^{(s)}(\xi,\eta,\zeta)$$

$$\sigma_{11}^{(s)} = -\frac{A_{23}}{\Delta}\frac{\partial W_0^{(s)}}{\partial\zeta} + \frac{1}{\Delta}f_{\sigma_1}^{(s)} = \frac{A_{23}}{\sqrt{\Delta}}\frac{\omega_*}{\sin 2\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}}\times$$

$$\times\Big[\Big(W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1) - w_0^{-(s)}\Big)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(\zeta-1) +$$

$$+ W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(1+\zeta)\Big] + f_{\sigma_1}^{(s)}/\Delta$$

$$\sigma_{22}^{(s)} = -\frac{A_{13}}{\Delta}\frac{\partial W_0^{(s)}}{\partial\zeta} + \frac{1}{\Delta}f_{\sigma_2}^{(s)} = \frac{A_{13}}{\sqrt{\Delta}}\frac{\omega_*}{\sin 2\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}}\times$$

$$\times\Big[\Big(W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1) - w_0^{-(s)}\Big)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(\zeta-1) +$$

$$+ W_\tau^{(s)}(\xi,\eta,-1)\cos\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}}(1+\zeta)\Big] + f_{\sigma_2}^{(s)}/\Delta$$

$$\sigma_{12}^{(s)} = \frac{1}{a_{66}}\left[\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial\xi} + \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial\eta}\right]$$

где

$$f_{\sigma_1}^{(s)} = A_{12}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial\eta} + A_{22}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial\xi} - A_{23}\frac{\partial W_\tau^{(s)}}{\partial\zeta}$$

$$f_{\sigma_2}^{(s)} = A_{33}\frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial\eta} + A_{12}\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial\xi} - A_{13}\frac{\partial W_\tau^{(s)}}{\partial\zeta}$$

Входящие в решение функции $U_\tau^{(s)}$, $V_\tau^{(s)}$, $W_\tau^{(s)}$ несложно определить, поскольку в правых частях уравнений (1.9) будут фигурировать тригонометрические функции.

Решение (1.19), (1.20) будет конечным, если

$$\cos 2\omega_*\sqrt{a_{44}} \neq 0 \qquad \cos 2\omega_*\sqrt{a_{55}} \neq 0 \qquad \sin 2\omega_*\sqrt{\Delta/A_{11}} \neq 0 \tag{1.21}$$

т.е. $\Omega \neq \dfrac{\pi}{4h\sqrt{a_{55}\rho}}(2n+1) = \dfrac{\pi}{4h}\sqrt{\dfrac{G_{13}}{\rho}}(2n+1)$

$$\Omega \neq \frac{\pi}{4h\sqrt{a_{44}\rho}}(2n+1) = \frac{\pi}{4h}\sqrt{\frac{G_{23}}{\rho}}(2n+1)$$

$$\Omega \neq \frac{\pi n}{2h\sqrt{\rho\Delta / A_{11}}} = \frac{\pi n}{2h}\sqrt{\frac{E_3}{\rho}\frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{1-2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31}-\nu_{13}\nu_{31}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{21}}} \quad (1.22)$$

Частоты, соответствующие (1.22), являются частотами собственных колебаний. Следовательно, чтобы избежать резонанса, необходимо, чтобы частота вынуждающего воздействия не совпадала с частотой собственных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаловян М.Л. К определению частот собственных колебаний и собственных функций в пространственной смешанной краевой задаче для пластин. В сб. конф.: Современные вопросы оптимального управления и устойчивости систем. Ереван. Изд-во ЕГУ.1997.с.128-131
2. Агаловян Л.А. О частотах собственных колебаний анизотропной полосы. В сб. Юбил. науч. конференции к 60-летию ГГИ. Гюмри.Изд-во "Высшая школа" 1994.с.23-26
3. Агаловян Л.А., Саркисян Л.С. О собственных колебаниях двухслойной ортотропной полосы. В сб.:Тр XVIII Международной конф. по теории оболочек и пластин.РФ.Саратов.1997.Т.1.с.30-38
4. Халатян Л.М. О собственных колебаниях анизотропной полосы при смешанных граничных условиях. В сб. конф.: Современные вопросы оптимального управления и устойчивости систем. Ереван. Изд-во ЕГУ 1997.с.167-170.
5. Агаловян Л.А., Халатян Л. М. О вынужденных колебаниях ортотропной полосы. В сб.:Материалы Республиканской конференции молодых ученых. Ереван.Изд-во НАН Армении, 1998, с.3-7.
6. Агаловян М.Л. О решении пограничного слоя в задаче на собственные колебания полосы. В сб. конф.: Современные вопросы оптимального управления и устойчивости систем.- Ереван. Изд-во ЕГУ, 1997, с.132-135.
7. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек.- М.:Наука. 1997. 414с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
11.06.1999