К ВОПРОСУ ПРИМЕНИМОСТИ ГИПОТЕЗЫ КИРХГОФА В
ТЕОРИИ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

Мовсисян Л.А.

Լ.Ա. Մովսիսյան

Անիզոտրոպ սալերի տեսությունում Կիրխոֆի վարկածի կիրառելիության մասին
Զանի որ Կիրխոֆի վարկածը բացի երկրայինականից ունի նաև ֆիզիկական բնույթ ոչ բոլոր
անիզոտրոպությունների դեպքում է, որ նա կիրառելի է

L.A. Movsisyan

On the Applicability of the Hypothesis of Kirchhoff in the Theory of Anisotropic Plates

Так как гипотеза Кирхгофа помимо геометрического имеет и физический смысл, то ее для
всяких анизотропий она применима.

По инициативе редколлегии журнала "Механика" 15.04.1999 г. и 6.05.1999 г. состоялись семинары, тема: методы сведения трехмерных задач теории упругости к двумерным. Поводом послужила дискуссия, разлегуриувавшаяся в последние годы в журнале "Механика твердого тела" по поводу применимости теории Кирхгофа изгиба пластин. Так как у нас в Институте механики, более того, в редколлегии имеются приверженцы как классической и уточненных теорий, так и асимптотической теории, то было бы бесполезно обмениваться мнениями по этому поводу. Идея созыва семинара принадлежит автору настоящих строк, поэтому напрашивалось и его мнение по обсуждаемому вопросу.

Классическая теория изгиба пластин действительно создана и развита классиками и весьма обширен круг ее применимости. Однако существуют задачи, в которых она приводит к заведомо сомнительным или даже неверным результатам. Наряду с не раз отмеченными фактами (невозможной характер уравнения, лишнее условие при свободном крае и появление сосредоточенных сил вследствие приведения трех условий к двум, появление сосредоточенных сил в задаче шгамна и др.), С.А. Амбарцумяном не раз было подчеркнуто, что гипотеза Кирхгофа помимо геометрического имеет и физический характер. В многочисленных задачах для ортотропных материалов со слабыми сдвиговыми жесткостями показано [1], насколько сильно могут отличаться различные величины (прогиб, частота, критическая сила), вычисленные по классической и по уточненным теориям.

К перечисленным следует добавить пот еще что. Классическая теория при общей анизотропии качественно меняет НДС.

Например, при цилиндрическом изгибе по уточненной теории помимо изгиба появляется также кручение, которое отсутствует в

классической постановке. В последнем случае уравнения изгиба при ортотропном или анизотропном материалах по виду, вообще, не отличаются. Что касается асимптотических методов сведения трехмерных уравнений анизотропной теории упругости к двумерным, то мне представляется, что вряд ли получатся одинаковые асимптотики при

$$\frac{A_{11}}{A_{33}} = \frac{h}{l} \quad \text{и} \quad \frac{l}{h} (\epsilon^{-1}), \quad \text{то есть не всегда гипотеза прямых нормалей}$$

применима. Совсем не подвергая сомнению законность и строгость полученных результатов Л.А. Агаловян и его школой, всегда подчеркивалось, что в асимптотическом разложении первым приближением является классическая теория, которая безразлична к отношению $\frac{A_{11}}{A_{33}}$.

В своем пространным выступлении Л.А. Агаловян, помимо прочего, упрекал, что не читали монографию [2], привел длинную цитату (стр.55), которая заканчивается словами ... "Тогда ограничиться лишь классической теорией будет слишком грубо". Далее ... "В таких предельных случаях сильной анизотропии, в зависимости от показателей анизотропии и изменяемости внешней нагрузки, необходимо найти или другую асимптотику, или вообще нельзя применять асимптотический метод, а заодно и классическую теорию" (Подчеркнуто мною Л.М. Не напрасно сказано "Читайте классиков").

Очень даже замечательно, что все в порядке, это может вызывать только чувство глубокого удовлетворения. Значит, все-таки при малом

$$\frac{A_{33}}{A_{11}} \quad \text{довольствоваться только первым приближением (классическим)}$$

нельзя. И по его же словам, уже при учете следующего приближения для таких отношений упругих постоянных, получается результат, точь-в-точь совпадающий с аналогичным, полученным по уточненной теории [1].

Кажется уже все ясно. Недоразумений нет. Можно пойти по пути [2]: в первом члене разложения получить классическую теорию, и если анизотропия сильная, не довольствоваться первым приближением. Есть и второй путь. Построить такую асимптотику, которая с самого начала уловила характер анизотропии, о чем высказал с самого начала автор настоящих строк.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. - М.: Наука, 1987. 360с.
2. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. - М.: Наука, 1997. 414с.