

УДК 62.50, 531.8

ОПТИМАЛЬНОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЗВЕННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО МАНИПУЛЯТОРА

Габриелян М.С., Гукасян А.А., Саркисян Н.П.

Մ.Ս.Գաբրիելյան, Ա.Ա.Գուկասյան, Ն.Պ.Սարգսյան

Երկօղակի էլեկտրոմեխանիկական մանիպուլյատորի ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարում

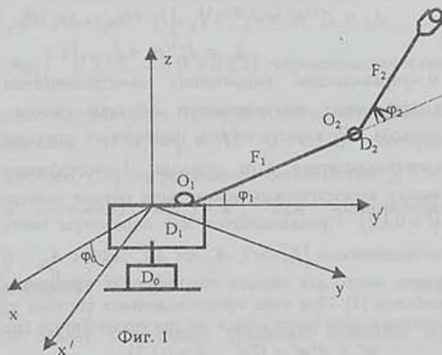
Ընդունափոխված է երկօղակի էլեկտրոմեխանիկական մանիպուլյատորի ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարման գծային խնդիրը: Որոշված է ստոխաստիկ օպտիմալ ղեկավարման անալիտիկ տեսքը և տրված է ժամանակի ֆիկսած սրտին իսմակարգի իրական վիճակի ֆազային գնահատականը:

M.S. Gabrielyan, A.A. Ghukasyan, N.P. Sarkisyan

Optimum Stochastic Control of Doublelink Electromechanical Manipulator

Исследована задача оптимального стохастического управления движением линейной модели двухзвенового электромеханического манипулятора. Получено стохастическое оптимальное управление системой и дана оценка фазового состояния

1. Математическая модель манипулятора. Рассматривается двухзвенный манипулятор типичной конструкции [1], состоящий из неподвижной платформы и механической руки со схватом (фиг.1) Рука представляет собой два абсолютно твердых тела, соединенных шарниром O_2 . Свободный конец первого звена связан посредством шарнира O_1 с платформой, а на конце второго звена расположен схват с грузом. Шарниры O_1, O_2 — идеальные цилиндрические, их оси горизонтальны и параллельны друг другу. Управление движением манипулятора осуществляется при помощи электромеханических приводов D_0, D_1, D_2 , каждый из которых содержит линейный



Фиг. 1

электродвигатель постоянного тока с независимыми возбуждениями и редуктор [2]. Привод D_0 управляет поворотом платформы, а приводы D_1 и D_2 — соответственно, поворотом первого звена руки относительно платформы и второго звена относительно первого. Для описания движения манипулятора введем две прямоугольные системы координат $Oxyz$ и $Ox'y'z$ с общим началом O и осью Oz , совпадающей с осью вращения платформы. Система координат $Oxyz$ неподвижная, а $Ox'y'z$ жестко связана с платформой (плоскость $Oy'z$ совпадает с плоскостью руки манипулятора).

Введем обозначения: φ_0 — угол поворота системы $Ox'y'z$ относительно $Oxyz$ (угол поворота платформы), φ_1 — угол между первым звеном и осью Oy' (угол поворота первого звена руки относительно платформы), φ_2 — угол между звеньями манипулятора. Подробные описания расчетной модели и уравнения движения манипулятора приведены в [3]. Движение манипулятора в рамках принятой модели описывается системой уравнений Лагранжа и уравнений баланса напряжений в цепях роторов электродвигателей, которые после перехода к безразмерным переменным имеют вид [3]:

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_0 + f_0(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) &= \mu_0 \\ \ddot{\varphi}_1 + A_{12}\ddot{\varphi}_2 / A_{11} + f_1(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) &= \mu_1 \\ \ddot{\varphi}_2 + A_{12}\ddot{\varphi}_1 / A_{22} + f_2(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}) &= \mu_2 \\ L_i\dot{\mu}_i + R_i\mu_i + k_i\dot{\varphi}_i &= u_i \quad (i = 0, 1, 2)\end{aligned}\quad (1.1)$$

где $f_i(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi})$ — нелинейные члены соответствующих уравнений, μ_i — момент электромагнитных сил, приложенных к ротору электродвигателя i -го привода относительно оси его вращения;

$$A_{11} = J_1^{(1)}n_1^2 + J_1^{(2)} + I_1 + I_2 + (m_2 + M_2)L_2^2; \quad A_{22} = J_1^{(2)}n_2^2 + I_2; \\ A_{12} = J_1^{(2)}n_2 + I_2$$

u_i — управляющее напряжение электродвигателя i -го привода, L_i — коэффициент индуктивности обмотки ротора электродвигателя i -го привода, R_i — электрическое (омическое) сопротивление обмотки ротора электродвигателя i -го привода, k_i — коэффициент пропорциональности между электрическим током цепи ротора электродвигателя i -го привода ($i = 0, 1, 2$). Предполагается, что параметры системы (1.1) удовлетворяют соотношениям $|f_i| \ll 1$, $A_{12} \ll A_{11}$, $A_{12} \ll A_{22}$ ($i = 0, 1, 2$), которые могут иметь место для многих современных промышленных манипуляционных роботов [2]. При этих предположениях система уравнений (1.1) в нулевом приближении распадается на три несвязанные системы третьего порядка

$$\ddot{w}^i = A^i w^i + B^i u^i \quad (i = 0, 1, 2) \quad (1.2)$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a'_2 & -a'_1 \end{pmatrix}, \quad B' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a'_3 \end{pmatrix}, \quad w' = \begin{pmatrix} w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$a'_1 = R_1 / L_1, \quad a'_2 = k_1 / L_1, \quad a'_3 = 1 / L_1, \quad w'_1 = \varphi_1, \quad w'_2 = \dot{\varphi}_1, \quad w'_3 = \ddot{\varphi}_1, \quad (i = 0, 1, 2) \quad (1.4)$$

Решение систем (1.2) представим по формуле Коши

$$w'(t) = W'[t - t_0]w'^0 + \int_{t_0}^t W'[t - \tau]B'u'(\tau)d\tau \quad (1.5)$$

где $W'[t - t_0]$ - фундаментальная матрица решений однородной системы (1.2); w'^0 - начальное значение вектора $w'(t)$. Элементы $w'_i[t - t_0]$ - фундаментальной матрицы $W'[t - t_0]$ ($i = 0, 1, 2$) имеют следующий вид:

$$w'_{11} = 1, \quad w'_{21} = w'_{31} = 0$$

$$w'_{12} = \frac{(\lambda'_2 - \lambda'_1)^{-1}}{\lambda'_1 \lambda'_2} \left[(\lambda'_1)^2 (1 - e^{\lambda'_2(t-t_0)}) - (\lambda'_2)^2 (1 - e^{\lambda'_1(t-t_0)}) \right]$$

$$w'_{13} = \frac{(\lambda'_2 - \lambda'_1)^{-1}}{\lambda'_1 \lambda'_2} \left[\lambda'_2 (1 - e^{\lambda'_2(t-t_0)}) - \lambda'_1 (1 - e^{\lambda'_1(t-t_0)}) \right]$$

$$w'_{22} = (\lambda'_2 - \lambda'_1)^{-1} \left[\lambda'_2 (1 - e^{\lambda'_1(t-t_0)}) - \lambda'_1 (1 - e^{\lambda'_2(t-t_0)}) \right]$$

$$w'_{23} = (\lambda'_2 - \lambda'_1)^{-1} \left[(1 + e^{\lambda'_1(t-t_0)}) - (1 + e^{\lambda'_2(t-t_0)}) \right]$$

$$w'_{32} = -\lambda'_1 \lambda'_2 w'_{23}$$

$$w'_{33} = (\lambda'_2 - \lambda'_1)^{-1} \left[\lambda'_2 e^{\lambda'_2(t-t_0)} - \lambda'_1 e^{\lambda'_1(t-t_0)} \right] \quad (i = 0, 1, 2)$$

где $\lambda'_{1,2} = \left\{ -a'_1 + \left[(a'_1)^2 - 4a'_2 \right]^{1/2} \right\} / 2$, $\lambda'_3 = 0$ ($i = 0, 1, 2$) - характеристические числа уравнений (1.2).

2. Задача оптимального управления. Требуется найти оптимальный закон изменения управлений $u'(w'_1, w'_2, w'_3, t)$ ($i = 0, 1, 2$), которые обеспечивают переход системы (1.1) из начального состояния $w(t_0) = w^0$ в заданное конечное состояние $w(t_1) = w^1$ при минимизации функционала

$$J'[u', t_0, t_1] = \left[\int_{t_0}^{t_1} [u'(\tau)]^2 d\tau \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

Решая поставленную задачу с помощью проблемы моментов [4], получим

$$u^{i0}(t, t_1 - t_0) = k^i(t_1 - t_0) \frac{\sum_{j=1}^3 \Delta_j^i(t_1 - t_0) h_j^i(t - t_0)}{\sum_{k,s=1}^3 \alpha_{ks}^i(t_1 - t_0) \Delta_k^i(t_1 - t_0) \Delta_s^i(t_1 - t_0)} \quad (2.2)$$

где

$$\begin{aligned} h_1^i(t - t_0) &= \alpha_1^i w_{13}^i(t - t_0), \quad h_2^i(t - t_0) = \alpha_2^i w_{23}^i(t - t_0) \\ h_3^i(t - t_0) &= \alpha_3^i w_{33}^i(t - t_0) \\ c_j^i(t_1 - t_0) &= w_j^i(t_1) - \sum_{k=1}^3 W_{jk}^i[t_1 - t_0] w_k^i(t_0) \\ \Delta_j^i(t_1 - t_0) &= \sum_{v=1}^3 \beta_{jv}^i(t_1 - t_0) c_v^i(t_1 - t_0) \\ k^i(t_1 - t_0) &= \sum_{v,\mu=1}^3 c_v^i(t_1 - t_0) c_\mu^i(t_1 - t_0) \beta_{v\mu}^i(t_1 - t_0) \\ \beta_{v\mu}^i(t_1 - t_0) &= \beta_{\mu v}^i(t_1 - t_0), \quad (v, \mu = 1, 2, 3) \\ \alpha_{v\mu}^i(t_1 - t_0) &= \int_{t_0}^{t_1} h_v^i(t_1 - t_0) h_\mu^i(t_1 - t_0) dt \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь коэффициенты $\beta_{v\mu}^i(t_1 - t_0)$ суть алгебраические дополнения элементов симметричной матрицы $\{\alpha_{v\mu}^i(t_1 - t_0)\}_{v,\mu=1}^3$. Решение системы (1.1) при $u^0(t, t_1 - t_0)$ (2.2) назовем программным движением системы (или поводом).

3. Построение стохастической модели. Предположим, что в каждый фиксированный момент времени τ_j на узлах разбиения положение системы измеряется с ошибкой. Следовательно, источником случайных событий являются ошибки измерений. При этом предполагается, что результатом неточного измерения являются равномерно распределенные на отрезке $[0, 1]$ случайные величины ξ_j^i , которые считаются равновероятными. Случайные величины $\omega_j^i = \{\xi_0^i, \dots, \xi_j^i\}$, $\xi_j^i \in [0, 1]$, являются элементарными событиями вероятностного пространства $\{\Omega_j^i, B_j^i, P_j^i\}$, где Ω_j^i — единичный куб в $(j+1)$ -мерном пространстве $\{\xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_j^i\}$, $B_j^i = B_{\Omega}^i$ — борелевская σ -алгебра для этого куба, $P_j^i = P_j^i(B)$ — (j) -мерная лебегова мера на этом кубе [5]. Таким образом, можно предполагать, что стохастическое управление $u^i(t, \omega)$ имеет вид

$$u'(t, \omega') = u'[t, \xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_j^i] \quad (3.1)$$

где функции $u'(t, \omega') = u'[t, \xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_j^i]$ должны быть измеримыми по совокупности аргументов $\{\xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_j^i\}$ на $(j+2)$ -мерном множестве $[\tau_j, \tau_{j+1}) \times \Omega_{[\tau_0, \tau_j]}$ по отношению к σ -алгебре ($i = 0, 1, 2$) [5]. Величины воздействий $u'(t, \omega')$ (3.1) при $t \in [\tau_j, \tau_{j+1})$ не зависят от будущих значений $\{\xi_{j+1}^i, \dots, \xi_k^i\}$. Пусть $t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_j < \tau_{j+1} < \dots < \tau_k = t_1$, $(\delta_j = \tau_{j+1} - \tau_j)$ (где k -любое число) является разбиением отрезка $[t_0, t_1]$. Движение стохастической системы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}^i = A^i x^i + B^i u'(t, \omega') \quad (3.2)$$

Рассмотрим интервал времени $[\tau_{v-1}, \tau_v)$ ($v = 1, 2, \dots, k$). Измеряя состояния системы в момент времени τ_{v-1} с ошибкой, имеем позицию $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$. Требуется привести систему (3.2) из положения $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$ в заранее определенное положение $w(\tau_v)$. При помощи проблемы моментов [4] определим оптимальное управление, переводящее систему (3.2) из положения $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$ в положение $w(\tau_v)$ с минимизацией функционала

$$J^i(u^i, \tau_{v-1}, \tau_v) = \left[\int_{\tau_{v-1}}^{\tau_v} (u^i)^2(\tau) d\tau \right]^{1/2}$$

Для оптимального управляющего воздействия получим следующее выражение:

$$u_v^{i0}(t, \tau_v, \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i) = \frac{k^i(\tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i) \sum_{j=1}^2 \Delta_j^i(\tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i) h_j^i(t - \tau_{v-1})}{\sum_{j=1,2} \alpha_j^i(\tau_v - \tau_{v-1}) \Delta_j^i(\tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i) \Delta_1^i(\tau_v - \tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)} \quad (3.5)$$

величины α_j^i , Δ_j^i , h_j^i определяются по формулам (2.3), если заменить t_1 на τ_v , t_0 на τ_{v-1} , $w^i(t_0)$ на $x^i(\tau_{v-1}, \xi_{v-1}^i)$.

4. Оценка расстояния реального (стохастического) движения от поводья. Для коррекции движения системы необходимо в каждый момент времени иметь мажорирующую оценку реального (стохастического) движения $(t, x(t, \omega))$, построенного в виде ломаных Эйлера, от заранее построенного поводья (предполагается, что начальные положения поводья и системы совпадают).

Для этого оценим следующую величину:

$$\rho'(t, \omega') = \|x'(t, \omega') - w'(t)\| = \left[\sum_{k=1}^3 [x'_k(t, \omega') - w'_k(t)]^2 \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

При $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k]$ имеем

$$\begin{aligned} x'(\tau_k, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-1}^i) &= W'[\tau_k - \tau_{k-1}]x'(\tau_{k-1}, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-2}^i) + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W'[\tau_k - \tau]B'u^{i0}(\tau, \xi_{k-1}^i)d\tau = \\ &= W'[\tau_k - \tau_{k-1}]\{W'[\tau_{k-1} - \tau_{k-2}]x'(\tau_{k-2}, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-3}^i) + \\ &+ \int_{\tau_{k-2}}^{\tau_{k-1}} W'[\tau_{k-1} - \tau]B'u^{i0}(\tau, \xi_{k-2}^i)d\tau\} + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W'[\tau_k - \tau]B'u^{i0}(\tau, \xi_{k-1}^i)d\tau \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} w'(\tau_k) &= W'[\tau_k - \tau_{k-1}]w'(\tau_{k-1}) + \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W'[\tau_k - \tau]B'u^{i0}(\tau)d\tau = \\ &= W'[\tau_k - \tau_{k-1}]\{W'[\tau_{k-1} - \tau_{k-2}]w'(\tau_{k-2}) + \int_{\tau_{k-2}}^{\tau_{k-1}} W'[\tau_{k-1} - \tau]B'u^{i0}(\tau)d\tau\} + \\ &+ \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} W'[\tau_k - \tau]B'u^{i0}(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (4.3)$$

Подставляя $x'(\tau_k, \xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_{k-1}^i)$ и $w'(\tau_k)$ в (4.1), получим

$$\rho(\tau_k, \xi_0^i, \dots, \xi_{k-1}^i) \leq \|B'\| \sum_{j=1}^k \|W'[\tau_k - \tau_j]\| \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} \|W'[\tau_j - \tau]\| d\tau \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} |u_j^{i0}(\tau, \xi_{j-1}^i) - u'(\tau)| d\tau \quad (4.4)$$

$$\text{Здесь } \|W[\cdot]\| = \left(\sum_{i,j=1}^k w_{ij}^2[\cdot] \right)^{1/2} \quad (4.5)$$

Известно, что

$$\|W[t, t_0]\| \leq \|I\| - 1 + e^{L\|t-t_0\|} \quad (4.6)$$

где $W[t, t_0]$ — фундаментальное нормированное матричное решение дифференциального уравнения

$$\dot{W} = AW$$

Поскольку

$$\begin{aligned} \|A'\| &= [1^2 + 1^2 + (-a'_2)^2 + (-a'_1)^2]^{1/2} \leq \sqrt{2} + a'_1 + a'_2 \\ \|B'\| &= |a'_3| = a'_3, \quad \|I\| = \sqrt{3} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Учитывая (4.6), (4.7), получим

$$\rho^i(\tau_k, \xi_0^i, \xi_1^i, \dots, \xi_{k-1}^i) \leq a_j^i \sum_{j=1}^k \left[\sqrt{3} - 1 + e^{(\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i)(t_k - \tau_j)} \right] \times \\ \times \left[(\sqrt{3} - 1) \delta_{j-1} + \frac{e^{(\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i) \delta_{j-1}} - 1}{\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i} \right] \times \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} |u_j^{i0}(\tau, \xi_{j-1}^i) - u^{i0}(\tau)| d\tau \quad (4.8)$$

Уравнение движения манипулятора имеет вид

$$\dot{w} = Aw + Bu \quad (4.9)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} A^0 & 0 & 0 \\ 0 & A^1 & 0 \\ 0 & 0 & A^2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B^0 \\ B^1 \\ B^2 \end{pmatrix}, \quad u = (0, 0, u^0, 0, 0, u^1, 0, 0, u^2)^T \\ w = (w_1, w_2, \dots, w_9)^T \quad (4.10)$$

A^i, B^i ($i = 0, 1, 2$) определяются из (1.3)

$$\rho(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}) = \|x(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}) - w(t)\| = \left\{ \sum_{j=1}^9 [x_j(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}) - w_j(t)]^2 \right\}^{1/2} = \\ = \left\{ \sum_{j=1}^3 \sum_{v=3j-2}^{3j} [x_v(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}) - w_v(t)]^2 \right\}^{1/2} \leq \\ \leq \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{v=3j-2}^{3j} [x_v(t, \xi_0, \dots, \xi_{k-1}) - w_v(t)]^2 \right\}^{1/2} \leq \\ \leq \rho^0(t, \xi_0^0, \dots, \xi_{k-1}^0) + \rho^1(t, \xi_0^1, \dots, \xi_{k-1}^1) + \rho^2(t, \xi_0^2, \dots, \xi_{k-1}^2) \quad (4.11)$$

Аналогично (4.8) для манипулятора получим

$$\rho(\tau_k, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{k-1}) \leq \sum_{i=0}^2 \sum_{j=1}^k a_j^i \left[(\sqrt{3} - 1) \delta_{j-1} + \frac{e^{(\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i) \delta_{j-1}} - 1}{\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i} \right] \times \\ \times \left[\sqrt{3} - 1 + e^{(\sqrt{2} + a_1^i + a_2^i)(t_k - \tau_j)} \right] \int_{\tau_{j-1}}^{\tau_j} |u_j^{i0}(\tau, \xi_{j-1}^i) - u^{i0}(\tau)| d\tau \quad (4.12)$$

где $\xi_0 = (\xi_0^0, \xi_0^1, \xi_0^2)$, $\xi_1 = (\xi_1^0, \xi_1^1, \xi_1^2)$, $\xi_{k-1} = (\xi_{k-1}^0, \xi_{k-1}^1, \xi_{k-1}^2)$.

Полученная оценка (4.12) позволяет оценить математическое ожидание, дисперсии и т.д. отклонения движения системы от поводьяра.

5. Построение стохастической модели схвата. Пусть движение схвата манипулятора поводьяра в системе координат $OXYZ$ определяется радиус-вектором $R(x, y, z)$, а по истинному движению — $\bar{R} = \bar{R}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$. Из фиг.1 имеем

$$x = [L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + a] \sin \varphi_0$$

$$\bar{x} = [L_1 \cos \bar{\varphi}_1 + L_2 \cos(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2) + a] \sin \bar{\varphi}_0$$

$$\begin{aligned}
y &= [L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + a] \cos \varphi_0 \\
\bar{y} &= [L_1 \cos \bar{\varphi}_1 + L_2 \cos(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2) + a] \cos \bar{\varphi}_0 \\
z &= L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \\
\bar{z} &= L_1 \sin \bar{\varphi}_1 + L_2 \sin(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2)
\end{aligned} \quad (5.1)$$

Стохастическую оценку состояния схвата на каждом интервале времени $t \in [\tau_{i-1}, \tau_i]$ можно определить следующим образом:

$$\rho_{\pi}(t) = \|R(t) - R(t)\| = \left[(\bar{x} - x)^2 + (\bar{y} - y)^2 + (\bar{z} - z)^2 \right]^{1/2} \quad (5.2)$$

$$\text{при } \bar{\varphi}_i(\tau_i, \xi_{i0}, \dots, \xi_{i,i-1}) = \varphi_i(\tau_i) + \varepsilon_i(\tau_i, \xi_{i0}, \dots, \xi_{i,i-1}) \quad (i = 0, 1, 2) \quad (5.3)$$

Вычисляя (5.2) при (5.1), (5.3) и пренебрегая величинами, порядок которых превышает ε_i^2 , получим

$$\begin{aligned}
\rho_{\pi}^2(t, \omega) &= \varepsilon_0^2(t, \omega) \{ [L_1 \cos \varphi_1(t) + L_2 \cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t))]^2 + a^2 + \\
&+ 2a[L_1 \cos(\varphi_1(t) + \varphi_2(t)) + L_2 \cos \varphi_2(t)] \} + \{ \varepsilon_1(t, \omega)[L_1 + L_2] + \varepsilon_2(t, \omega)L_2 \}^2
\end{aligned}$$

где ε_j ($j = 0, 1, 2$) имеет вид

$$\begin{aligned}
\varepsilon_j(\tau_i, \xi_{i0}^j, \dots, \xi_{i,i-1}^j) &= a_j' \sum_{\mu=1}^i \sum_{\nu=1}^i \sum_{\lambda=1}^i - \sum_{\lambda=1}^i \int_{\tau_{\lambda-1}}^{\tau_{\lambda}} w_{i\nu}^j | \tau_{\lambda} - \tau_{\lambda-1} | w_{i\lambda-1}^j | \tau_{i-1} - \tau_{\lambda-2} | \cdot \\
&\times w_{i\lambda}^j [\tau_{\mu} - \tau] [u_{i\mu}^{j0}(\tau, \xi_{i\mu-1}^j) - u^{j0}(\tau)] d\tau
\end{aligned} \quad (5.4)$$

6. Пример: Рассмотрим движение первого звена робота "Универсал-5" [6] горизонтальной плоскости на интервале времени $[0, 2]$ с безразмерными параметрами

$$L_1 \approx 0.0112, k_1 \approx 1.4977, R_1 \approx 0.3858 \quad (6.1)$$

и с граничными условиями

$$\varphi_1(0) = \dot{\varphi}_1(0) = \ddot{\varphi}_1(0) = \varphi_1(2) = \dot{\varphi}_1(2) = 0, \quad \varphi_1(2) = 1$$

Из (1.3) и (6.1) следует

$$a_1^1 = R_1 / L_1 \approx 34.4, a_2^1 = k_1 / L_1 \approx 133.7, a_3^1 = 1 / L_1 \approx 89.2, \lambda_1^1 \approx -30, \lambda_2^1 \approx -4.5$$

Производим измерения состояния звена в два момента времени ($t_0 = 0, \tau_i = 1$). Пусть измерения будут

$$x^1(0, \xi_0^1) = w^1(0) + \varepsilon^1(0, \xi_0^1), \quad x^1(1, \xi_1^1) = w^1(1) + \varepsilon^1(1, \xi_1^1)$$

где $w^1(0), w^1(1), x_1(0, \xi_0^1), x_1(1, \xi_1^1)$ — векторы состояния звена в моменты измерения ($w_1^1(1) = 0.6, w_2^1(1) = 0.54, w_3^1(1) = 0.014$)

Из (2.2) получим

$$u^{10}(2, \tau) = 0.99e^{-30(2-\tau)} - 0.99e^{-4.5(2-\tau)} + 0.72$$

$$\rho^1(2, \xi_0^1, \xi_1^1) = \frac{ -\varepsilon_1^1(0, \xi_0^1) + 0.001\varepsilon_1^2(0, \xi_1^1) - 0.00003\varepsilon_1^3(0, \xi_1^1) }{ 0.17 - [0.5\varepsilon_1^1(0, \xi_0^1) - 0.17\varepsilon_1^2(0, \xi_1^1) - 0.004\varepsilon_1^3(0, \xi_1^1)] } +$$

$$\frac{-\epsilon_1^1(1, \xi_1^1) + 0.002\epsilon_2^2(1, \xi_1^1) - 0.000004\epsilon_3^3(1, \xi_1^1)}{0.44 - [1.75\epsilon_1^1(1, \xi_1^1) - 0.445\epsilon_2^2(1, \xi_1^1) - 0.001\epsilon_3^3(1, \xi_1^1)]}$$

Допустим, что плотности случайных величин распределены равномерно [7]

$$f(\xi_1^0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \xi_1^0 < 1 \\ 0, & \xi_1^0 < 0, \xi_1^0 \geq 1 \end{cases} \quad f(\xi_1^1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \xi_1^1 < 1 \\ 0, & \xi_1^1 < 0, \xi_1^1 \geq 1 \end{cases}$$

$$\epsilon_1^1(0, \xi_1^0) = a_1 f(\xi_1^0) \quad \epsilon_2^2(0, \xi_1^0) = a_2 f(\xi_1^0) \quad \epsilon_3^3(0, \xi_1^0) = a_3 f(\xi_1^0)$$

$$\epsilon_1^1(1, \xi_1^1) = b_1 f(\xi_1^1) \quad \epsilon_2^2(1, \xi_1^1) = b_2 f(\xi_1^1) \quad \epsilon_3^3(1, \xi_1^1) = b_3 f(\xi_1^1)$$

где a_i, b_i ($i = 1, 2, 3$) – постоянные величины

Математическое ожидание оценки $\rho^1(2, \xi_1^0, \xi_1^1)$ имеет вид

$$M[\rho_1(2, \xi_1^0, \xi_1^1)] \leq [-0.5a_1 + 0.17a_2 + 0.004a_3] +$$

$$+ 0.17 \ln \left| 1 - \frac{0.5a_1 - 0.17a_2 - 0.004a_3}{0.17} \right| \times$$

$$\times \frac{|-a_1 + 0.001a_2 - 0.000003a_3|}{[0.5a_1 - 0.17a_2 - 0.004a_3]^2} + \frac{|-b_1 + 0.002b_2 - 0.000004b_3|}{[1.7b_1 - 0.44b_2 - 0.001b_3]^2} \times$$

$$\times \left[-1.7b_1 + 0.44b_2 + 0.001b_3 + 0.44 \ln \left| 1 - \frac{1.7b_1 - 0.44b_2 - 0.001b_3}{0.44} \right| \right]$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы. Справочник. - М.: Машиностроение, 1983.
2. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. - М.: Энергия, 1976.
3. Акуленко А.Д., Болопник Н.Н. Синтез оптимального управления транспортными движениями манипуляционных роботов. - Изв. АН СССР. МТТ, 1986, №4.
4. Красовский Н.Н. Теория управления движением. - М.: Наука, 1968.
5. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. - М.: Наука, 1985.
6. Черноусько Ф.А., Болопник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. - М.: Наука, 1989.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1988.

Ереванский государственный
университет 23.11.1998

Поступила в редакцию