ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 52, №2, 1999 Механика

УДК 539.3:534.2

О СУЩЕСТВОВАНИИ ВОЛН ТИПА РЭЛЕЯ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ЗАМКНУТОЙ НЕКРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Гулгазарян Г.Р.

Գ.Ռ. Ղուլղազարյան
Ոչ շրջանային փակ կիսաանվերջ գլանային թաղանթում Ռեյլեյի տիպի ալիքի գոյության մասին

Աշխատանքում հետազոտվում է հարթ (ոչ ծռման) Ռեյլեյի տիպի ալիքների տարածման հարցը, որը մարում է կիսաանվերջ ոչ շրջանային գլանային թաղանթի ազատ ծայրից ծնիչի ուղղությամբ: Հետազոտումը կատարվում է առաձգական իզոտրոպ թաղանթի համար, երբ առկա է ծռման կոշտությունը: Մասնավորապես հետազոտվում են առավելապես ծռման տատանման և առավելապես տանգենցիալ տատանման դեպքերը:

G.R. Gulgazaryan
About the existence of the waves of Rayleighs type in semiinfinite closed noncircular cylindrical shells

В работе исследуется вопрос распространения плоских волн типа Рэлея, затухающих от свободного торца полубесконечной замкнутой некруговой цилиндрической оболочки вдоль направления ее образующих. Исследование проводится для тонкой упругой изотропной оболочки при наличии изгибной жесткости. В частности, исследуется случай преимущественно изгибных колебаний и преимущественно тангенциальных колебаний.

Вопросы распространения плоской волны типа Рэлея, затухающей от свободного торца полубесконечной замкнутой цилиндрической оболочки, для безмоментной задачи рассмотрены в работах [1],[2]. Аналогичная задача для круговой полубесконечной цилиндрической оболочки с учетом изгибной жесткости рассмотрена в работе [3]. Настоящая работа является логическим продолжением работы [2] для моментной задачи.

Предполагается, что радиус кривизны направляющей кривой имеет вид

$$R(\beta) = R_0(1+\varepsilon\cos(2\pi\beta/s)), \quad 0\le\varepsilon<1, \quad 0\le\beta\le s$$

где $R_0 = \mathrm{const}$, β - длина переменной дуги направляющей кривой срединной поверхности, s - полная длина. Приведен численный анализ, показывающий зависимость фазовой скорости от ε и от волнового числа m.

1.Общий случай. В качестве исходных уравнений возьмем уравнения, которые соответствуют технической теории цилиндрических оболочек [4],[5] :

$$\Gamma u_1 = \sigma\frac{\partial^3 w}{\partial\alpha^3} - \frac{\partial^3 w}{\partial\alpha\partial\beta^2} + \frac{2\sigma\lambda}{1-\sigma}\frac{\partial w}{\partial\alpha}, \quad \Gamma u_2 = \frac{\partial^3 w}{\partial\beta^3} + (2+\sigma)\frac{\partial^3 w}{\partial\alpha^2\partial\beta} + \frac{2\lambda}{1-\sigma}\frac{\partial w}{\partial\beta}$$

$$\mu^4\Gamma R\Delta\Delta Rw-\lambda\Gamma R^2w+(1-\sigma^2)\frac{\partial^4 w}{\partial\alpha^4}+\lambda\Delta w+2(1+\sigma)\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}+\frac{2\lambda^2}{1-\sigma}w=0 \quad (1.1)$$

Здесь $u_1, u_2, u_3=Rw$ — проекции смещения, α,β — ортогональные координаты точки срединной поверхности, $R^{-1}=R^{-1}(\beta)$ — кривизна направляющей кривой,

$$\lambda=\left(1-\sigma^2\right)\omega^2\rho/E \quad (1.2)$$

где ρ — удельная плотность материала оболочки, E — модуль Юнга, σ — коэффициент Пуассона, ω — частота, $\mu^4=h^2/12$ (h — толщина оболочки), Δ — оператор Лапласа, оператор Γ имеет вид

$$\Gamma=\Delta\Delta+(3-\sigma)(1-\sigma)^{-1}\lambda\Delta+2(1-\sigma)^{-1}\lambda^2 \quad (1.3)$$

Граничные условия принимают вид

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial\alpha^2}+\sigma\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial\beta^2}+\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{u_2}{R}\right)\right)\bigg|_{\alpha=0}=0,\quad \frac{\partial u_1}{\partial\alpha}+\sigma\left(\frac{\partial u_2}{\partial\beta}-\frac{u_3}{R}\right)\bigg|_{\alpha=0}=0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial\beta}+\frac{\partial u_2}{\partial\alpha}+4\mu^4\left(\frac{1}{R}\frac{\partial^2 u_3}{\partial\alpha\partial\beta}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{u_2}{R}\right)\right)\bigg|_{\alpha=0}=0$$

$$u_i(\alpha,\beta)=u_i(\alpha,\beta+s),\ i=\overline{1,3} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial^3 u_3}{\partial\alpha^3}+(2-\sigma)\frac{\partial^3 u_3}{\partial\alpha\partial\beta^2}+(2-\sigma)\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\left(\frac{u_2}{R}\right)\bigg|_{\alpha=0}=0,\quad \sum_{j=1}^{3}\left|u_j\right|\bigg|_{\alpha\to+\infty}=0$$

Периодическое решение системы (1.1) ищем в виде

$$u_1=\exp(\chi\alpha)\left(\sum_{m=0}^{\infty}u_m\cos P_m\beta\right),\quad u_2=\exp(\chi\alpha)\sum_{m=1}^{\infty}v_m\sin P_m\beta$$

$$w=\exp(\chi\alpha)\left(w_0/2+\sum_{m=1}^{\infty}w_m\cos P_m\beta\right) \quad (1.5)$$

где $P_m=2\pi m/s$. Подставим (1.5) в (1.1). Из первых двух уравнений (1.1) получим

$$u_m=A_m w_m,\quad v_m=B_n w_n,\quad m=\overline{0,+\infty}$$

$$A_m=\chi(\sigma\chi^2+P_m^2+2\lambda\sigma/(1-\sigma))/c_m$$

$$B_m=-P_m((2-\sigma)\chi^2-P_m^2 2\lambda/(1-\sigma))/c_m \quad (1.6)$$

$$c_m=(\chi^2-P_m^2)^2+(3-\sigma)(1-\sigma)^{-1}\lambda(\chi^2-P_m^2)+2(1-\sigma)^{-1}\lambda^2$$

При $m=0$ в (1.6) w_0 заменяется на $w_0/2$. Из третьего уравнения (1.1), учитывая, что $w_{-1}\equiv w_1$, получим бесконечную систему уравнений

$$(0.5a_0^{(0)}+\varepsilon^2 b_0^{(2)})w_0+\varepsilon b_0^{(1)}w_1+\varepsilon^2 b_0^{(2)}w_2=0$$

$$\varepsilon^2 a_m^{(2)}w_{m-2}+\varepsilon a_m^{(1)}w_{m-1}+(a_m^{(0)}+\varepsilon^2(a_m^{(2)}+b_m^{(2)}))w_m+\varepsilon b_m^{(1)}w_{m+1}+ \quad (1.7)$$

$$+\varepsilon^2 b_m^{(2)}w_{m+2}=0,\quad m=\overline{1,+\infty}$$

где

$$a_m^{(2)} = 0.25c_m((\chi^2 - P_{m-1}^2)^2\mu^4 - \lambda), a_m^{(1)} = 0.5c_m(((\chi^2 - P_{m-1}^2)^2 + (\chi^2 - P_m^2)^2)\mu^4 - 2\lambda)$$

$$a_m^{(0)} = c_m((\chi^2 - P_m^2)^2\mu^4 - \lambda) + (1-\sigma^2)\chi^4 / R_0^2 + \lambda(\chi^2 - P_m^2)/R_0^2 + 2(1+\sigma)\chi^2\lambda / R_0^2 + 2\lambda^2/((1-\sigma)R_0^2) \tag{1.8}$$

$$b_m^{(1)} = 0.5c_m(((\chi^2 - P_m^2)^2 + (\chi^2 - P_{m+1}^2)^2)\mu^4 - 2\lambda)$$

$$b_m^{(2)} = 0.25 \cdot c_m((\chi^2 - P_{m+1}^2)^2\mu^4 - \lambda), \quad m = \overline{0,+\infty}$$

Чтобы система (1.7) имела нетривиальное решение, необходимо и достаточно, чтобы ее бесконечный определитель (он является определителем типа Хилла) равнялся нулю

$$D(\chi^2, \varepsilon) = 0 \tag{1.9}$$

Уравнение (1.9) устанавливает функциональную зависимость: $\chi = \chi(R_0, \lambda, \sigma, m, \mu, \varepsilon)$. В явной форме эту зависимость можно установить следующим образом. Возьмем D из (1.9) при конечном n и приравняем к нулю:

$$D_{n+1}(\chi^2, \varepsilon) = 0 \tag{1.10}$$

Найдем χ_n -решение алгебраического уравнения (1.10). Точное решение получится из χ_n при $n \to +\infty$. Заметим, что при $n \geq 2$ определитель $D_{n+1}(\chi^2, \varepsilon)$ можно представить в виде

$$D_{n+1} = (a_n^{(0)} + \varepsilon^2(a_n^{(2)} + b_n^{(2)}))D_n - \varepsilon^2 a_n^{(1)} b_{n-1}^{(1)} D_{n-1} + O(\varepsilon^4) \tag{1.11}$$

Справедливы следующие утверждения:

1) При фиксированном μ, R_0, σ существует $m = m_0$ и $0 < \lambda_0 < 0.5(1-\sigma)P_{m_0}^2$, что при всех m и λ, удовлетворяющих неравенствам

$$m \geq m_0, \quad 0 < \lambda \leq \lambda_0 m^2 / m_0^2 \tag{1.12}$$

уравнение $a_m^{(0)} = 0$ имеет четыре χ-корня с отрицательными действительными частями.

2) При достаточно малом значении ε и при условиях (1.12) уравнение (1.9) имеет четыре χ^2 – формальные решения вида

$$(\chi_j)^2 = (\chi_j^{(m)})^2 + \alpha_j^{(m)}\varepsilon^2 + \beta_j^{(m)}\varepsilon^4 + \ldots, \quad j = \overline{1,4} \tag{1.13}$$

где $\chi_j^{(m)}$, $(j = \overline{1,4})$-корни уравнения $a_m^{(0)} = 0$ с отрицательными действительными частями, а

$$\alpha_j^{(m)} = (a_{m+1}^{(0)} b_m^{(1)} a_{m-1}^{(0)} + a_{m+1}^{(0)} a_m^{(1)} b_{m-1}^{(1)} - a_{m+1}^{(0)} a_{m-1}^{(0)}(a_m^{(2)} + b_m^{(2)})) / \left. /(a_{m+1}^{(0)} a_{m-1}^{(0)} a_m^{(0)'}) \right|_{\chi = \chi_j^{(m)}} \tag{1.14}$$

Здесь $a_m^{(0)'}$ - производные $a_m^{(0)}$ по χ^2.

Первое утверждение доказывается, исходя из критерия Гурвица. Второе утверждение доказывается аналогичным методом, как в [2], используя (1.11).

Пусть $(w_0^{(j)}, w_1^{(j)}, \ldots, w_m^{(j)}, \ldots)$, $(j = \overline{1,4})$ являются нетривиальными решениями системы (1.7) при $\chi = \chi_j$ $(j = \overline{1,4})$, которые определяются из (1.13) и имеют отрицательные действительные части.

Решение задачи (1.1), (1.4) представим в виде

$$u_i = \sum_{j=1}^{4} u_i^{(j)},\ i = 1,2;\ \ w = \sum_{j=1}^{4} w^{(j)} \tag{1.15}$$

где $(u_1^{(j)}, u_2^{(j)}, w^{(j)})$, $j = \overline{1,4}$ – решения вида (1.5) системы (1.1) при $\chi = \chi_j$ $(j = \overline{1,4})$ соответственно. В дальнейшем ограничимся следующим приближением:

$$R^{-1}(\beta) \approx R_0^{-1}(1 + 0.5\varepsilon^2 - \varepsilon\cos(2\pi\beta/s) + 0.5\varepsilon^2\cos(4\pi\beta/s)) \tag{1.16}$$

которое не уменьшает общности обоснования дальнейших результатов. Подставляя (1.15) в (1.4), придем к системе уравнений

$$\begin{gathered}
\sum_{j=1}^{4} R_{1j}^{(0)} w_0^{(j)} + R_{1j}^{(1)} w_1^{(j)} = 0,\ \sum_{j=1}^{4} R_{2j}^{(0)} w_0^{(j)} = 0,\ \sum_{j=1}^{4} R_{4j}^{(0)} w_0^{(j)} + R_{4j}^{(1)} w_1^{(j)} = 0 \\
\sum_{j=1}^{4} \sum_{k=m-2}^{m+2} R_{1j}^{(k)} w_k^{(j)} = 0,\ \sum_{j=1}^{4} R_{2j}^{(m)} w_m^{(j)} = 0 \\
\sum_{j=1}^{4} \sum_{k=m-2}^{m+2} R_{3j}^{(k)} w_k^{(j)} = 0,\ \sum_{j=1}^{4} \sum_{k=m-2}^{m+2} R_{4j}^{(k)} w_k^{(j)} = 0,\ m = \overline{1,+\infty}
\end{gathered} \tag{1.17}$$

где

$$\begin{aligned}
& R_{1j}^{(0)} = 0.5\chi_j^2,\ \ R_{1j}^{(1)} = 0.5\varepsilon\chi_j^2,\ \ R_{2j}^{(0)} = 1, \\
& R_{1j}^{(m)} = \chi_j^2 - \sigma P_m^2 + (1 + \varepsilon^2/2)\sigma P_m R_0^{-2} B_m^{(j)} \\
& R_{2j}^{(m)} = \chi_j A_m^{(j)} + \sigma P_m B_m^{(j)} - \sigma \\
& R_{3j}^{(m)} = -P_m A_m^{(j)} + \chi_j B_m^{(j)} + 4\mu^4\chi_j((1 + \varepsilon^2/2)R_0^{-2} B_m^{(j)} - P_m) \\
& R_{4j}^{(m)} = \chi_j(\chi_j^2 - (2 - \sigma)P_m^2 + (2 - \sigma)(1 + \varepsilon^2/2)P_m R_0^{-2} B_m^{(j)}) \\
& A_m^{(j)} = A_m\big|_{\chi=\chi_j},\ \ B_m^{(j)} = B_m\big|_{\chi=\chi_j}
\end{aligned} \tag{1.18}$$

а значения остальных коэффициентов системы (1.17) для нашей цели не существенны, поэтому не приводим. Пусть $m \neq 0$. Обозначим

$$\eta^2 = 2\lambda/((1 - \sigma)P_m^2),\ \ D^{(m)} = \left|R_{ij}^{(m)}\right|_{i,j=1}^{4} \tag{1.19}$$

Чтобы система (1.17) имела нетривиальное решение, необходимо и достаточно, чтобы ее бесконечный определитель (он является определителем нормального типа) равнялся нулю

$$M = M(\eta, m, \sigma, \mu, R_0, \varepsilon) = 0 \tag{1.20}$$

Нули уравнения (1.20) относительно η ищем так, как поступили с уравнением (1.9). Раскроем определитель M из (1.20) при конечном $n = 4m + 3$. Легко заметить, что

$$M_{4m+3} = M_{4m-1} D^{(m)} + O(\varepsilon^2) \tag{1.21}$$

Пусть $\bar{S}(0,\eta_0)$ — замкнутый круг на комплексной η-плоскости, где $\eta_0^2 = 2\lambda_0/((1-\sigma)P_{m_0}^2)$. Так как в (1.21) левая часть и первое слагаемое правой части — регулярные функции на $\bar{S}(0,\eta_0)$, то можно утверждать, что O-член в (1.21) есть регулярная функция на $\bar{S}(0,\eta_0)$. Поэтому в силу теоремы Руше при достаточно малых ε функция M_{4m-1} обращается в нуль лишь в окрестности нулей уравнения $M_{4m-1}D^{(m)} = 0$. Таким образом, мы заключаем, что приближенные значения безразмерной характеристики фазовой скорости η задачи (1.1), (1.4) надо искать среди корней уравнения

$$D^{(m)} = 0,\ m = \overline{m_0,+\infty} \tag{1.22}$$

Производя элементарные действия над столбцами определителя $D^{(m)}$, уравнения (1.22) можно привести к эквивалентным уравнениям

$$K\left|m_{ij}\right|_{i,j=1}^{4} = 0,\ m = \overline{m_0,+\infty} \tag{1.23}$$

где $m_{ij}(i,j=\overline{1,4})$ легко восстанавливаются, поэтому не приводим, а

$$K = (\chi_1-\chi_2)(\chi_1-\chi_3)(\chi_1-\chi_4)(\chi_2-\chi_3)(\chi_2-\chi_4)(\chi_3-\chi_4)/P_m \tag{1.24}$$

Заметим, что при двух значениях $0<\eta<\eta_0$ (или λ удовлетворяющих условию (1.12)) корни уравнения $a_m^{(0)}=0$ совпадают [3]. При $\varepsilon=0$ эти значения η не являются характеристиками фазовой скорости задачи (1.1), (1.4) [3] Исходя из теоремы Руше, можем заключить, что при достаточно малом ε только η — корни уравнения

$$\left|m_{ij}\right|_{i,j=1}^{4} = 0,\quad m = \overline{m_0,+\infty} \tag{1.25}$$

являются приближенными значениями безразмерной характеристики фазовой скорости задачи (1.1), (1.4). Заметим, что уравнения (1.25) при $\varepsilon = 0$ совпадают с уравнениями (1.23) из [3].

2. Преимущественно изгибные колебания. Пренебрегая тангенциальными силами инерции, система уравнений (1.1) принимает вид

$$\Delta\Delta u_1 = \sigma\frac{\partial^3 w}{\partial\alpha^3} - \frac{\partial^3 w}{\partial\alpha\partial\beta^2},\quad \Delta\Delta u_2 = \frac{\partial^3 w}{\partial\beta^3} + (2+\sigma)\frac{\partial^3 w}{\partial\beta\partial\alpha^2} \tag{2.1}$$

$$\mu^4\Delta\Delta R\Delta\Delta R w + (1-\sigma^2)\frac{\partial^4 w}{\partial\alpha^4} - \lambda\Delta\Delta R^2 w = 0$$

Периодическое решение системы (2.1) ищем в виде (1.5). Из первых двух уравнений (2.1) получим

$$u_m = \frac{\chi(\sigma\chi^2+P_m^2)w_m}{(\chi^2-P_m^2)^2},\quad v_m = -\frac{P_m((2+\sigma)\chi^2-P_m^2)w_m}{(\chi^2-P_m^2)^2} \tag{2.2}$$

Учитывая все согласованности в пункте 1, из третьего уравнения (2.1) получим бесконечную систему уравнений вида (1.7), в которой

$$a_m^{(2)} = 0.25(\chi^2-P_m^2)^2(\mu^4(\chi^2-P_{m-1}^2)^2-\lambda)$$

$$a_m^{(1)} = 0.5(\chi^2 - P_m^2)^2(\mu^4((\chi^2 - P_{m-1}^2)^2 + (\chi^2 - P_m^2)^2) - 2\lambda)$$
$$a_m^{(0)} = \mu^4(\chi^2 - P_m^2)^4 + (1-\sigma^2)R_0^{-2}\chi^4 - \lambda(\chi^2 - P_m^2)^2$$
$$b_m^{(1)} = 0.5(\chi^2 - P_m^2)^2(\mu^4((\chi^2 - P_m^2)^2 + (\chi^2 - P_{m+1}^2)^2) - 2\lambda)$$
$$b_m^{(2)} = 0.25(\chi^2 - P_m^2)^2(\mu^4(\chi^2 - P_{m+1}^2)^2 - \lambda), \quad m = \overline{0,+\infty} \tag{2.3}$$

Справедливы следующие утверждения:

1) При фиксированном μ, R_0, σ, m для всех $\lambda(\eta)$, удовлетворяющих неравенству

$$0 < \lambda < P_m^4\mu^4 \; (0 < \eta^2 < 2P_m^2\mu^4/(1-\sigma)) \tag{2.4}$$

уравнение $a_m^{(0)} = 0$ имеет четыре $\chi_j^{(m)}$-корня с отрицательными действительными частями.

2) В условии (2.4) определитель системы (1.7) с учетом (2.3) имеет четыре формальных решения вида (1.13), в котором $\chi_j^{(m)} (j = \overline{1,4})$– корни уравнения $a_m^{(0)} = 0$ с отрицательными действительными частями. $\alpha_j^{(m)}$ определяются формулой (1.14) с учетом того, что $a_k^{(j)}, b_k^{(j)} (j = \overline{0,2}, i = 1,2, k = \overline{m-1, m+2})$ определяются формулами (2.3). Остальные рассуждения аналогичны общему случаю, только заметим, что здесь

$$A_m^{(j)} = \frac{\chi_j(\sigma\chi_j^2 + P_m^2)}{(\chi_j^2 - P_m^2)^2}, \; B_m^{(j)} = -\frac{P_m((2+\sigma)\chi_j^2 - P_m^2)}{(\chi_j^2 - P_m^2)^2} \tag{2.5}$$

и при решении дисперсионного уравнения (1.25) необходимо в формулах m_{ij}, $i, j = \overline{1,4}$ всюду приравнять $\eta = 0$.

3. **Преимущественно тангенциальные колебания.** Пренебрегая нормальной силой инерции, первые два уравнения системы (1.1) сохраняются, а в третьем уравнении исчезает только слагаемое: $\lambda\Gamma R^2 w$. Периодическое решение системы (1.1), с учетом изменений, ищем в виде (1.5). Тогда формулы (1.6) сохраняются, а в системе (1.7) коэффициенты принимают вид

$$a_m^{(2)} = 0.25\mu^4 c_m(\chi^2 - P_{m-1}^2)^2, \; a_m^{(1)} = 0.5\mu^4 c_m((\chi^2 - P_{m-1}^2)^2 + (\chi^2 - P_m^2)^2)$$
$$a_m^{(0)} = \mu^4 c_m(\chi^2 - P_m^2)^2 + (1-\sigma^2)R_0^{-2}\chi^4 + \lambda R_0^{-2}(\chi^2 - P_m^2) +$$
$$+ 2(1+\sigma)R_0^{-2}\chi^2\lambda + 2\lambda^2/(R_0^2(1-\sigma)) \tag{3.1}$$
$$b_m^{(1)} = 0.5\mu^4 c_m((\chi^2 - P_m^2)^2 + (\chi^2 - P_{m+1}^2)^2)$$
$$b_m^{(2)} = 0.25\mu^4 c_m(\chi^2 - P_{m+1}^2)^2, \quad m = \overline{0,+\infty}$$

с учетом (3.1) справедливы утверждения 1) и 2) из пункта 1. Остальные рассуждения аналогичны общему случаю. Здесь дисперсионные уравнения сохраняют свой вид.

В табл. 1, 2 и 3 приведены значения безразмерной характеристики фазовой скорости η в зависимости от m и ε при $\sigma = 1/3$, $\mu^4 = 1/4800$ соответственно для общего случая, преимущественно изгибных колебаний и преимущественно тангенциальных колебаний.

В качестве направляющей кривой служит улитка Паскаля:

$$\rho = 1 + \varepsilon\cos\varphi, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi, \quad 0 < \varepsilon < 1 \tag{3.2}$$

В численных расчетах вместо (1.13) используются приближенные формулы

$$\chi_j^2 \approx (\chi_j^{(m)})^2 + \alpha_j^{(m)}\varepsilon^2, j = \overline{1,4} \tag{3.3}$$

Анализ показывает, что в общем случае первые фазовые скорости соответствуют преимущественно изгибным (квазипоперечным) колебаниям.

Таблица 1

m	η		
	ε = 0	ε = 1/10	ε = 1/5
2	0.04461	0.04461	0.04417
3	0.07091	0.07073	0.07022
4	0.09669	0.09641	0.09570
5	0.12211	0.12179	0.12090
6	0.14741	0.14702	0.14595
7	0.17259	0.17215	0.17089
8	0.19774	0.19723	0.19577
9	0.22282	0.22222	0.22063
10	0.24788	0.24724	0.24544
11	0.27295	0.27221	0.27023
12	0.29782	0.29716	0.29500

Таблица 2

m	η		
	ε = 0	ε = 1 / 10	ε = 1 / 5
2	0.04989	0.04975	0.04940
3	0.07476	0.07457	0.07403
4	0.09965	0.09938	0.09866
5	0.12455	0.12421	0.12331
6	0.14946	0.14906	0.14798
7	0.17438	0.17392	0.17265
8	0.19931	0.19878	0.19736
9	0.22423	0.22364	0.22201
10	0.24916	0.24849	0.24669
11	0.27409	0.27336	0.27137
12	0.29902	0.29822	0.29605

Таблица 3

m	η		
	ε = 0	ε = 1 / 10	ε = 1 / 5
2	0.09950	0.09922	0.09851
3	0.22200	0.22156	0.21979
4	0.38695	0.38591	0.38324
5	0.57831	0.57693	0.57339
6	0.74408	0.74300	0.79010
7	0.83327	0.83268	0.83117
8	0.87314	0.87284	0.87204
9	0.89226	0.89208	0.89160
10	0.90236	0.90225	0.90197
11	0.90819	0.90812	0.90794
12	0.91173	0.91167	0.91156

Автор благодарит М. В. Белубекяна за обсуждение результатов статьи, а также А. В. Саакяна за помощь при расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багдасарян Р.А., Белубекян М.В., Казарян К.Б. Волны типа Рэлея в полубесконечной цилиндрической оболочке.-В сб.: Волновые задачи механики. Нижний Новгород, 1992, с. 87-93.
2. Гулгазарян Г.Р., Казарян К.Б. Волны типа Рэлея в полубесконечной замкнутой некруговой цилиндрической оболочке. - Изв. НАН Армении, Механика, 1997, т.50, №1, с.27-33.
3. Белубекян М.В., Гулгазарян Г.Р., Саакян А.В. Волны типа Рэлея в полубесконечной круговой замкнутой цилиндрической оболочке. - Изв. НАН Армении, Механика, 1997, т.50, №3-4, с.49-55.
4. Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. -М.: Наука, 1979. 383с.
5. Гулгазарян Г.Р. Приближенные частоты собственных колебаний некруговой цилиндрической оболочки. - Изв. НАН Армении, Механика, 1996, т.49, №1, с.61-70.
6. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. -М.: Физматгиз., 1963, т.1, 342с.

Иститут механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
19.09.1996