

УДК 62.50

ОПТИМИЗАЦИ Я КОНФИГУРАЦИЙ И НАПРАВЛЕНИЙ
 ПОВОРОТОВ ЗВЕНЬЕВ ДВУЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА
 ПО КОМБИНИРОВАННЫМ КРИТЕРИЯМ КАЧЕСТВА

Аветисян В.В.

Վ.Վ. Ավետիսյան

Երկբև մանիպուլյատորի կոնֆիգուրացիայի և բևերի պտտման ուղղությունների օպտիմիզացիան ըստ որակի կոմբինացված ցուցանիշի

Ստաբարկվում է դիագրամային եղանակ, որը եմարավորություն է տալիս երկբև մանիպուլյատորի վերջնական կոնֆիգուրացիայի և բևերի պտտման ուղղությունների ընտրման շնորհիվ ապահովել օպտիմալ ըստ որակի կոմբինացված ցուցանիշի մանիպուլյատորի բոմիշի բերելը աշխատանքային գոտու տրված դիրք:

V.V. Avetisyan

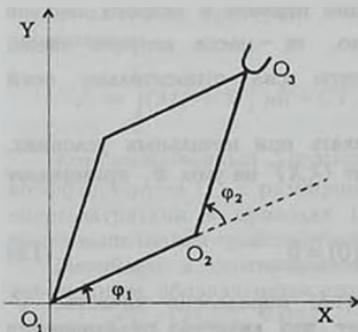
Optimization of configurations and directions of rotations of two-link manipulators by the combined criteria of quality

Предлагается диаграммный способ выбора конечной конфигурации и направлений поворотов звеньев манипулятора, обеспечивающих оптимальное по заданному критерию приведение схвата манипулятора в заданное положение в рабочей зоне.

1. В плоскопараллельном движении двухзвеного манипулятора, имеющего прямолинейные и одинаковые по длине, равные a , звенья, декартовы координаты (x, y) схвата O_3 однозначно определяются обобщенными координатами φ_1, φ_2

$$x = a[\cos \varphi_1 + \cos(\varphi_1 + \varphi_2)], \quad y = a[\sin \varphi_1 + \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] \quad (1.1)$$

Примем, что отсчет углов φ_1 и φ_2 ведется против часовой стрелки от соответствующих прямых O_1X и O_1O_2 соответственно (фиг.1).



Փիգ. 1

Из (1.1) следует, что каждому положению (x, y) схвата отвечают две конфигурации. Обозначим их через $\{\varphi_1(x, y), \varphi_2(x, y)\}^{(p)}$, $p = \pm 1$. В дальнейшем для краткости аргументы (x, y) функций $\varphi_i(x, y)$ будут опускаться. Значению $p = +1$ отвечает конфигурация, при которой $0 \leq \varphi_2 \leq \pi$, а значению $p = -1$ — $\pi \leq \varphi_2 \leq 2\pi$. Между углами $\varphi_i^T, i = 1, 2$, отвечающими

различным значениям p , имеется следующая связь:

$$\varphi_1^T |_{p-1} = \varphi_1^T |_{p-1} + \varphi_2^T |_{p-1}, \quad \varphi_2^T |_{p-1} = 2\pi - \varphi_2^T |_{p-1} \quad (1.2)$$

Предположим, что рассматриваемый манипулятор в своем движении допускает изменение углов $\Delta\varphi_i, \Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_i^0$ в диапазонах $\Omega = \{\Delta\varphi_i, |\Delta\varphi_i| \leq 2\pi, i = 1, 2\}$. Такое допущение позволяет перемещать схват из любого начального положения в заданное положение в рабочей зоне. Отметим, что пары обобщенных координат $(\varphi_1, \varphi_2), (\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2), (\varphi_1, \varphi_2 - 2\pi), (\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2 - 2\pi)$ определяют одну и ту же конфигурацию манипулятора. Однако, приведенные выше различные параметрические представления этой конфигурации несут информацию о способе приведения манипулятора в данную конфигурацию из исходного положения $(\varphi_1^0 = 0, \varphi_2^0 = 0)$. Так, например, пара $(\varphi_1, \varphi_2), \varphi_1 > 0, \varphi_2 > 0$ означает, что для прихода в соответствующую конфигурацию первое звено было повернуто на угол φ_1 , а второе — на угол φ_2 против часовой стрелки, в то время как $(\varphi_1 - 2\pi, \varphi_2)$ означает, что для приведения в ту же самую конфигурацию первое звено было повернуто на угол $2\pi - \varphi_1$ по часовой стрелке, а второе — на угол φ_2 против часовой стрелки.

В соответствии с этим любую конфигурацию можно задавать в одной из следующих четырех форм:

$$\begin{aligned} \{\varphi_1^T, \varphi_2^T\} &= (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n, \quad n = 1, 2, 3, 4, \quad (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_1 = (\varphi_1^T, \varphi_2^T) \\ (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_2 &= (\varphi_1^T - 2\pi, \varphi_2^T), \quad (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_3 = (\varphi_1^T, \varphi_2^T - 2\pi) \\ (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_4 &= (\varphi_1^T - 2\pi, \varphi_2^T - 2\pi), \quad 0 \leq \varphi_1^T, \varphi_2^T \leq 2\pi \end{aligned} \quad (1.3)$$

Четыре различных способа в (1.3), отвечающие сочетаниям поворотов по часовой стрелке и против часовой стрелки и осуществляющие заданный переход на плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$, определяют четыре различные точки вида $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n, n = 1, 2, 3, 4$.

Рассмотрим модель статически уравновешенным вторым звеном двухзвенного манипулятора, движения которого описываются уравнениями и ограничениями

$$(I_1 + I_2 + ma^2)\ddot{\varphi}_1 + I_2\ddot{\varphi}_2 = M_1, \quad I_2\ddot{\varphi}_1 + I_2\ddot{\varphi}_2 = M_2 \quad (1.4)$$

$$|M_1| \leq M_1^0, \quad |M_2| \leq M_2^0, \quad M_i^0 > 0, \quad i = 1, 2. \quad (1.5)$$

В (1.4), (1.5) I_1, I_2 — моменты инерции первого и второго звеньев относительно осей O_1, O_2 соответственно, m — масса второго звена, M_1, M_2 — главные управляющие моменты сил относительно осей шарниров O_1, O_2 соответственно.

Систему (1.4), (1.5) будем рассматривать при начальных условиях, которые после поворота системы координат O_1XY на угол φ_1 принимают вид

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0, \quad \varphi_2(0) = \varphi_2^0, \quad \dot{\varphi}_2(0) = 0 \quad (1.6)$$

Допустим, что для системы (1.4), (1.5) определено качество J перемещения. Из вышесказанного следует, что качество перемещения системы (1.4), (1.5) зависит не только от способа задания, входящих в

(1.4), (1.5) управлений M_i , но и от значений параметров n и p , определяющих, соответственно, направление перемещения и тип конечной конфигурации рассматриваемого манипулятора. Поэтому для критерия оптимальности J имеем следующую зависимость:

$$J = J((\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)}; M), \quad (\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)} \in \Omega$$

$$M = (M_1, M_2), \quad p = \pm 1, \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (1.7)$$

Отметим, что переход манипулятора из состояния (1.6) $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{0, \varphi_2^0\}$ в некоторое состояние $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}$ равносильен переходу из нулевого состояния с конфигурацией $\{0, 0\}$ в состояние, определяемое конфигурацией $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T - \varphi_2^0\}$. Поэтому, не нарушая общности, дальнейшее рассмотрение можно вести при начальной конфигурации $\{\varphi_1^0, \varphi_2^0\} = \{0, 0\}$.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления манипулятором. Пусть в начальный момент времени схват манипулятора находится в положении

$$x(0) = a[\cos \varphi_1^0 + \cos(\varphi_1^0 + \varphi_2^0)] = x^0, \quad \dot{x}(0) = 0$$

$$y(0) = a[\sin \varphi_1^0 + \sin(\varphi_1^0 + \varphi_2^0)] = y^0, \quad \dot{y}(0) = 0 \quad (1.8)$$

Требуется выбрать способ управления $M = (M_1, M_2)$ манипулятором (1.4), (1.5), направления поворотов $l = 1, 2, 3, 4$ звеньев и тип $p = \pm 1$ конечной конфигурации, которые обеспечивают

$$J^* = \min_p \min_n \min_M J[(\varphi_1^T, \varphi_2^T)_n^{(p)}, M] \quad (1.9)$$

при приведении схвата в заданное положение в рабочей зоне с нулевой скоростью в момент окончания процесса

$$x(T) = a[\cos \varphi_1^T + \cos(\varphi_1^T + \varphi_2^T)] = x^T, \quad \dot{x}(T) = 0$$

$$y(T) = a[\sin \varphi_1^T + \sin(\varphi_1^T + \varphi_2^T)] = y^T, \quad \dot{y}(T) = 0 \quad (1.10)$$

2. Первый внутренний минимум в (1.9) есть задача построения оптимального по заданному критерию J управления $M = (M_1, M_2)$ для системы (1.4), (1.5) с начальными условиями (1.6) и конечными условиями

$$\varphi_i(T) = \varphi_i^T, \quad \dot{\varphi}_i(T) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (2.1)$$

В качестве критерия J рассмотрим функционал (в размерных переменных)

$$J = \int_0^T (M_1^2 + M_2^2) dt + CT, \quad C \geq 0 \quad (2.2)$$

Комбинированный функционал (2.2) (с постоянным весовым коэффициентом C с размерностью мощности тепловыделения) наряду с энергозатратами в приводах (интегральный член) учитывает также и время выполнения транспортной операции (терминальный член).

Перейдем в соотношениях (1.4)-(1.6), (2.1), (2.2) к безразмерным переменным, обозначенным штрихами

$$t' = (M_2^0 m^{-1} a^{-2})^{1/2} t, \quad I'_i = I_i / ma^2, \quad M'_i = M_i / M_2^0$$

$$J'_i = (m^{-1}a^{-2})^{1/2}(M_2^0)^{-3/2}J_i, C' = C(M_2^0)^2, T' = (M_2^0 m^{-1}a^{-2})^{1/2}T, i = 1, 2 \quad (2.3)$$

Далее, опустив штрихи и сделав замену переменных

$$\psi_1 = (I_1 + I_2 + 1)\varphi_1 + I_2\varphi_2, \psi_2 = I_2\varphi_1 + I_2\varphi_2 \quad (2.4)$$

соотношения (1.4)-(1.6), (2.1), функционал (2.2) упрощаются и задача оптимального управления преобразуется к виду

$$\dot{\psi}_i = M_i, |M_i| \leq M_i^0, i = 1, 2, M_2^0 = 1 \quad (2.5)$$

$$\psi_i(0) = I_2\varphi_2^0, \psi_i(T) = 0, i = 1, 2$$

$$\psi_1(T) = (I_1 + I_2 + 1)\varphi_1^T + I_2\varphi_2^T, \psi_2(T) = I_2\varphi_1^T + I_2\varphi_2^T$$

$$J = \int_0^T (M_1^2 + M_2^2) dt + CT \rightarrow \min.$$

Оптимальные траектории, управления и соответствующее им значение функционала в задаче (2.5) (без учета ограничений на $M_i, i = 1, 2$) имеют вид [1]

$$\psi_i = 3\psi_i^T T^{-2} t^2 - 2\psi_i^T T^{-3} t^3, M_i = -12\psi_i^T T^{-3} t + 6\psi_i^T T^{-2}, i = 1, 2$$

$$J = 12T^{-1}[(\psi_1^T)^2 + (\psi_2^T)^2] + CT, T = T^* = \left\{ 36 \left[(\psi_1^T)^2 + (\psi_2^T)^2 \right] \right\}^{1/4} \quad (2.6)$$

Оптимальные управления $M_i, i = 1, 2$ (2.6) должны удовлетворять ограничениям (2.5) при всех $t \in [0, T^*]$. Поскольку управления (2.6), как функции линейны относительно t , то выполнение ограничений (2.5) достаточно требовать при $t = 0$ и $t = T^*$, что в конечном итоге (в переменных $\varphi, i = 1, 2$ (2.4)) приводит к выполнению следующих неравенств относительно $\varphi_i^T, i = 1, 2$:

$$6\{(\alpha_1\varphi_1^T + \beta_1\varphi_2^T)\{36[(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)(\varphi_1^T)^2 + 2(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2)\varphi_1^T\varphi_2^T + (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(\varphi_2^T)^2]\}^{-1/2}\} \leq M_i^0$$

$$\alpha_1 = I_1 + I_2 + 1, \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = I_2, i = 1, 2, M_2^0 = 1 \quad (2.7)$$

Таким образом, управления (2.6), (2.4) обеспечивают минимум функционалу качества J при ограничениях (2.5) и граничных условиях (1.6), (2.1) для тех и только тех конечных значений $\varphi_i^T, i = 1, 2$, которые удовлетворяют неравенствам (2.7).

3. Вместо многократного вычисления функционала (1.9), при определении второго и третьего минимумов (по n и p) для каждой точки $\{\varphi_1, \varphi_2\} = \{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}$, предлагается следующий диаграммный способ [2,3], позволяющий определить J в зависимости от положения точки в конфигурационной плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$. Введем на плоскости $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$ новые координатные системы с началами K_n в точках $K_1(0,0), K_2(2\pi,0), K_3(0,2\pi), K_4(2\pi,2\pi)$, что соответствует преобразованиям координат. При таком переходе квадратная область Ω перейдет на квадратную область $\Phi = \{(\varphi_1^T, \varphi_2^T): 0 \leq \varphi_1^T, \varphi_2^T \leq 2\pi\}$. Точки $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}_n \in \Omega, n = 1, 2, 3, 4$ можно рассматривать как одну точку $(\varphi_1^T, \varphi_2^T) \in \Phi$, но относительно системы координат $K_n \varphi_1^T \varphi_2^T, n = 1, 2, 3, 4$. Таким образом, все исследования можно провести в области Φ . Если в

(2.6) перейти к переменным φ , (2.4), то в итоге, согласно (1.3), в каждой точке области Φ будем иметь четыре представления для функционала (2.6). Для краткости, эти представления запишем в следующей удобной форме:

$$J^{(n)} = (2 + 6C) \cdot 6^{-1/2} \cdot [B(\psi_1^T, \psi_2^T, n)]^{1/4}$$

$$B(\psi_1^T, \psi_2^T, n) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \psi_i^T - 2\pi \left[\alpha_i \frac{1 + (-1)^n}{2} + \beta_i \frac{(-1)^{n-1} - (-1)^n \text{sign}(n-2)}{2} \right] \right\}$$

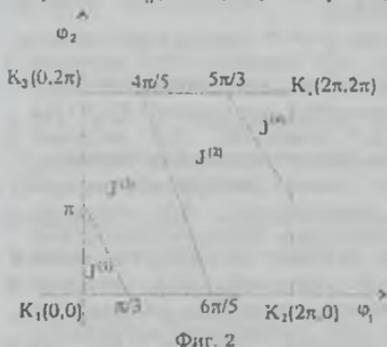
$$\psi_i^T = \alpha_i \varphi_1^T + \alpha_2 \varphi_2^T, \quad i=1,2, \quad n=1,2,3,4 \quad (3.1)$$

Оптимизация функционалов (3.1) относительно начала координат K_n , $n=1,2,3,4$ качественно зависит от значений параметров задачи и требует довольно громоздких вычислений, поэтому для иллюстраций предлагаемой методики рассмотрим манипулятор со следующими размерными параметрами, фигурирующими в (1.4), (1.5) [4]:

$$a = 1\text{М}, \quad m = 10\text{кг}, \quad I_1 = I_2 = (10/3)\text{кг/м}^2 \quad (3.2)$$

$$M_1^0 = 2\text{Н} \cdot \text{м}, \quad M_2^0 = 1\text{Н} \cdot \text{м}, \quad T^* = 8 \text{ сек.}$$

Параметр C , входящий в выражение (3.1), для функционала $J^{(n)}$ брался равным единице. После подстановки обезразмеренных по формуле (2.3) значений параметров (3.2) в выражение для функционалов $J^{(n)}$, $n=1,2,3,4$ (3.1) и их оптимизации на множестве конечных значений φ_i^T , $i=1,2$, удовлетворяющих неравенствам (2.7), относительно начал координат K_n , $n=1,2,3,4$ получим диаграмму, показанную на фиг. 2.



Фиг. 2

Задавшись начальным φ_2^0 и конечным значениями, из соответствующей диаграммы можно определить наилучшее в смысле минимума функционала качества направления поворотов звеньев, осуществляющие перемещения манипулятора в заданное конечное положение. Направления поворотов определяются в зависимости от верхнего индекса функционала, соответствующего той области, где лежит точка $(\varphi_1^T, \varphi_2^T)$. Для

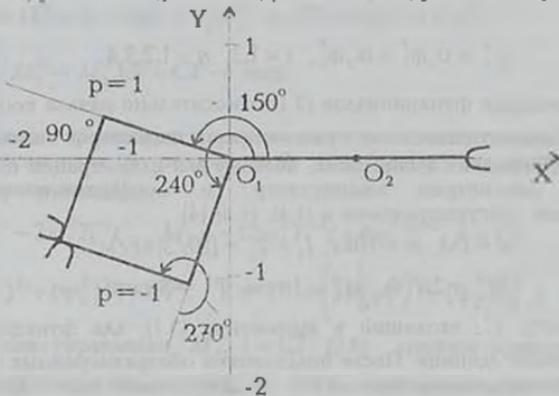
определения минимума функционала (1.9) по параметру p заметим, что конфигурации $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}^{(1)}$ и $\{\varphi_1^T, \varphi_2^T\}^{(l-1)}$, отвечающие одному и тому же положению схвата манипулятора, принадлежат области с одним и тем же верхним индексом $J^{(n)}$ или принадлежат областям с различными верхними индексами $J^{(n)}$, $n=1,2,3,4$. В обоих случаях простым вычислением значений функционалов с помощью (3.1) определяются оптимальные значения $p = 1$ или $p = -1$.

По предложенной методике проводилась оптимизация движений по критерию (2.3) также и для электромеханической модели двухзвенного манипулятора [3,5]. Результаты расчетов (не приводимые здесь) показали,

что учет динамики приводов вносит заметное уточнение в определении оптимальных перемещений двузвенного манипулятора.

4. Примем, что манипулятор характеризуется размерными параметрами фигурирующими в (3.2). Начальные и конечные координаты схвата манипулятора возьмем в виде $x^0 = 2\text{м}$, $y^0 = 0$, $x^T = -1.87\text{м}$, $y^T = -0.37\text{м}$. Им в первичных угловых переменных (в радианах) отвечают следующие начальные и конечные условия (1.1), (1.2), удовлетворяющие неравенствам (2.7), (фиг. 3.1):

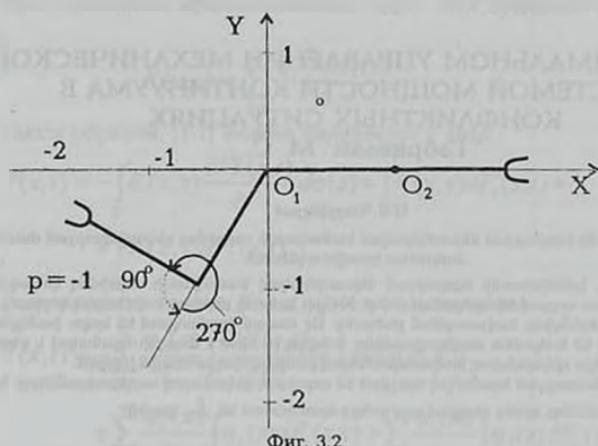
$$\varphi_1^T = 5\pi/6, \quad \varphi_2^T = \pi/2 \quad (p=1), \quad \varphi_1^T = 4\pi/3, \quad \varphi_2^T = 3\pi/2 \quad (p=-1) \quad (4.1)$$



Фиг. 3.1

Из диаграммы фиг. 2, построенной для манипулятора (3.2), (1.4), находим, что конечная точка (4.1) при $p=1$ принадлежит области, обозначенной через $J^{(1)}$, а точка (4.1) при $p=-1$ принадлежит области, обозначенной через $J^{(2)}$. Это означает, что для приведения схвата манипулятора, определяемая начальной конфигурацией $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = 0$ в конечную конфигурацию (4.1) ($p=1$) с минимизацией функционала J необходимо согласно (1.3) первое звено повернуть на угол $\varphi_1^T = 5\pi/6 = 150^\circ$ против часовой стрелки, а второе звено повернуть относительно первого звена на угол $\varphi_2^T = 2\pi - \pi/2 = 270^\circ$ по часовой стрелке, используя при этом оптимальные законы управления (2.6), (2.4). В конечную конфигурацию (4.1) ($p=-1$) манипулятор приводится поворотом первого звена по часовой стрелке на угол $\varphi_1^T = 2\pi - 4\pi/3 = 120^\circ$ и поворотом второго звена относительно первого на угол $\varphi_2^T = 3\pi/2 = 270^\circ$ против часовой стрелки. Если по формулам (3.1) вычислить значения функционалов $J^{(2)}$ и $J^{(3)}$, то получим, что $J^{(2)} \approx 69.5$ и $J^{(3)} \approx 232.1$. Это означает, что для приведения схвата манипулятора в заданное положение необходимо выбрать конечную конфигурацию, отвечающую значению $p=-1$. Зафиксируем теперь, конфигурацию, отвечающую значению $p=-1$ (фиг. 3.2). Здесь оптимальным, на первый взгляд, кажется поворот второго звена относительно первого на угол $\varphi_2^T = \pi/2 = 90^\circ$ по часовой стрелке,

наряду с поворотом первого звена на угол $\varphi_1^T = 2\pi/3 = 120^\circ$ по часовой стрелке. Этим значениям конечных точек φ_1^T, φ_2^T и указанным направлениям поворотов звеньев соответствует значение функционала $J^{(4)} \approx 83.8$, что намного больше от минимального значения функционала, определяемого в этой же точке согласно диаграмме фиг. 2.



Фиг. 3.2

Предложенный в работе диаграммный способ требует небольшого объема вычислений и может быть использован для расчета оптимальных и субоптимальных программных движений манипуляционных роботов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аветисян В.В., Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Оптимизация режимов управления манипуляционными роботами с учетом энергозатрат. — Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1987, №3.
2. Аветисян В.В., Овакимян Н.В. Оптимальные плоско-параллельные движения двузвенного манипулятора. — Изв. РАН. Теория и Системы Управления, 1995, № 3.
3. Аветисян В.В. Оптимальные по энергозатратам перемещения электромеханического манипуляционного робота. — Изв. РАН. Теория и Системы Управления, 1996, №4.
4. Аветисян В.В., Болотник Н.Н., Черноусько Ф.А. Оптимальные программные движения двузвенного манипулятора. — Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1985, №3.
5. Аветисян В.В. Оптимизация транспортных движений манипуляционных роботов с ограничением на мощность тепловыделения. — Изв. АН СССР. Техническая Кибернетика, 1987, №4.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
3.12.1996