ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 51, №4, 1998 Механика

УДК 539.3

КОЛЕБАНИЯ ТОКОНЕСУЩЕЙ ЛЕВИТИРУЮЩЕЙ ПЛАСТИНКИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Варданян Л. В.

Լ.Վ. Վարդանյան

Արտաքին մագնիսական դաշտում լողացող հոսանքակիր սալի տատանումները

Բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածի հիման վրա ուսումնասիրվում է հոսանքակիր սալի մագնիսաառաձգական տատանումները: Սալը գտնվում է արտաքին մագնիսական դաշտում, որը առաջանում է սալից որոշակի հեռավորության վրա գտնվող կիսատարածության մակերևույթով հոսող էլեկտրական հոսանքով:

Որոշված են գրգռված էլեկտրամագնիսական դաշտի բաղադրիչները: Ստացված է սալի մագնիսաառաձգական տատանումների հաճախականությունների որոշման բնութագրիչ հավասարումը: Այդ հավասարումը ուսումնասիրված է տարբեր մասնավոր դեպքերում

L.V. Vardanian

Vibration of current-carrying levitational plate in external magnetic field

В настоящей работе на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел [1] рассматриваются магнитоупругие колебания токонесущей пластинки в случае, когда внешнее магнитное поле создается при помощи электрического тока, протекающего по поверхности полупространства. Получено характеристическое уравнение относительно частоты магнитоупругих колебаний пластинки. Определены компоненты возмущенного электромагнитного поля. Рассмотрены одномерные колебания пластинки, когда пластинка находится вблизи полупространства и удалена от него.

1. Пусть упругая бесконечная пластинка постоянной толщины $2h$ находится на расстоянии l от поверхности полупространства. Пластинка служит проводником равномерно-распределенного электрического тока плотностью $\bar{j}_0 = \mathrm{const}$.

Упругие и электромагнитные свойства материала пластинки характеризуются модулем упругости E, коэффициентом Пуассона ν, плотностью ρ, электропроводностью σ. Магнитная проницаемость пластинки, магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, окружающей пластинку, принимаются равными единице. Токи смещения в пластинке пренебрегаются.

Декартовая прямоугольная координатная система (x_1, x_2, x_3) выбирается так, чтобы плоскость $x_1 o x_2$ совпадала с срединной плоскостью пластинки, а ось ox_1 — с направлением электрического тока в пластинке. В выбранной координатной системе полупространство занимает область $x_3 \le -l-h$. По границе $x_3 = -l-h$ полупространства протекает поверхностный электрический ток в направлении оси ox_1, с поверхностной плотностью $\bar{J}_1$.

Пластинка находится под действием магнитного поля $\overline{H}_0$. Магнитное поле $\overline{H}_0$ состоит из собственного магнитного поля, создаваемого электрическим током $\bar{J}_0$ в пластинке и из внешнего магнитного поля, создаваемого поверхностным электрическим током $\vec{J}_1$.

Решая соответствующую задачу магнитостатики, найдем [1], [2].

$$H_{02} = \begin{cases} -\dfrac{2\pi}{c}(2hj_0 + j_1), & x_3 \geq h \\ -\dfrac{2\pi}{c}(2x_3 j_0 + j_1), & |x_3| \leq h \\ \dfrac{2\pi}{c}(2hj_0 - j_1), & -h - l \leq x_3 \leq -h \end{cases} \qquad (1.1)$$

Задача рассматривается в рамках линейной теории упругих пластин и гипотезы магнитоупругости тонких тел [3],[4], которая при указанных предположениях аналитически записывается следующим образом:

$$u_1 = u - x_3 \frac{\partial w}{\partial x_1}, \quad u_2 = V - x_3 \frac{\partial w}{\partial x_2}, \quad u_3 = w(x_1, x_2, t)$$
$$e_1 = \varphi(x_1, x_2, t), \quad e_2 = \psi(x_1, x_2, t), \quad h_3 = f(x_1, x_2, t) \qquad (1.2)$$

В (1.2) u_1, u_2, u_3 — компоненты вектора перемещения произвольной точки пластинки, u, V — тангенциальные перемещения точек срединной плоскости пластинки, w — нормальное перемещение, e_1, e_2 — тангенциальные компоненты вектора индуцированного электрического поля, h_3 — нормальная компонента вектора индуцированного магнитного поля в области, занимаемой пластинкой.

В области, занимаемой пластинкой, имеем уравнения электродинамики, в которых ток смещения пренебрегается по сравнению с током проводимости. Во внешней области имеем уравнения электродинамики для вакуума. Из уравнения электродинамики в области, занимаемой пластинкой, с учетом (1.1), (1.2) имеем:

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} - \frac{\partial h_2}{\partial x_3} = \frac{4\pi\sigma}{c}\left[\varphi + \frac{2\pi}{c^2}(2x_3 j_0 + j_1)\frac{\partial w}{\partial t}\right], \quad \frac{\partial h_1}{\partial x_3} - \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{4\pi\sigma}{c}\psi$$
$$\frac{\partial h_2}{\partial x_1} - \frac{\partial h_1}{\partial x_2} = \frac{4\pi\sigma}{c}\left[e_3 - \frac{2\pi}{c^2}(2x_3 j_0 + j_1)\left(\frac{\partial u}{\partial t} - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial t}\right)\right]$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial x_1} - \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = -\frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \frac{\partial e_3}{\partial x_3} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho_e \qquad (1.3)$$

где ρ_e — плотность электрического заряда, ε — диэлектрическая проницаемость пластинки.

Компоненты h_1, h_2, e_3 индуцированного электромагнитного поля определяются из уравнений (1.3) в следующем виде:

$$h_1 = \frac{h_1^+ + h_1^-}{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{4\pi\sigma}{c}\psi\right)x_3$$
$$h_2 = \frac{h_2^+ + h_2^-}{2} - \frac{8\pi^2\sigma}{c^3} j_0 \frac{\partial w}{\partial t}\left(x_3^2 - h^2\right) + \left[\frac{\partial f}{\partial x_2} - \frac{4\pi\sigma}{c}\left(\varphi + \frac{2\pi}{c^2} j_1 \frac{\partial w}{\partial t}\right)\right]x_3$$
$$e_3 = \frac{c}{4\pi\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{h_2^+ + h_2^-}{2}\right) - \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{h_1^+ + h_1^-}{2}\right)\right] - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \frac{4\pi}{c^2} j_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial t}\right)x_3 -$$

$$-\frac{2\pi}{c^2}J_0\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial t}\left(3x_3^2-h^2\right)+\frac{2\pi}{c^2}\left(2x_3j_0+j_1\right)\frac{\partial u}{\partial t} \qquad (1.4)$$

где $h_1^+, h_1^-, h_2^+, h_2^-$ - значения компонентов h_1, h_2 при $x_3=\pm h$ соответственно.

Плотность электрического заряда определяется из последнего уравнения системы (1.3) с учетом (1.4) в виде

$$\rho_e=\frac{1}{c^2}\left[j_0\frac{\partial u}{\partial t}-\left(3x_3j_0+j_1\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial t}\right] \qquad (1.5)$$

Объемные силы электромагнитного происхождения с учетом (1.1), (1.2) и (1.5) определяются по формулам [3]

$$R_1^1=\frac{2\pi\sigma}{c^2}\left(2x_3j_0+j_1\right)\left[e_1-\frac{2\pi}{c^2}\left(2x_3j_0+j_1\right)\left(\frac{\partial u}{\partial t}-x_3\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial t}\right)\right]+$$

$$+\frac{j_0}{c^2\sigma}\left[j_0\frac{\partial u}{\partial t}-\left(3x_3j_0+j_1\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial t}\right], \qquad R_2^1=-\frac{j_0}{c}f$$

$$R_3^1=-\frac{2\pi\sigma}{c^2}\left(2x_3j_0+j_1\right)\left[\varphi+\frac{2\pi}{c^2}\left(2x_3j_0+j_1\right)\frac{\partial w}{\partial t}\right]+\frac{j_0}{c}h_2 \qquad (1.6)$$

Осредняя уравнения (1.3) путем интегрирования по x_3 в пределах $-h$ до h и присоединяя уравнения движения пластинки, с учетом (1.4), (1.6) получим следующую систему уравнений для определения функций $\varphi, \psi, f, u, V, w, h_1^+, h_1^-, h_2^+, h_2^-$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_1}-\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}=-\frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_1}+\frac{4\pi\sigma}{c}\psi=\frac{h_1^+-h_1^-}{2h}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2}-\frac{4\pi\sigma}{c}\left(\varphi+\frac{2\pi}{c^2}j_1\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{h_2^+-h_2^-}{2h}$$

$$D\Delta^4 w+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{h}{c}j_0\left(h_2^++h_2^-\right)+\frac{j_0}{c}\frac{h^3}{3}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left(h_2^++h_2^-\right)-\frac{\partial^2}{\partial x_1\partial x_2}\left(h_1^++h_1^-\right)\right]-$$

$$-\frac{4\pi\sigma h}{c^2}j_1\left[\varphi+\frac{2\pi}{c^2}j_1\left(\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{h^2}{3}\frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2\partial t}\right)+\frac{h^2}{3}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x_1\partial x_2}\right)\right]-\frac{2h^3}{\sigma c^2}j_0^2\frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2\partial t}+$$

$$+\frac{32\pi^2\sigma h^5}{15c^4}j_0^2\frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}+\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x_1\partial x_2}=\frac{\rho\left(1-\nu^2\right)}{E}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+$$

$$+\frac{2\pi\sigma\left(1-\nu^2\right)}{c^2E}\left\{\frac{c}{4\pi\sigma}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{h_2^++h_2^-}{2}\right)-\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{h_1^++h_1^-}{2}\right)-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}+\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\right)j_0\frac{2h^3}{3}\right\}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2}+\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_1\partial x_2}=\frac{\rho\left(1-\nu^2\right)}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}-\frac{2h}{c}fj_0 \qquad (1.7)$$

В (1.7) $D=\dfrac{2Eh^3}{3\left(1-\nu^2\right)}$, $\quad \Delta=\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2}$

Систему уравнений (1.7) необходимо решать совместно с уравнениями электродинамики для внешней области, окружающей пластинку, при граничных условиях на поверхностях пластинки $x_3 = h, x_3 = -h$ и условий затухания на бесконечности $(x_3 \to +\infty)$. Эти граничные условия согласно [5] имеют вид:

$$h_1 = h_1^{(e)},\ h_2 = h_2^{(e)} + \frac{4\pi}{c} j_0 w,\ h_3 = h_3^{(e)},\ e_1 = e_1^{(e)},\ e_2 = e_2^{(e)} \tag{1.8}$$

Здесь $e = 1$ при $h \le x_3, e = 2$ при $-l \le x_3 \le -h$. Полученная система уравнений не замкнута. Для замыкания этой системы принимаем, что значения компонентов $h_1^{(2)}, h_2^{(2)}$ индуцированного магнитного поля на поверхности полупространства $x_3 = -l - h$ равны нулю, то есть

$$h_1^{(2)}(-l-h) = 0,\ h_2^{(2)}(-l-h) = 0 \tag{1.9}$$

2. Представим решения системы уравнений (1.7) и уравнений электродинамики для внешней области, окружающей пластинку, в виде плоских монохроматических волн

$$Q = Q_0 \exp i(\omega t - k_1 x_1 - k_2 x_2),\ Q_0 = \mathrm{const}$$

$$Q^{(e)} = Q_0^{(e)}(x_3) \exp i(\omega t - k_1 x_1 - k_2 x_2) \tag{2.1}$$

где $Q, Q^{(e)}$ – любая из искомых функций, входящих в уравнения (1.7), и уравнения электродинамики для внешней области соответственно, ω - частота магнитоупругих колебаний, k_1, k_2 - волновые числа.

Подставляя (2.1) в систему уравнений (1.7) и уравнений электродинамики для внешней области, получим обыкновенные дифференциальные уравнения относительно $Q_0^{(e)}(x_3)(e = 1,2)$. Решая эти уравнения и удовлетворяя граничным условиям (1.8),(1.9) и условию затухания на бесконечности $(x_3 \to +\infty)$, получим систему алгебраических уравнений. Из условия равенства нулю детерминанта этой системы получим следующее характеристическое уравнение относительно частоты магнитоупругих колебаний пластинки:

$$\begin{aligned} D\left(k_1^2 + k_2^2\right)^2 - 2\rho h \omega^2 &= \frac{8\pi h}{c^2} j_0^2 \left(1 - \frac{k_1^2 h^2}{3} + \frac{i\omega k_1^2 h^2}{4\pi\sigma} - \frac{4\pi\sigma i\omega k_1^2 h^4}{15c^2}\right) + \\ &+ \frac{8\pi^2 \sigma i\omega h j_1}{c^4 \left[8\pi\sigma h \nu_0 + i\omega(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right]\left[2h\nu_{12}^2 + \nu_0(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right]} \Big\{ 2h(1 - \mathrm{th}\,\nu_0 l) \times \\ &\times \left[2hk_1^2(4\pi\sigma - i\omega) - \nu_0(8\pi\sigma h\nu_0 + i\omega(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l))\right] j_0 - \\ &- 8\pi\sigma h k_2^2 (2h\nu_0 + 1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l) j_1 + \left[2h\nu_{12}^2 + \nu_0(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right] \times \\ &\times \left[\frac{2k_1^2 h^3}{3} j_0 (1 - \mathrm{th}\,\nu_0 l) - \left(1 - \frac{k_1^2 h^2}{3}\right) j_1 (1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right] i\omega \Big\} \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $\nu_0^2 = k_1^2 + k_2^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}, \nu_{12}^2 = k_1^2 + k_2^2 + \dfrac{4\pi\sigma i\omega}{c^2}$

Определяются и остальные искомые величины. Приведем некоторые из них

$$f_0 = -\frac{16\pi^2 \sigma\omega h k_2 j_1 w_0}{c^3 \left[2h\nu_{12}^2 + \nu_0(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right]}$$

$$\varphi_0 = -\frac{16\pi^2 \sigma i\omega h \left[2h\nu_0 \nu_{11}^2 + \nu_{01}^2 (1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right] j_1 w_0}{c^2 \left[8\pi\sigma h\nu_0 + i\omega(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right]\left[2h\nu_{12}^2 + \nu_0(1 + \mathrm{th}\,\nu_0 l)\right]}$$

$$h_{02}=\left[\frac{4\pi}{c}j_0\left(1-\frac{2\pi\sigma i\omega}{c^2}\left(x_3^2-h^2\right)\right)+\right.$$
$$+\frac{8\pi^2\sigma i\omega\left[2hk_1^2(4\pi\sigma-i\omega)-\nu_0\left(8\pi\sigma h\nu_0+i\omega(1+\operatorname{th}\nu_0 l)\right)\right]}{c^3\left[8\pi\sigma\nu_0 h+i\omega(1+\operatorname{th}\nu_0 l)\right]\left[2h\nu_{12}^2+\nu_0(1+\operatorname{th}\nu_0 l)\right]}\times$$
$$\left.\times\left[x_3(1+\operatorname{th}\nu_0 l)+h(1-\operatorname{th}\nu_0 l)\right]\right]w_0 \tag{2.3}$$

где $\nu_{01}^2=k_1^2-\dfrac{\omega^2}{c^2},\quad \nu_{11}^2=k_1^2+\dfrac{4\pi\sigma i\omega}{c^2}$

3. Рассмотрим задачу в случае, когда упругие и электромагнитные возмущения не зависят от координаты $x_2(k_2=0)$. Тогда характеристическое уравнение (2.2) имеет вид:

$$Dk_1^4-2\rho h\omega^2=\frac{8\pi h}{c^2}j_0^2\left(1-\frac{k_1^2h^2}{3}+\frac{i\omega k_1^2h^2}{4\pi\sigma}-\frac{4\pi\sigma i\omega k_1^2h^4}{15c^2}\right)+$$
$$\left(1-\frac{k_1^2h^2}{3}\right)\frac{8\pi^2\sigma\omega^2hj_1\left[j_1(1+\operatorname{th}\nu_{01}l)+2hj_0(1-\operatorname{th}\nu_{01}l)\right]}{c^4\left[8\pi\sigma h\nu_{01}+i\omega(1+\operatorname{th}\nu_0 l)\right]} \tag{3.1}$$

Здесь рассмотрим частные случаи.

а) Пусть расстояние пластинки от полупространства стремится к бесконечности, то есть $l\to+\infty$

Пренебрегаем в выражении для ν_{01} членом ω^2/c^2 по сравнению с k_1^2 и принимаем допущения, имеющие место в теории магнитоупругости тонких тел:

$$k_1^2h^2<<1,\qquad |i\omega|<<4\pi\sigma hk_1 \tag{3.2}$$

Тогда характеристическое уравнение (3.1) в силу (3.2) можно представить в следующем безразмерном виде:

$$\left(1+\frac{\pi j_1^2}{\rho hc^4k_1}\right)\Omega^2+1-\frac{4\pi j_0^2}{\rho c^2\Omega_0^2}=0$$

где $\Omega_0^2=\dfrac{Dk_1^4}{2\rho h},\quad \Omega=\dfrac{i\omega}{\Omega_0}$ (3.3)

Из уравнения (3.3) следует, что частота упругих колебаний пластинки определяется по формуле

$$I_m\Omega=\frac{c}{\Omega_0}\sqrt{\frac{hk_1\left(\rho c^2\Omega_0^2-4\pi j_0^2\right)}{\rho hc^4k_1+\pi j_1^2}} \tag{3.4}$$

если $j_0<\dfrac{c\Omega_0}{2}\sqrt{\dfrac{\rho}{\pi}}$ (3.5)

б) Расстояние пластинки от полупространства стремится к нулю, то есть $l\to0$, тогда характеристическое уравнение (3.1) в силу (3.2) представляется в следующем безразмерном виде:

$$\left(1+\frac{\pi j_1(j_1+2hj_0)}{2\rho hc^4k_1}\right)\Omega_1^2+1-\frac{4\pi j_1^2}{\rho c^2\Omega_0^2}=0 \tag{3.6}$$

где $\Omega_1=\dfrac{i\omega}{\Omega_0}$

В силу (3.5) решение уравнения (3.6) представляется формулой

$$I_{n}\Omega_1 = \frac{c}{\Omega_0}\sqrt{\frac{hk_1\left(\rho c^2\Omega_0^2 - 4\pi j_0^2\right)}{\rho hc^4 k_1 + \pi j_1\left(j_1 + 2hj_0\right)}} \tag{3.7}$$

Сравнение решений (3.4) и (3.7) характеристических уравнений (3.3) и (3.6) показывает, что

$$I_{n}\Omega_1 = \sqrt{2}\, I_{n}\Omega \tag{3.8}$$

если имеет место условие

$$j_1 >> 2hj_0 \tag{3.9}$$

4. Колебания не зависят от координаты $x_1 (k_1 \equiv 0)$. Тогда характеристическое уравнение (2.2) принимает вид:

$$Dk_2^4 - 2\rho h\omega^2 = \frac{8\pi h}{c^2} j_0^2 - \frac{8\pi^2\sigma i\omega h j_1\left[2h\nu_{02} j_0\left(1 - \operatorname{th}\nu_{02} l\right) + \left(2hk_2^2 + \nu_{02}\left(1 + \operatorname{th}\nu_{02} l\right)\right) j_1\right]}{c^4\left[2h\nu_{22}^2 + \nu_{02}\left(1 + \operatorname{th}\nu_{02} l\right)\right]} \tag{4.1}$$

В (4.1) $\nu_{02}^2 = k_2^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}$, $\nu_{22}^2 = k_2^2 + \dfrac{4\pi\sigma i\omega}{c^2}$

Рассмотрим частные случаи.

а) Расстояние пластинки от полупространства стремится к бесконечности, то есть $l \to +\infty$, и пренебрегая в выражении для ν_{02} членом ω^2/c^2 по сравнению с k_2^2, характеристическое уравнение представляется в следующем безразмерном виде:

$$\theta^3 + a_0\theta^2 + \left(1 - j_0^2/j_*^2 + a_1\right)\theta + a_0\left(1 - j_0^2/j_*^2\right) = 0 \tag{4.2}$$

Здесь $j_* = \dfrac{c\Omega_0}{2}\sqrt{\dfrac{\rho}{\pi}}$ — критическая плотность тока, получаемая при статическом подходе

$$\theta = \frac{i\omega}{\Omega_0}, \quad a_0 = \frac{k_2(1 + k_2 h)c^2}{4\pi\sigma h\Omega_0}, \quad a_1 = \frac{\pi k_2\left(1 + hk_2\right) j_1^2}{\rho hc\Omega_0^2}$$

Уравнение (4.2) совпадает с уравнением, полученным в [5]. Согласно [5] выражение для критической плотности электрического тока в пластинке при динамическом подходе имеет вид:

$$j_{**} = j_*\sqrt{1 + \frac{3\pi\left(1 - \nu^2\right)\left(1 + k_2 h\right) j_1^2}{E\left(hk_2\right)^3}} \tag{4.3}$$

Формула (4.3) показывает, что протекающий по границе полупространства электрический ток j_1 приводит к увеличению критической плотности тока в пластинке. Указанное влияние существенно зависит от относительной толщины пластинки, то есть величины $k_2 h$.

б) Пусть расстояние пластинки от полупространства стремится к нулю, то есть $l \to 0$, тогда характеристическое уравнение (4.1) приводится к безразмерному виду:

$$\theta^3 + b_0\theta^2 + \left(1 - j_0^2\big/ j_*^2 + \frac{k_2 j_0 j_1}{4 j_*^2} + b_1\right)\theta + b_0\left(1 - j_0^2/j_*^2\right) = 0 \tag{4.4}$$

Здесь $b_0 = \dfrac{k_2\left(1 + 2hk_2\right)c^2}{8\pi\sigma h\Omega_0}$, $\quad b_1 = \dfrac{\pi k_2\left(1 + 2hk_2\right) j_1^2}{2\rho hc^2\Omega_0^2}$

Как в предыдущем случае, легко убедиться, что для критической плотности электрического тока в пластинке при динамическом подходе можно получить следующее выражение:

$$j_{**}^{1} = j_{*}\left[\frac{k_2 j_1}{8 j_*} + \sqrt{\frac{k_2 j_1^{\,2}}{64 j_*^2} + 1 + \frac{3\pi\left(1-\nu^2\right)\left(1+2hk_2\right)j_1^2}{2E\left(hk_2\right)^3}}\right] \tag{4.5}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин.-М.: Наука, 1977. 272 с.
2. Белубекян М.В. Магнитоупругие поверхностные волны в полупространстве с поверхностным электрическим током.-Изв. АН Арм ССР, Механика, 1990, т.43, №1, с.3-8.
3. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний пластинки.-ПММ,1971, т.35, вып. 2.
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. К магнитоупругости тонких оболочек и пластин.-ПММ, 1973, т.37, вып 1.
5. Амбарцумян С.А., Белубекян М.В. Колебания и устойчивость токонесущих упругих пластин.-Ереван: Изд. АН Армении, 1992. 124 с.

Армпединститут им. Х. Абовяна

Поступила в редакцию
14.05.1997