

УДК 539.374

ИЗГИБ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ОРТОТРОПНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ
 ПЛАСТИНКИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С УЧЕТОМ
 ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА

Аревшатян Н.Г., Киракосян Р.М., Степанян С.П.

Ն.Գ. Արևշատյան, Ռ.Մ. Կիրակոսյան, Ս.Պ. Ստեփանյան

Փոփոխական հաստության անրակցված օրթոտրոպ օղակալին սալի ծուռը ընդլայնական սահիքի հաշվածամբ

Ճշգրտված [1] տեսության շրջանակներում լուծվում է հավասարաչափ բաշխված նորմալ բեռի ազդեցության տակ գտնվող զմայնուրեն փոփոխական հաստության օրթոտրոպ օղակալին սալի ծուռան լինելը՝ ընդլայնական սահիքի հաշվածամբ: Ընդունվում է, որ սալի ներքին եզրն ազատ է, իսկ արտաքինը՝ կլուշտ ամրացված: Ստացված արդյունքների հիման վրա արվում են ընդլայնական սահիքի ազդեցությանը վերաբերվող որակական եզրակացություններ:

N.G. Arevshatyan, R.M. Kirakosyan, S.P. Stepanyan

The Bending of Rigidly fixed orthotropic circular plate of variable thickness with the account of transversal displacement

В рамках уточненной теории [1] решена задача изгиба ортотропной кольцевой пластинки линейно-переменной толщины при учете поперечного сдвига. Считается, что внутренний край пластинки свободен, а внешний защемлен. На основе полученных результатов делаются качественные заключения о влиянии поперечного сдвига.

Рассмотрим ортотропную кольцевую пластинку с внутренним и внешним радиусами a, b , толщина которой изменяется по закону

$$h = h_0 + h_1 r, \quad h_1 > -\frac{h_0}{b} \quad (1)$$

Здесь h_0 и h_1 - заданные параметры. Пусть пластинка несет равномерно-распределенную нормальную нагрузку интенсивности q .

Внутренний край пластинки свободен, а внешний жестко заделан. Задачу изгиба пластинки будем решать в рамках уточненной теории [1], учитывающей влияние поперечных сдвигов при переменности толщины.

В силу осесимметричности решение поставленной задачи сводится к нахождению прогиба пластинки w и функции ϕ , описывающей влияние поперечного сдвига.

Применив способ приведения краевой задачи к задаче Коши [2], [3], приходим к следующей разрешающей системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dr} &= v \\ \frac{dv}{dr} &= \frac{1}{\rho^2 (1 + \gamma\rho)^3} \left\{ q^* \sigma\rho(\rho^2 - k^2) - \rho v(1 + 4\gamma\rho)(1 + \gamma\rho)^2 + \right. \\ &\quad \left. + m^2 v(1 + \gamma\rho)^2 [1 + (1 - 3v,)\gamma\rho] \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь использованы обозначения [1], [4].

Условия свободного и заделанного краев пластинки имеют вид

$$\left. (\rho v + v_r m^2 y) \right|_{\rho=k} = 0, \quad y|_{\rho=0} = 0 \quad (3)$$

Задаваясь некоторыми значениями безразмерных параметров q^* , m , s , γ , k и выбирая начальные значения v_0 , y_0 , удовлетворяющие условию свободного края $\rho = k$, можно вычислить значения искомых y и v в последующих друг другу сечениях $\rho_i = \rho_{i-1} + \Delta r$. Здесь Δr - шаг численного интегрирования.

Численное интегрирование системы (3) продолжается до того значения безразмерной координаты ρ_b , для которого удовлетворяется условие заделки. Желательно варьированием параметра q^* добиться того, чтобы $\rho_b = 1$. Это важно, поскольку тогда полученное решение будет соответствовать пластинке с наперед заданными размерами.

В табл. 1-3 приведены значения величин

$$w^* = \frac{w_0}{h_0} \frac{h_0^3}{b^3} \frac{B_r}{6q}, \quad \Delta = \frac{w_0 - w_0^{KA}}{w_0^{KA}} 100\% \quad (4)$$

подсчитанные при некоторых характерных значениях параметров $m = \sqrt{B_0/B_r}$, $\gamma = h_1 b / h_0$, $l = B_r / G_{\pi}$. Через w_0^{KA} и w_0 обозначены прогибы на внутреннем контуре пластинки, полученные по классической и уточненной теориям. Величина Δ определяет поправку к наибольшему прогибу пластинки в процентах, вносимую учетом поперечного сдвига. Для сравнения в таблицах приведены также значения $w_{сдв}^*$ и $\Delta_{сдв}$, соответствующие сплошной пластинке. В последних строках таблиц приведены значения отношения наибольших прогибов кольцевой и сплошной пластинок при одинаковых значениях остальных параметров. Данные, относящиеся к сплошной пластинке, заимствованы из работы [5].

На фиг. 1-3 изображены графики изменения радиального момента $M_r / \sigma_0 h_0^2$ при некоторых характерных значениях механико-геометрических параметров пластинки. Так как учет поперечного сдвига не влияет на значения изгибающих моментов кольцевой пластинки, то приведенные графики верны при любых значениях отношения B_r / G_{π} .

Данные таблиц и графики фигур приводят к следующим выводам:

1. Учет поперечного сдвига, как и следовало ожидать, и в случае переменной толщины приводит к увеличению наибольших прогибов кольцевой пластинки.

2. Размер увеличения прогиба существенным образом зависит от характера ортотропии материала и от поведения изменения толщины пластинки.

Он растет при:

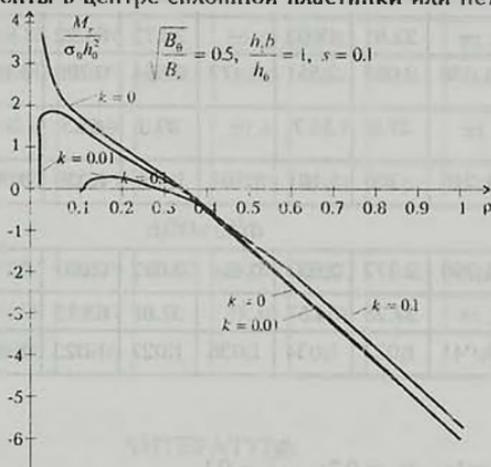
а) увеличении отношения B_r / G_{π} , т.е. уменьшении относительного модуля поперечного сдвига;

б) росте параметра $h_1 b / h_0$, т.е. скорости утолщения пластинки вдоль радиуса;

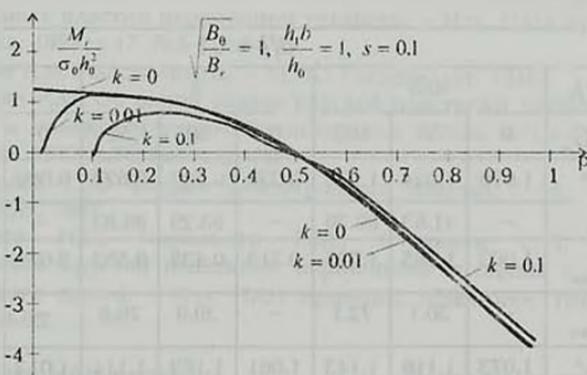
в) увеличении параметра B_0 / B_r , т.е. отношения модулей упругости материала окружного и радиального направлений E_0 / E_r .

3. С уменьшением относительного радиуса внутреннего контура пластинки $k = a/b$ значения наибольшего прогиба приближаются к соответствующим значениям сплошной пластинки. Скорость стремления возрастает с увеличением отношения B_0 / B_r .

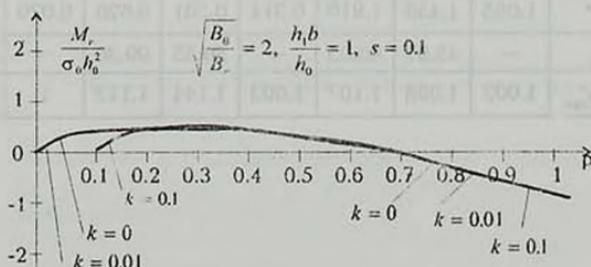
4. С удалением от свободного внутреннего контура пластинки $\rho = k$ значение радиального изгибающего момента $M_r / \sigma_0 h_0^2$ возрастает от нуля и стремится к значениям, соответствующим сплошной пластинке. В рассмотренных случаях величина M_r на защемленном контуре $\rho = 1$ получается незначительно меньшей, чем у сплошной пластинки. Разница между ними увеличивается с ростом относительного радиуса внутреннего контура пластинки. Это утверждение верно при любом значении отношения B_0/B_r , т.е. независимо от того, имеют ли особенность изгибающие моменты в центре сплошной пластинки или нет.



фиг. 1



фиг. 2



фиг. 3

$$\sqrt{\frac{B_0}{B_r}} = 0.5; \quad \nu_r = 0.3; \quad \frac{h_0}{b} = 0.1$$

Таблица 1

$a/b = 0.1$									
$h_1 b / h_0$	-0.5			0			1		
B_r / G_{rz}	0	50	100	0	30	50	0	10	20
w^*	2.041	2.527	3.013	0.525	0.702	0.820	0.107	0.139	0.171
Δ	—	23.81	47.62	—	33.73	56.22	—	30.49	60.73
$w_{\text{СПА}}^*$	1.638	2.095	2.551	0.477	0.664	0.789	0.109	0.146	0.189
$\Delta_{\text{СПА}}$	—	27.9	55.7	—	39.3	65.5	—	34.0	67.9
$w^* / w_{\text{СПА}}^*$	1.246	1.206	1.181	1.101	1.057	1.039	0.982	0.952	0.905
$a/b = 0.01$									
w^*	1.706	2.172	2.637	0.454	0.682	0.807	0.112	0.149	0.185
Δ	—	27.28	54.57	—	37.88	63.13	—	32.35	64.71
$w^* / w_{\text{СПА}}^*$	1.041	1.037	1.034	1.036	1.027	1.023	1.027	1.020	0.979

$$\sqrt{\frac{B_0}{B_r}} = 1; \quad \nu_r = 0.3; \quad \frac{h_0}{b} = 0.1$$

Таблица 2

$a/b = 0.1$									
$h_1 b / h$	-0.5			0			1		
B_r / G_{rz}	0	50	100	0	30	50	0	10	20
w^*	1.076	1.524	1.973	0.332	0.500	0.627	0.080	0.115	0.149
Δ	—	41.63	83.36	—	33.29	88.83	—	42.79	85.45
$w_{\text{СПА}}^*$	1.003	1.365	1.726	0.313	0.438	0.563	0.079	0.117	0.156
$\Delta_{\text{СПА}}$	—	36.1	72.1	—	39.9	79.8	—	49.0	97.9
$w^* / w_{\text{СПА}}^*$	1.073	1.116	1.143	1.061	1.162	1.114	1.013	0.983	0.955
$a/b = 0.01$									
w^*	1.065	1.458	1.910	0.314	0.501	0.626	0.079	0.117	0.156
Δ	—	45.07	90.05	—	39.55	99.36	—	48.48	97.08
$w^* / w_{\text{СПА}}^*$	1.002	1.068	1.107	1.003	1.144	1.112	1	1	1

$$\sqrt{\frac{B_0}{B_r}} = 2; \quad \nu_r = 0.3; \quad \frac{h_0}{b} = 0.1$$

Таблица 3

$a/b = 0.1$									
$h_1 b / h_0$	-0.5			0			1		
B_r / G_{rr}	0	20	40	0	10	20	0	5	10
w^*	0.511	0.684	0.857	0.167	0.226	0.283	0.045	0.064	0.082
Δ	—	33.88	67.76	—	35.41	70.82	—	40.71	81.46
$w_{\text{снл}}^*$	0.516	0.696	0.877	0.167	0.230	0.292	0.045	0.065	0.085
$\Delta_{\text{снл}}$	—	35.0	69.9	—	37.4	74.7	—	44.3	88.7
$w^* / w_{\text{снл}}^*$	0.990	0.983	0.977	1	0.983	0.969	1	0.985	0.965
$a/b = 0.01$									
w^*	0.515	0.695	0.876	0.167	0.230	0.292	0.045	0.065	0.085
Δ	—	34.99	69.97	—	37.40	74.70	—	44.38	88.70
$w^* / w_{\text{снл}}^*$	0.998	0.999	0.999	1	1	1	1	1	1

ЛИТЕРАТУРА

1. Киракосян Р.М. К уточненной теории цилиндрически ортотропных пластин переменной толщины. – Изв. НАН Армении, Механика, 1994, т.47, №5-6, с.64-73.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948.
3. Киракосян Р.М. Об одной задаче круглой пластинки наименьшего объема за пределами упругости материала. – Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1977, т.30, №1, с 21-32.
4. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. –М.: Наука, Гостехиздат, 1987.
5. Аревшатян Н.Г., Киракосян Р.М., Степанян С.П. Изгиб ортотропной круглой пластинки переменной толщины с учетом поперечного сдвига. – Изв. НАН Армении, Механика, 1997, т.50, №3-4, с.64-68.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
14.08.1995