Մնխանիկա

51, Nº2, 1998

Механика

УДК 539.1

## АНТИПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИНЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ

Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н.

՛՛Ա․Գ․ Րագդու, Ա․Ն․՛Մարտիրոսյան Կամայական արագությամբ շարժվող ծեղքի հակահարը խնդիրը անիզոտրոպ անհամասեո առաձգական միջավայրի համար

Դիտարկվում է կամայական արագությամբ շարժվող ձեղքի հակահարք խնդիրը անիզուորոպ անհամասես առաձգական միջավայրում։ Լուծումը գտնվում է փաքերների մերոդով։ Սսացված է լարումների ինտենսիվության գործակիցը ձեղքի ծայրի մոտ։

A.G. Bagdoev, A.N. Martirosian

Antiplane problem for anisotrop elastic inhomogeneous medium in presence of crack moving with arbitrary speed

Рассматривается антиплоская задача для трещниы в анизотровной упругой среде ири произвольной скорости движения трещины. Решевие находится методом сверток. Получев коэффициент интевсивности вапряжений около вершины трещины.

Рассматривается антиплоская задача о трещине, занимающей полуплоскость  $y=0, x<0, |z|<\infty$ , край которой движется вдоль оси x по произвольному закону x=l(t), причем y<0 и y>0 соответствует упругим анизотропным средам. Для случая постояпной скорости трещины соответствующая задача рассмотрена в [3].

Рассмотрим антиплоскую задачу для анизотропной упругой среды, на границе которой заданы функции  $(y=0, |z|<\infty)$ 

$$\tau_{yz}^{(j)} = \tau_{yz}^{(2)} \operatorname{npu} |x| < \infty 
u^{(1)} - u^{(2)} = u_{+} = 0 \quad \operatorname{npu} x > l(t) 
\tau_{yz}^{(2)} = \tau_{-}(x, t) \quad \operatorname{npu} x < l(t) 
\tau_{yz}^{(j)} = a_{2}^{(j)^{2}} \partial u^{(j)} / \partial y + a_{12}^{(j)^{2}} \partial u^{(j)} / \partial x 
\tau_{xz}^{(j)} = a_{1}^{(j)^{2}} \partial u^{(j)} / \partial x + a_{12}^{(j)^{2}} \partial u^{(j)} / \partial y, \quad j = 1, 2$$
(1)

где t — время, x — координата вдоль границы полуплоскости, y направлена по нормали к ней, z — координата по нормали к xy,  $u^{(j)}$  — перемещения,  $\tau^{(j)}$  — напряжение,  $a^{(j)}$  — упрутие постоянные, l(t) —некоторая функция — положение точки раздела граничных условий. Значение функций  $\tau = \tau$ , (x,t) при x > l(t) и u = u, (x,t) при x < l(t) неизвестны.

Уравнения движения сред имеют вид

$$a_1^{(j)^2} \frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial x^2} + 2a_{12}^{(j)^2} \frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial x \partial y} + a_2^{(j)^2} \frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial t^2}$$
(2)

Определим напряжение на продолжении трещины при постоянной сосредоточенной силе, действующей на берегах трещины

$$\tau_{-}^{0}(t,\tau,x,\xi) = -\delta(x-\xi)H(t-\tau), \qquad \xi < l(\tau)$$
(3)

Решение таким образом поставленной задачи имеем в виде

$$\overline{u}^{(j)} = \int \overline{\overline{u}}^{(j)}(\overline{\alpha}) \exp(-i\overline{\alpha}x - i\overline{\beta}_j y) d\overline{\alpha}$$
 (4)

Подставляя в (2) выражение (4), получим

$$a_1^{(j)^2} \overline{\alpha}^2 - 2a_{12}^{(j)^2} \overline{\alpha} \overline{\beta}_j - a_2^{(j)^2} \overline{\beta}_j^2 = s^2$$
 (5)

HAN

$$\overline{\beta}_{j} a_{2}^{(j)^{2}} = -a_{12}^{(j)^{2}} \overline{\alpha} + (-1)^{j-1} i \sqrt{a_{12}^{(j)^{2}} \overline{\alpha}^{2} + a_{2}^{(j)^{2}} s^{2}}$$

$$a_{2}^{(j)^{2}} = a_{2}^{(j)^{2}} a_{12}^{(j)^{2}} - a_{12}^{(j)^{2}}$$
(6)

где 5 - параметр преобразования Лапласа.

Подставляя выражение (4) в (1) и учитывая (6), граничные условия можно записать в следующем виде:

$$\sqrt{a^{(1)^{2}}} \overline{\alpha}^{2} + a_{2}^{(1)^{2}} s^{2} \quad \overline{\overline{u}}^{(1)} = -\sqrt{a^{(2)^{2}}} \overline{\alpha}^{2} + a_{2}^{(2)^{2}} s^{2} \quad \overline{\overline{u}}^{(2)} 
\overline{\overline{u}}^{(1)} - \overline{\overline{u}}^{(2)} = \overline{\overline{u}}_{+} + \overline{\overline{u}}_{-} = \overline{\overline{u}} 
- \overline{\overline{u}}^{(2)} \sqrt{a^{(2)^{2}}} \overline{\alpha}^{2} + a_{2}^{(2)^{2}} s^{2} = \overline{\overline{\tau}}_{+} + \overline{\overline{\tau}}_{-}$$
(7)

Решение системы (7) дает

$$\overline{u}_{-}(s,\overline{\alpha}) = \overline{S}(s,\overline{\alpha}) \left[ \overline{\tau}_{-}(s,\overline{\alpha}) + \tau_{+}(s,\overline{\alpha}) \right]$$

$$\overline{S}(s,\overline{\alpha}) = \frac{a^{(2)} + a^{(1)}}{a^{(1)}a^{(2)}} \frac{\overline{D}(s,\overline{\alpha})}{\sqrt{a^{2}s^{2} + \overline{\alpha}^{2}}}$$

$$\overline{D}(s,\overline{\alpha}) = \frac{a^{(2)}\sqrt{b^{2}s^{2} + \overline{\alpha}^{2}} + a^{(1)}\sqrt{a^{2}s^{2} + \overline{\alpha}^{2}}}{\left(a^{(1)} + a^{(2)}\right)\sqrt{b^{2}s^{2} + \overline{\alpha}^{2}}}$$

$$a = a_{2}^{(1)}/a^{(1)}, \quad b = a_{2}^{(2)}/a^{(2)}$$
(8)

Предположено, что b > a ,  $a_2^{(2)}a^{(1)} - a_2^{(1)}a^{(2)} > 0$ 

Факторизация функции  $\overline{\overline{D}}(s,\overline{\alpha})$  дает  $\overline{\overline{D}}=\overline{\overline{D}},\overline{\overline{D}}$  , где

$$\overline{\overline{D}}_{2}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = \exp\left[\frac{1}{2\pi i} \int_{a}^{b} \ln \frac{a^{(2)}\sqrt{b^{2} - \eta^{2}} + a^{(1)}i\sqrt{\eta^{2} - a^{2}}}{a^{(2)}\sqrt{b^{2} - \eta^{2}} - a^{(1)}i\sqrt{\eta^{2} - a^{2}}} \frac{d\eta}{\eta \mp \frac{i\overline{\alpha}}{s}}\right]$$
(9)

Функции  $\overline{\overline{D}}_{\!\scriptscriptstyle \pm}\!\!\left(\! \frac{i\overline{lpha}}{s}\!\right)$  являются аналитическими на всей комплексной

плоскости  $i\overline{lpha}/s$  за исключением точек, принадлежащих разрезам  $\left[\pm a,\pm b
ight]$ . Если  $C_{\pm}$  — замкнутые линии, охватывающие по отдельности разрезы, то значения аналитических во внешней области функций определяются их граничными значениями по формуле Коши для неограниченных областей

$$\overline{\overline{D}}_{\pm}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = 1 + \frac{1}{2\pi i} \int_{C} \frac{\overline{\overline{D}}_{\pm}(\xi)}{\xi - i\overline{\alpha}/s} d\xi$$

$$\overline{\overline{D}}_{z}^{-1}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = 1 + \frac{1}{2\pi i} \int_{C} \frac{\overline{\overline{D}}_{z}^{-1}(\xi)}{\xi - i\overline{\alpha}/s} d\xi$$
(10)

Контуры  $C_{\cdot}$  обходятся по часовой стрелке. Деформацией контуров на вещественную осъ новые выражения для функций приводятся к следующему виду:

$$\overline{\overline{D}}_{s}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = 1 + \int_{a}^{b} \frac{F_{1}(u)}{u \mp i\overline{\alpha} \cdot s} du$$

$$\overline{\overline{D}}_{\pm}^{-1}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right) = 1 + \int_{a}^{b} \frac{F_{2}(u)}{u \mp i\overline{\alpha} \cdot s} du$$

$$F_{1}(u) = \gamma(u) \exp(\chi(u)), F_{2}(u) = -\gamma(u) \exp(-\chi(u))$$

$$\gamma(u) = a^{(1)}\sqrt{u^{(2)} - a^{(2)}} \left\{\pi\sqrt{a^{(2)^{2}}(b^{2} - u^{2}) + a^{(1)^{2}}(u^{2} - a^{2})}\right\}^{-1}$$

$$\chi(u) = \frac{1}{\pi} \int_{a}^{b} \operatorname{arctg}\left(\frac{a^{(1)}}{a^{(2)}} \frac{\sqrt{\eta^{2} - a^{2}}}{\sqrt{b^{2} - \eta^{2}}}\right) \frac{d\eta}{\eta - u}$$
Представим  $\overline{S}(s, \overline{\alpha}) = \overline{S}_{+}(s, \overline{\alpha}) \overline{S}_{-}(s, \overline{\alpha})$ , где
$$\overline{S}_{+}(s, \overline{\alpha}) = \overline{\overline{D}}_{+}\left(\frac{i\overline{\alpha}}{s}\right)(as - i\overline{\alpha})^{-1/2}$$

 $\overline{\overline{S}}_{-}(s,\overline{\alpha}) = \frac{a^{(1)} + a^{(2)}}{a^{(1)}a^{(2)}} \overline{\overline{D}}_{-}(i\overline{\alpha}) (as + i\overline{\alpha})^{-1/2}$ (12)

Тогда уравнение (8) можно записать в виде

$$\overline{\overline{P}}_{-}\overline{\overline{n}}_{-} + \overline{\overline{P}}_{-}\overline{\overline{n}}_{+} = \overline{\overline{S}}_{+}^{-}\overline{\overline{\tau}}_{+} + \overline{\overline{S}}_{-}\overline{\overline{\tau}}_{-}, \quad \overline{\overline{P}}_{+} = 1/\overline{\overline{S}}_{+}$$
(13)

Предположим, что функция  $\overline{S}(s,\overline{lpha})$  такова, что указанная выше факторизация приводит к функциям  $\overline{\overline{S}}_\pm, \overline{\overline{P}}_\pm,$  оригиналы которых удовлетворяют условиям

$$P_{+}(x,t) = S_{+}(x,t) = 0$$
 при  $x > v_{+}t$   
 $P_{-}(x,t) = S_{-}(x,t) = 0$  при  $x < v_{-}t$   
 $v_{-} < \hat{I}(t) < v_{+}; \quad \left(v_{+} = \pm \frac{1}{a}\right)$ 

Тогда неизестные функции  $u_{-}(x,t)$ ,  $\tau_{+}(x,t)$  определяются так:

$$\tau_{+} = -P_{-} ** [(S_{+} ** \tau_{-} - P_{-} ** u_{+}) H(x - l + 0) + P_{+} ** C]$$

$$u_{-} = S_{-} ** [(S_{+} ** \tau_{-} - P_{-} ** u_{+}) H(l - x + 0) + S_{-} ** C]$$
(14)

Здесь символ (\*\*) означает свертку по переменным t н x; H – функция Хевисайда; C – некоторая обобщенная функция, поситель которой сосредоточен на линии x = l(t):

$$C = \sum_{m=0}^{n} f_m(x) \delta^{(m)} \left[ x - l(t) \right]$$

Слагаемые  $S_- **C$ ,  $P_- **C$  в (14) — решения однородной задачи, т.е. решения уравнения (13) при  $u_+ = \tau_- = 0$ . Произвол, вносимый указанными слагаемыми, как обычно в смещанных задачах, устраняется привлечением дополнительных условий, например, условием ограниченности энергии.

Формулы (14) получены следующим образом. Произведению

изображения  $\overline{P}[\overline{\overline{u}}]$  соответствует свертка оригиналов

$$\int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1-t} P_{-}(\tau,\xi) u_{-}(t-\tau,x-\xi) H(v_{-}\tau-\xi+0) H[I(t-\tau)-x+\xi+0] d\tau d\xi$$
 (15)

где множители (функции Хевисайда) введены, чтобы подчеркнуть наличие предельных значений для носителей  $P_-$  (13.1) и  $u_-$  ( $u_-$ (x,t) = 0 при x > l(t)).

Свертка (15) отлична от нуля для тех областей на плоскости x,t где аргументы функций Хевисайда положительны:  $\xi \leq v_- \tau$ ,  $\xi \geq x - l(t-\tau)$ . Отсюда для x > l(t) находим  $v_- \tau > l(t) - l(t-\tau) \geq \tau l_{\min}$ .

Вместе с тем, по условию (13.1)  $\hat{I} > v_-$ . Противоречие свидетельствует о том, что  $P_- ** u_- = 0$  при x > l(t). Аналогично доказывается, что  $S_- ** \tau_+ = 0$  при x < l(t). Отсюда и следуют соотношения

$$P_{-} ** u_{-} = (S_{+} ** \tau_{-} - P_{-} ** u_{+}) H(l - x + 0)$$
  
$$S_{+} ** \tau_{+} = -(S_{+} ** \tau_{-} - P_{-} ** u_{+}) H(x - l + 0)$$

Вновь применив преобразования Лапласа и Фурье, поделив после этого первое равенство на  $\overline{\overline{P}}$ , второе – на  $\overline{\overline{S}}$ , и перейдя затем к оригиналам, получаем первые слагаемые в равенствах (13). Прибавляя решения однородной задачи, приходим к указанному общему решению (13). При этом условия:  $u_-=0$  при x>1,  $\tau_+=0$  при x<1 одновременно выполняются лишь в том случае, когда носитель C сосредоточен на линии x=I(t).

Теперь вычислим оригиналы функции

$$S_{+}(x,t) = \frac{1}{4\pi^{2}i} \int_{-\infty}^{\infty} d\overline{\alpha} \int_{\overline{\Omega}+pc}^{\sigma+i\overline{\omega}} (s,\overline{\alpha}) \exp(st - i\overline{\omega}x) ds$$

$$P_{+}(x,t) = \frac{1}{4\pi^{2}i} \int_{-\infty}^{\infty} d\overline{\alpha} \int_{\overline{\Omega}-p\overline{\omega}}^{\sigma+p\overline{\omega}} (s,\overline{\alpha}) \exp(st - i\overline{\omega}x) ds$$
(16)

Здесь, как обычно, принято  $\sigma \ge 0$ , при этом для малых  $\sigma$  контур интегрирования по  $\overline{\alpha}$  проходит вблизи оси  $\text{Im}\,\overline{\alpha}=0$  с обходом особых точек.

Учитывая, что

$$s^{\lambda} = \frac{1}{\Gamma(-\lambda)} \int_{0}^{\infty} \frac{\exp(-st_1)}{t_1^{\lambda+1}} dt_1, \quad \lambda = \frac{1}{2}; \quad \frac{3}{2}$$

где интеграл понимается в смысле главного значения, представляя обобщенную функцию S, можно из (16) получить

$$S_{*}(x,t) = -\frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} ds \int_{0}^{\infty} \frac{D_{*}(\alpha) \exp(st - st_{1} - s\alpha x)}{\Gamma(-\frac{1}{2})\sqrt{a - \alpha} t_{1}^{3/2}} dt_{1}$$

$$P_{*}(x,t) = -\frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} ds \int_{0}^{\alpha} \frac{\sqrt{a - \alpha} D_{*}^{-1}(\alpha) \exp(st - st_{1} - s\alpha x)}{\Gamma(-\frac{3}{2}) t_{1}^{4/2}} dt_{1}$$
 (16.1)

где  $\alpha = i\overline{\alpha}/s$ ,  $\Gamma(\lambda)$  – гамма-функция Эйлера.

В формулах (16.1) интегралы по s дают  $\delta$  -функцию от аргумента  $t-t_1-\alpha x$  . После вычисления интегралов по  $t_1$ , от  $\delta$  -функции получим

$$S_{+}(x,t) = \frac{iH(x)}{2\pi\Gamma(-1/2)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{+}(\alpha)d\alpha}{\sqrt{a-\alpha} (t-\alpha x)^{3/2}}$$

$$P_{+}(x,t) = \frac{iH(x)}{2\pi\Gamma(-3/2)} \int_{-\omega}^{\infty} \frac{\sqrt{a-\alpha} D_{+}^{-1}(\alpha)d\alpha}{(t-\alpha x)^{3/2}}$$

Заменяя контур по  $\alpha$  на контуры по верхним и нижним берегам разрезов по действительной оси между точками a и  $\frac{t}{x}$  и выбирая однозначные ветви подынтегральной функции, получим

$$S_{+}(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} \frac{H(t-\alpha x)H(x)}{2\pi\Gamma(-1/2)} \int_{0}^{t/x} \frac{D_{+}(\alpha)d\alpha}{\sqrt{\alpha - a}\sqrt{t - \alpha x}}$$

$$P_{+}(x,t) = \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \frac{4H(t-\alpha x)H(x)}{3\pi\Gamma(-3/2)} \int_{0}^{t/x} \frac{D^{-1}(\alpha)\sqrt{\alpha - a}}{\sqrt{t - \alpha x}} d\alpha$$

Подставляя из (11) значение функции  $D_{\star}(\alpha), D^{-1}(\alpha),$  обозначая  $y = \frac{\sqrt{\alpha - a}}{\sqrt{t/x - \alpha}}$  и применяя теоремы о вычетах, можно получить

$$S_{+}(x,t) = \frac{H(x)}{\sqrt{\pi}} \frac{\partial}{\partial t} \frac{H(t-ax)}{\sqrt{x}} \left( 1 + \int_{t/x}^{b} \frac{F_{0}(u)du}{\sqrt{u-t/x}} \right)$$

$$P_{+}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( a \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \left[ \delta(t-ax) - \int_{a}^{b} \Phi(h)\delta(t-hx)dh \right] \frac{H(x)}{\sqrt{x}} \right\}$$

$$F_{0}(u) = \frac{F_{1}(u)}{\sqrt{u-a}}, \quad \Phi(h) = \int_{h}^{b} \frac{d}{du} \left( \frac{F_{2}(u)}{\sqrt{u-a}} \right) \frac{du}{\sqrt{u-h}}$$

$$(17)$$

Подставив в (14) выражение (3) и (16) и учитывая, что по условию задачи  $u_{\star}=0$  и, что вследствие ограниченности энергии C=0 , получаем

$$S_{+} * * \tau_{-}^{0} = \frac{H(T-a)}{\sqrt{\pi} \sqrt{x-\xi}} \left(1 + \int_{T}^{b} F_{0}(u) \frac{du}{\sqrt{u-T}}\right)$$

$$\tau_{+}^{0} = \left\{ \frac{H(x)}{\pi \sqrt{x}} \left[ \delta(t - ax) - \int_{a}^{b} \Phi(h) \delta(t - hx) dh \right] \right\} ** \psi$$

$$\psi = \left\{ \frac{1 - a\dot{l}}{\sqrt{x - \xi}} \delta(x - l) \phi(T) + H(x - l) \left( a \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \frac{\phi(T)}{\sqrt{x - \xi}} \right\} H(T - a)$$

$$\phi(T) = 1 + \int_{a}^{b} F_{0}(u) \frac{du}{\sqrt{u - T}}, \quad T = \frac{t - \tau}{x - \xi}$$

Заметим, что в первой из свертываемых функций слагаемые однотипны, поэтому для того, чтобы проинтегрировать полученное для напряжения выражение, достаточно вычислить только свертку с  $x^{-1/2}\delta(t-hx)H(x)$ . Полагая h=a, найдем свертку для первого слагаемого. Опуская выкладки, приведем окончательный результат

$$\tau_{*}^{0} = \frac{H(T-a)}{\pi} \left\{ N_{0}(t,\tau,x,\xi,a) - \int_{a}^{b} \Phi(h) N_{0}(t,\tau,x,\xi,h) dh \right\}$$

$$N_{0}(t,\tau,x,\xi,h) = \frac{1-ai}{1-hi} \frac{N_{1}H(L-a)}{\sqrt{x-l}\sqrt{l-\xi}} - N_{2} \frac{H(L-a)}{x-\xi} - N_{3} \frac{H(a-L)}{x-\xi}$$

$$N_{1} = 1 + \int_{L}^{b} \frac{F_{0}(u)}{\sqrt{u-L}} du H(b-L)$$

$$N_{2} = \frac{\sqrt{x-l}}{\sqrt{l-\xi}} \left[ 1 + \int_{L}^{b} \frac{F_{0}(u)(u-a)}{\sqrt{u-L}(u-T)} du H(b-L) - \pi F_{1}(T) \frac{\sqrt{T-a}}{\sqrt{T-L}} \right]$$

$$L = \frac{t_{0} - \tau}{l-\xi}, \quad l = l(t_{0})$$

$$N_{3} = \int_{0}^{b} \frac{F_{1}(u)\sqrt{h-T}}{\sqrt{T-a}(u-T)} du, \quad t-t_{0} = h(x-l(t_{0}))$$

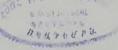
Отметим, что поведение напряжения у края трещины определяется первым слагаемым функции  $N_0$ . Учитывая, что при  $x \to l(t)$ ,  $t_0 \to t$  и  $\frac{x-l(t)}{x-l(t_0)} \to 1-h\dot{l}(t)$ , из (18) можно найти коэффициент интенсивности напряжений в виде

$$\lim_{x \to l(t) \to 0} \sqrt{2\pi(x - l)} \tau_{+}^{0} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{1 - al}}{\sqrt{l - \xi}} K_{0} D_{0} H(L - a)$$

$$K_{0} = 1 - i \int_{a}^{b} \frac{F_{2}(u)}{1 - ui} du, \quad L = \frac{t - \tau}{l - \xi}$$

$$D_{0} = 1 + \int_{L}^{b} F_{0}(u) \frac{du}{\sqrt{u - L}} H(b - L)$$
(19)

При произвольной нагрузке  $\tau_-(x,t)$  наприжение на продолжении полубесконечной трещины получается из решения (18) суперпозицией



$$\tau_{\star}(x,t) = -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\partial \tau}^{\partial \tau} \frac{\partial \tau_{\star}(\tau,\xi)}{\partial \tau} \tau_{\star}^{0}(t,\tau,x,\xi) d\tau d\xi$$
 (20)

Коэффициент интенсивности напряжения для произвольной нагрузки (1) можно найти из формулы (19) и (20), которое принимает следующий вид:

$$\lim_{x \to l(t) \to 0} \sqrt{2\pi(x-l)} \,\tau_+ = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{1-al} K_0 (J_2 - J_1)$$

$$J_1 = \int_{l-t/a}^{t} \tau_- (t-a(l-\xi), \xi) \frac{d\xi}{\sqrt{l-\xi}}$$

$$J_2 = \int_a^b F_3(u) du \int_0^t \tau_-' (t-\tau, l-\frac{\tau}{u}) \sqrt{\tau} \,d\tau$$

$$F_3(u) = u^{-3/2} \int_u^b \frac{F_1(\omega)}{\sqrt{\omega-a}} \frac{d\omega}{\sqrt{\omega-u}}, \qquad l = l(t)$$

$$\tau_-' (\tau, g(\tau)) = \frac{\partial}{\partial \tau} \tau_- (\tau, \xi) \quad \text{при} \quad \xi = g(\tau)$$
(21)

В результате, если задана нагрузка на берегах трещины, коэффициент интенсивности (21) определяется двухкратным интегралом. В частном случае при I(t) = vt,  $v = {\rm const}$  из формулы (21) получится решение, которое совпадает с результатом [3], полученным методом Винера-Хопфа.

## **ЛИТЕРАТУРА**

- Сарайкин В.А. и Слепян Л.И. Плоская задача о динамике трещины в упругом теле. – МТТ, 1979, №4, с.54-73.
- Мартиросян А.Н. Движение трещины в анизотропной среде. Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1987, т.40, №6, с.32-42.
- Багдоев А.Г., Мовсисян Л.Н. К распространению трещины в составном анизотронном пространстве. – Изв. ЛН Арм. ССР, Механика, 1991, т.44, №5, с.3-7.

Инсгитут механики НАН Армении

Поступила в редакцию 24.06.1996