

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
 МАГНИТОУПРУГОГО СЛОЯ С ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ
 ТРЕЩИНОЙ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ВО ВНЕШНЕМ
 ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

Асанян Д.Д., Багдасарян Г.Е.

Դ.Զ. Հասանյան, Գ.Ե. Բաղդասարյան
 Կիսաանվերջ ճարպրունակող շերտի յարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի ուսումնասիրումը
 համասեռ մագնիսական դաշտում

Ուսումնասիրվում է կիսաանվերջ ճարպրունակող ֆերոմագնիսական շերտի
 լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակը, երբ շերտը գտնվում է մագնիսական դաշտում

Hasanian D.J., Bagdasarian G.E.

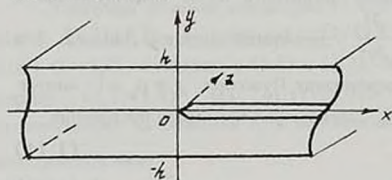
Stress-strain state ferromagnetic layer with semi-infinite crack in homogeneous magnetic field

Рассматривается задача о нахождении напряженно-деформированного состояния
 однородного магнитоупругого слоя с трещиной, находящегося в постоянном поперечном
 магнитном поле. Определены основные характеристики напряженно-деформированного
 состояния и индуцированного магнитного поля, исследованы их особенности около
 трещины

1. Постановка задачи. Пусть в магнитоупругом ферромагнитном
 слое толщиной $2h$ имеется прямолинейная полубесконечная туннельная
 трещина, берега которой свободны от внешних механических нагрузок.
 Прямоугольная система декартовых координат выбрана так, что попе-
 речное сечение трещины находится в плоскости XOY и занимает тон-
 кую область $\Omega^* = \{x > 0, y = 0, |z| < \infty\}$ около отрезка $(0, \infty)$ координатной
 оси OX . Слой, материал которого является изотропным, одно-
 родным и магнитомягким, занимает область $\Omega = \{|x| < \infty; |y| \leq h; |z| < \infty\}$
 и помещен в постоянное магнитное поле $\vec{B}_0(0, B_0, 0)$ (фиг. 1). Внешняя
 по отношению к слою среда $\Omega_s = \{|y| > h; |x| < \infty; |z| < \infty\}$ является ва-
 куумом.

Вследствие того, что магнитная проницаемость материала слоя
 μ_s отлична от единицы ($\mu_s \gg 1$), на берегах трещины компоненты
 тензора магнитоупругих напряжений терпят разрыв. Этим разрывом

обусловлено появление магнитного давления $\vec{P}_0$, действующего на берегах трещины.



Фиг. 1

Под действием нагрузки $\vec{P}_0$ и объемных сил магнитного происхождения, появляющихся вследствие деформации тела, в слое устанавливается невозмущенное плоское напряженно-деформированное состоя-

ние. Используя результаты работы [1] и предполагая, что все искомые величины не зависят от пространственной координаты z и времени t , получим следующие линейные уравнения и граничные условия, определяющие магнитоупругие характеристики возмущенного состояния:

уравнения магнитоупругости во внутренней области слоя $(x, y) \in \Omega$

$$\Delta U_i + \frac{1}{1-2\nu}(U_{1,1} + U_{2,2})_{,i} + \frac{2\chi B_0}{\mu\mu_r} \Phi_{,i,2} = 0, \quad (i=1,2), \quad \Delta\Phi = 0, \quad (1.1)$$

где $f_{,i} = \frac{\partial f}{\partial x_i}$, $x_1 = x$, $x_2 = y$,

уравнения магнитостатики при $(x, y) \in \Omega_r \cup \Omega^*$

$$\Delta\Phi^{(e)} = 0 \quad (1.2)$$

Граничные условия на плоскостях $y = \pm h$, $|x| < \infty$

$$U_1(x, \pm h) = Q_1(x), \quad U_2(x, \pm h) = Q_2(x) \quad (1.3)$$

$$\Phi_{,2}^{(e)}(x, \pm h) = \mu_r \Phi_{,2}(x, \pm h) \quad (1.4)$$

$$\Phi_{,1}^{(e)}(x, \pm h) = \Phi_{,2}(x, \pm h) - \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\chi}{\mu_r} U_{2,1}(x, \pm h) \quad (1.5)$$

Граничные условия на плоскости $y = 0$

$$U_{2,1}(x, 0) = 0, \quad \Phi_{,2}(x, 0) = 0 \quad \text{при} \quad x < 0 \quad (1.6)$$

$$I_{21}(x, 0) + I_{21}^M(x, 0) + \frac{2\chi B_0}{\mu\mu_r} \Phi_{,1}(x, 0) = 0 \quad \text{при} \quad |x| < \infty \quad (1.7)$$

$$\Phi_{,1}(x, 0) = \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\chi}{\mu_r} U_{2,1}(x, 0) \quad \text{при} \quad x > 0 \quad (1.8)$$

$$I_{22}(x, 0) + I_{22}^M(x, 0) = I_{22}^{M(e)}(x, 0) \quad \text{при} \quad x > 0 \quad (1.9)$$

Условия на бесконечности

$$\Phi^{(e)}(x, y) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty \quad (1.10)$$

В (1.1) (1.10) приняты следующие обозначения:
 $U_i(x, y)$ ($i = 1, 2$) - компоненты вектора упругих перемещений; $\Phi^{(e)}$ и Φ - потенциалы индуцированного магнитного поля, соответственно в вакууме и в среде; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - двумерный оператор Лапласа; λ и μ - постоянные Ляме; ν - коэффициент Пуассона; $\chi = \mu_r - 1$ - магнитная восприимчивость среды; μ_0 - абсолютная магнитная постоянная

$$\epsilon_{ij} = \sigma_{ij} + \mu_0 \chi (H_{0i} h_j + H_{0j} h_i) \quad (1.11)$$

$$\epsilon_{ij}^M = B_{0i} h_j + B_{0j} h_i - \delta_{ij} \mu_0 H_{0k} h_k \quad (1.12)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} U_{k,k} + \mu (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (1.13)$$

$$\bar{h} = \text{grad } \Phi, \quad \bar{h}^{(e)} = \text{grad } \Phi^{(e)}, \quad \bar{B}_0 = \mu_0 \mu, \bar{H}_0, \quad \bar{B}_0^{(e)} = \mu_0 \bar{H}_0^{(e)} \quad (1.14)$$

$Q_i(x)$ ($i = 1, 2$) - заданные значения упругих перемещений границ $y = \pm h$. Заметим, что плоскость $y = 0$ является плоскостью симметрии, т. е.

$$U_2(x, y) = -U_2(x, -y), \quad U_1(x, y) = U_2(x, -y) \quad (1.15)$$

$$\Phi(x, y) = -\Phi(x, -y), \quad \Phi^{(e)}(x, y) = -\Phi^{(e)}(x, -y)$$

По этой причине задачу будем решать в областях

$$\Omega_1 = \{-h < y < 0; |x| < \infty\} \text{ и } \Omega_{e1} = \{-\infty < y < -h; |x| < \infty\}.$$

2. Интегральное уравнение задачи. Решение задачи (1.1) (1.2) с учетом условия на бесконечности (1.10) представим в виде: в области Ω_1 :

$$U_1(x, y) = -i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\alpha|}{\alpha} \left\{ - \left[A_1(\alpha) + (|\alpha|y - 3 + 4\nu) \frac{A_2(\alpha)}{|\alpha|} + \gamma_1 A_3(\alpha) \right] e^{-|\alpha|y} + \right. \\ \left. + \left[A_4(\alpha) + (|\alpha|y + 3 - 4\nu) \frac{A_5(\alpha)}{|\alpha|} + \gamma_1 A_6(\alpha) \right] e^{|\alpha|y} \right\} e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad (2.1)$$

$$U_2(x, y) = -i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\alpha|}{\alpha} \left\{ [A_1(\alpha) + y A_2(\alpha)] e^{-|\alpha|y} + [A_4(\alpha) + y A_5(\alpha)] e^{|\alpha|y} \right\} e^{-i\alpha x} d\alpha,$$

$$\Phi(x, y) = \frac{B_0}{\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(\alpha) e^{-|\alpha|y} + A_6(\alpha) e^{|\alpha|y}] e^{-i\alpha x} d\alpha,$$

где

$$\gamma_1 = \frac{2(1-2\nu)\chi B_0^2}{\mu_0 \mu \mu_r} \text{ в области } \Omega_{e1};$$

$$\Phi^{(r)}(x, y) = \frac{B_0}{\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} A_i(\alpha) e^{|\alpha|y} e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (2.2)$$

Учитывая условия симметрии (1.15), можно написать решение задачи (1.1)-(1.2) в областях Ω/Ω_1 и Ω_e/Ω_{e1} . Функции $A_i(\alpha)$ ($i=1,7$), входящие в (2.1) и (2.2), определяются из граничных условий (1.3)-(1.9). Из (1.11)-(1.14), с учетом (2.1)-(2.2), магнитоупругие напряжения t_{ij} и максвелловские напряжения t_{ij}^M можно представить в виде

$$\frac{t_{12}(x, y)}{\mu} = \int_{-\infty}^{\infty} (-i\alpha) \left\{ \left[2A_1(\alpha) + (2|\alpha|y - 4 + 4\nu) \frac{A_2(\alpha)}{|\alpha|} + \gamma_2 A_3(\alpha) \right] e^{|\alpha|y} + \right. \\ \left. + \left[2A_4(\alpha) + (2|\alpha|y + 4 - 4\nu) \frac{A_5(\alpha)}{|\alpha|} + \gamma_2 A_6(\alpha) \right] e^{|\alpha|y} \right\} e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad (2.3)$$

$$\frac{t_{22}(x, y)}{\mu} = \gamma_0 + \int_{-\infty}^{\infty} |\alpha| \left\{ \left[-2A_1(\alpha) + (-2|\alpha|y + 2 - 4\nu) \frac{A_2(\alpha)}{|\alpha|} - \gamma_1 A_3(\alpha) \right] \times \right. \\ \left. \times e^{-|\alpha|y} + \left[2A_4(\alpha) + (2|\alpha|y + 2 - 4\nu) \frac{A_5(\alpha)}{|\alpha|} + \gamma_1 A_6(\alpha) \right] e^{|\alpha|y} \right\} e^{-i\alpha x} d\alpha;$$

$$\frac{t_{12}^M(x, y)}{\mu} = \frac{B_0^2}{\mu_0 \mu} \int_{-\infty}^{\infty} (-i\alpha) \left[A_1(\alpha) e^{-|\alpha|y} + A_6(\alpha) e^{|\alpha|y} \right] e^{-i\alpha x} d\alpha$$

$$\frac{t_{22}^M(x, y)}{\mu} = \frac{(2\mu_r - 1)B_0^2}{2\mu_0 \mu \mu_r^2} + \frac{(2\mu_r - 1)B_0^2}{\mu_0 \mu \mu_r} \int_{-\infty}^{\infty} |\alpha| \left[-A_1(\alpha) e^{-|\alpha|y} + A_6(\alpha) e^{|\alpha|y} \right] \times \\ \times e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.4)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{\chi B_0^2}{\mu_0 \mu \mu_r^2}; \quad \gamma_2 = \frac{(3 - 4\nu) \chi B_0^2}{\mu_0 \mu \mu_r}$$

Аналогичным образом можно привести выражение для $t_{11}(x, y)$ и $t_{11}^M(x, y)$.

Перейдем к определению неизвестных функций $A_i(\alpha)$ ($i=1,7$) путем удовлетворения граничных условий. Для этой цели введем следующие обозначения:

$$U_{2,1}(x, 0) = f(x) = \begin{cases} \varphi(x) & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\Phi_{12}(x, 0) = g(x) = \begin{cases} \psi(x) & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Используя граничные условия (1.6), легко показать, что функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ удовлетворяют условиям

$$\varphi(-x) = -\varphi(x); \quad \psi(-x) = -\psi(x) \quad (2.7)$$

Подставляя (2.1) и (2.3) в граничные условия (1.3) (1.7), и учитывая (2.5) (2.6), приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\bar{A}\bar{x} = \bar{\Phi} \quad (2.8)$$

Эти уравнения позволяют выразить неизвестные функции $A_i(\alpha)$ через новые неизвестные функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$.

Матрица $\bar{A}$, векторы $\bar{x}$ и $\bar{\Phi}$, входящие в (2.8), имеют вид:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \alpha e^{\beta \alpha i} & (-h\alpha i - 3 + 4\nu)e^{\beta \alpha i} & \frac{|\alpha|}{2} \gamma_i e^{\beta \alpha i} & -|\alpha| e^{-\beta \alpha i} & (h\alpha i - 3 + 4\nu)e^{-\beta \alpha i} & -\frac{|\alpha|}{2} \gamma_i e^{-\beta \alpha i} & 0 \\ \alpha e^{\beta \alpha i} & -h\alpha e^{\beta \alpha i} & 0 & |\alpha| e^{-\beta \alpha i} & -h|\alpha| e^{-\beta \alpha i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_i |\alpha| e^{\beta \alpha i} & 0 & 0 & -\mu_i |\alpha| e^{-\beta \alpha i} & |\alpha| e^{-\beta \alpha i} \\ 0 & 0 & |\alpha| e^{\beta \alpha i} & 0 & 0 & |\alpha| e^{-\beta \alpha i} & -|\alpha| e^{-\beta \alpha i} \\ 4\alpha i & -8(1-\nu) & 2\beta \alpha i & 4\alpha i & 8(1-\nu) & 2\beta \alpha i & 0 \\ 2\alpha i & 0 & 0 & 2\alpha i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha i & 2\alpha i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} A_1(\alpha) \\ A_2(\alpha) \\ \vdots \\ A_7(\alpha) \end{pmatrix}; \quad \bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_7 \end{pmatrix}; \quad \beta = \frac{B_0^2}{\mu_0 \mu} \frac{4\mu_r(1-\nu) - 3 + 4\nu}{\mu_r}$$

$$\Phi_1 = \bar{Q}_1(\alpha); \quad \Phi_2 = -\frac{|\alpha|}{\alpha i} \bar{Q}_2(\alpha); \quad \Phi_3(\alpha) = 0; \quad \Phi_4 = -\frac{\chi}{\mu_r} \frac{|\alpha|}{\alpha i}$$

$$\Phi_5 = 0; \quad \Phi_6 = -\frac{|\alpha|}{\alpha i} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \varphi(s) e^{i\alpha s} ds$$

$$\Phi_7 = -\frac{|\alpha|}{\alpha i} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \psi(s) e^{i\alpha s} ds$$

$$\bar{Q}_i(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty Q_i(x) e^{i\alpha x} dx \quad (i = 1, 2)$$

Предполагая, что $\det \hat{A} \neq 0$, из (2.8) найдем

$$A_i(\alpha) = \sum_{k=1}^7 b_{ik}(\alpha) \Phi_k(\alpha) \quad (i = \overline{1,7}) \quad (2.9)$$

где b_{ik} — элементы обратной матрицы к $\hat{A}$.

Таким образом, все неизвестные $A_i(\alpha)$ ($i = \overline{1,7}$) выражены через две функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, которые должны определяться из граничных условий (1.8)–(1.9). Подставляя (2.9) в граничные условия (1.8)–(1.9), с учетом (2.4), получим следующую систему уравнений относительно $\varphi(x)$ и $\psi(x)$:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \varphi(t) K_0\left(\frac{t-x}{h}\right) dt &= Q_0 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} Q_1(t) \varepsilon_1(t-x) dt - \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} Q_2(t) \varepsilon_2(t-x) dt \equiv q(x), \quad x > 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\psi(x) = \frac{\chi}{\mu_r} \varphi(x)$$

где

$$\varepsilon_i(s) = \int_0^{\infty} \bar{\varepsilon}_i(\alpha) e^{i s \alpha} d\alpha \quad (i = 1, 2)$$

$$\bar{\varepsilon}_1(t) = \frac{4(1-2\nu)\text{sh}t - 4t\text{ch}t}{2t - (3-4\nu)\text{sh}2t}$$

$$\bar{\varepsilon}_2(t) = \frac{|t|}{it} \frac{b_0^2}{\text{ch}t} + \frac{1}{i} \frac{-4t\text{sh}t + (7-15\nu)\text{ch}t}{2t - (3-4\nu)\text{sh}2t} \quad (2.11)$$

$$Q_0 = \frac{b_0^2}{2} \frac{\mu_r^2 - 4\mu_r + 3}{\mu_r^2}; \quad b_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0 \mu}$$

$$K_0(s) = -\frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} \left\{ \left(-\frac{1}{1-\nu} + \mu_r b_0^2 \right) \text{th}\alpha + K(\alpha) \right\} e^{i s \alpha} d\alpha$$

$$K(\alpha) = \frac{(b_0^2 - 1)[(3-4\nu)\text{sh}2\alpha + 2\alpha\text{sh}^2\alpha] - 2(2b_0^2 + 1)\alpha^2\text{sh}2\alpha - 8(1-\nu)^2\text{sh}2\alpha}{\text{sh}2\alpha[-2\alpha + (3-4\nu)\text{sh}2\alpha]} \quad (2.12)$$

При получении (2.10)–(2.12) было предположено, что $\mu_r - 1 \equiv \mu_r$, поскольку для основных ферромагнитных материалов [2] значение μ_r меняется в пределах $10^2 \div 10^5$.

Таким образом, задача свелась к решению интегрального уравнения (2.10) при условии (2.7).



Зная функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$, из (2.9) можно определить $A_i(\alpha)$, с помощью которых по формулам (2.1) (2.3) восстанавливаются магнитоупругие перемещения $U_i(x, y)$ ($i = 1, 2$) и магнитоупругие напряжения $t_{ij}(x, y)$ ($i, j = 1, 2$). В частности, для $t_{22}(x, y)$ на линии $y = 0$ будем иметь

$$\frac{t_{22}(x, 0)}{\mu} = \gamma_0 + \int_0^{\infty} \varphi(t) K_1\left(\frac{t-x}{h}\right) dt + \int_{-\infty}^{\infty} G(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha \quad (2.13)$$

где

$$G(\alpha) = -4\tilde{Q}_1(\alpha)[\alpha b_{11}(\alpha) - (1-2\nu)b_{21}(\alpha)] - \\ - \tilde{Q}_2(\alpha)\left[4i\alpha b_{12}(\alpha) + 2\gamma_1 i\alpha b_{22}(\alpha) + 4(1-2\nu)\frac{|\alpha|}{\alpha i} b_{22}(\alpha)\right] \quad (2.14)$$

$$K_1(t) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} L_1(\alpha) \sin \alpha t d\alpha, \quad L_1(\alpha) = -\frac{i h \alpha}{1-\nu} + K(\alpha).$$

3. Замкнутое решение задачи. Как видно из предыдущего пункта, определение напряженно-деформированного состояния магнитоупругого слоя сводится к решению интегрального уравнения с разностным ядром (2.10), а коэффициент интенсивности магнитоупругого напряжения можно определить из

$$K_{h1} = \lim_{x \rightarrow -0} \left[(-x)^{\frac{1}{2}} \frac{t_{22}(x, 0)}{\mu} \right] \quad (3.1)$$

Теория и методы решения интегральных уравнений типа (2.10) изложены в [3,4]. Поступая аналогичным образом, как и в [3,4], решение уравнения (2.10) можно представить в виде

$$\hat{\phi}_*(\alpha) = \frac{i b_0^2}{2 L_-(0)} \frac{1}{\alpha L_*(\alpha)}, \quad (3.2)$$

где

$$\hat{\phi}_*(\alpha) = \int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{i\alpha \xi} d\xi, \quad (3.3)$$

$$L_*(\alpha) = \frac{\theta_0 \sqrt{\alpha + i}}{\alpha} L_{+}(\alpha), \quad L_-(\alpha) = \sqrt{\alpha - i} L_{-}(\alpha), \quad (3.4)$$

$$L_{\pm}(\alpha) = \exp\left\{\pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln L_{\pm}(\alpha)}{\xi - \alpha} d\xi\right\}; \quad L_{\pm}(\alpha) = \frac{\alpha L(\alpha)}{\theta_0 \sqrt{\alpha^2 + 1}}, \quad (3.5)$$

$$L(\alpha) = \theta_0 i h \alpha + K(\alpha), \quad \theta_0 = \mu, b_0^2 - \frac{1}{1-\nu}. \quad (3.6)$$

Воспользовавшись асимптотическими свойствами преобразования Фурье [3], найдем, что

$$\frac{t_{22}(x,0)}{\mu} = -\frac{1}{1-\nu} \frac{b_0^2}{2} \frac{\sqrt{1-2\nu}}{\sqrt{1-(1-\nu)\mu b_0^2}} (-x)^{-1/2} \text{ при } x \rightarrow 0 \quad (3.7)$$

Коэффициент интенсивности магнитоупругих напряжений $K_{h1}^{(0)}$ из (3.1) примет вид

$$K_{h1}^{(0)} = -\frac{1}{1-\nu} \frac{b_0^2}{2} \frac{\sqrt{1-2\nu}}{\sqrt{1-(1-\nu)\mu b_0^2}}$$

Отметим, что ключевым моментом решения задачи для полубесконечной трещины являются факторизация функции (3.6). Однако, если в общем случае ядра $K_0(t)$ использовать интегральную формулу (3.5), то практически нахождение численных решений часто оказывается весьма затруднительным. Поэтому на практике пользуются также методом приближенной факторизации Койтера [3, 5].

Идея этого метода состоит в следующем. Функция $L(\alpha)$ заменяется приближенно равной ей $\bar{L}(\alpha)$ (численные значения этих функций на некоторой прямой $\text{Im } \alpha = c$, $-\infty < \text{Re } \alpha < \infty$ приближенно равны), которая легко факторизуется. Важно отметить, что нет необходимости в том, чтобы $L(\alpha)$ и $\bar{L}(\alpha)$ вели себя одинаковым образом в комплексной плоскости α . В [5] доказано, что если $L(\alpha)$ и $\bar{L}(\alpha)$ приближенно равны на некоторой линии, то окончательные решения будут тоже приближенно равны.

В качестве $\bar{L}(\alpha)$ возьмем следующую функцию:

$$L(\alpha) \equiv \bar{L}(\alpha) = \frac{a_0 \sqrt{\alpha^2 + a_1^2}}{\alpha}, \quad (3.9)$$

$$L_1(\alpha) \equiv \bar{L}_1(\alpha) = \frac{b_0 \sqrt{\alpha^2 + b_1^2}}{\alpha}.$$

где

$$a_0 = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} L(\alpha) = \theta_0; \quad a_1 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha L(\alpha) = -\frac{1}{a_0} \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \quad (3.10)$$

$$b_0 = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} L_1(\alpha) = -\frac{1}{1-\nu}; \quad b_1 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha L_1(\alpha) = \frac{2(1-\nu)^2}{1-2\nu}.$$

Решением уравнения (2.10), с учетом (3.9) будет

$$\hat{\phi}_+(\alpha) = G^+(\alpha) \frac{1}{L(0) \bar{L}_+(\alpha)}; \quad G^+(\alpha) = \frac{ib_0^2}{2\alpha} \quad (3.11)$$

где

$$\bar{L}_+(\alpha) = \frac{a_0 \sqrt{\alpha + ia_1}}{\alpha}; \quad \bar{L}_-(\alpha) = \sqrt{\alpha - ia_1} \quad \text{при } a_1 > 0, \quad (3.12)$$

$$\bar{L}_+(\alpha) = \frac{a_0 \sqrt{\alpha - ia_1}}{\alpha}; \quad \bar{L}_-(\alpha) = \sqrt{\alpha + ia_1} \quad \text{при } a_1 < 0.$$

Коэффициент интенсивности магнитоупругих напряжений (3.1), с учетом (3.9) и (2.13) запишется в виде

$$K_{h1}^{np} = K_{h1}^{00} \quad (3.13)$$

т. е. (3.13) и (3.8) в точности совпадают.

Отметим, что аналогичные задачи для магнитоупругого слоя решены в [6,7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Pao Y. - H., YEH C. - S., "A linear theory for soft ferromagnetic elastic solids". - Int. J. Eng. Sci., 1973, v. 11, № 4, pp. 415-436.
2. Бозорт Р. П. Ферромагнетизм. М.: Изд. иностр. лит., 1956. 784 с.
3. Б. Нобл. Метод Винера-Хопфа. М.: Изд. Иностран. лит., 1962. 279 с.
4. Александров В. М., Коваленко Е. В. Задачи механики сплошных сред со смешанными граничными условиями. - М.: Наука, 1986. 334 с.
5. Koiter W. T. "Approximate solution of Winer Hopf type integral equations with applications", part I-III, Konink. Ned. Akad. Wetenschap. Proc. B 57, 1954, pp. 558-579.
6. Shindo Y. The linear magnetoelastic problem of two compliant Griffith crack in a soft ferromagnetic elastic strip. J. Appl. Mech., ASME, 1982, v. 49., № 1, pp. 69-74.
7. Асаян Д. Д., Багдасарян Г. Е., Григорян Г. С. Напряженно-деформированное состояние магнитомягкого слоя с трещиной, обусловленное внешним магнитным полем. - IV Всесоюзный симпозиум "Теоретические вопросы магнитоупругости". Ереван. Издательство ЕрГУ, 1989, с. 16-19.

Институт механики НАН РА

Поступила в редакцию
2.05.1995