ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ АРМЕНИИ

Մեխանիկա 49, N 3, 1996 Механика

О ВОЛНАХ МОДУЛЯЦИИ АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Саркисян А. В.

Ա. Վ. Սարգսյան

Մագնիսական դաշտում գտնվող անիզոտրոպ գլանային թաղանթի մոդուլյացիոն ալիքների մասին

Դիտարկված են երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող ոչ գծային առաձգական օրթոտրոպ գլանային թաղանթում ալիքների տարածումը և նրանց կայունությունը: Թաղանթի նյութը օժտված է վերջավոր հաղորդականությամբ: Նման խնդիրներ դիտարկվել են [1,2] աշխատանքներում: [3]-ում ուսումնասիրվել են սալի ոչ գծային տատանումները:

A. V. Sarkisyan

On the modulative waves of anisotropic cylindrical shell which is situated in magnetic field

Изучается распространение волн и их устойчивость в нелинейно-упругой ортотропной цилиндрической оболочке, находящейся в продольном магнитном поле. Материал оболочки обладает конечной проводимостью. Подобные задачи для изотропной пластины рассматривались в работах [1,2]. В работе [3] были исследованы нелинейные колебания пластинки.

1. Рассматривается круговая цилиндрическая оболочка, находящаяся в постоянном внешнем магнитном поле, вектор напряженности которого параллелен образующим цилиндра $(H_0,0,0)$.

Предполагается, что оболочка ортотропная и нелинейная, где нелинейность описывается следующим образом [4]:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= B_{11}e_x + B_{12}e_\theta + B_{1111}e_x^3 + B_{1112}e_x^2 e_\theta + B_{1122}e_x e_\theta^2 + B_{1222}e_\theta^3 \\ \sigma_\theta &= B_{12}e_x + B_{22}e_\theta + B_{1222}e_x^3 + B_{1122}e_x^2 e_\theta + B_{1112}e_x e_\theta^2 + B_{2222}e_\theta^3\end{aligned} \tag{1.1}$$

Задача решается в классической постановке. Уравнения магнитоупругости оболочки имеют вид [5]:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{4\pi\sigma}{c}\left(\Psi+\frac{H_0}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{h_x^{*}-h_x}{h},\qquad \frac{\partial T_1}{\partial x}=0,$$
$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2}-\frac{T_2}{R}-\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{\sigma h}{c}H_0\left(\Psi+\frac{H_0}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)=0. \tag{1.2}$$

Вычисляя усилия и изгибающий момент из (1.1), далее переходя к перемещениям, при этом как основные, оставим нелинейные члены от прогиба(w), тогда, если решения полученной системы в виде бегущих волн [1.2] :

$$w=a\exp i(\omega t-kx),\quad f=f_0\exp i(\omega t-kx),\quad \Psi=\Psi_0\exp i(\omega t-kx) \tag{1.3}$$

то для изгибной частоты получим

$$\omega^2=a^2B+\frac{B_{11}h^2k^4}{12\rho}+\frac{1}{\rho R^2}\left(B_{22}-\frac{B_{12}^2}{B_{11}}\right)+\frac{H_0^2k}{2\pi\rho h}\left(1+\frac{ic^2k}{2\pi\sigma\omega h}\right) \tag{1.4}$$

где

$$B=\frac{1}{R^4\rho}\left[B_{2222}-\frac{B_{12}}{B_{11}}\left(B_{1112}-B_{1122}\frac{B_{12}}{B_{11}}+B_{1222}\frac{B_{12}^2}{B_{11}^2}\right)\right]+$$
$$+\frac{h^2k^4R^2}{12}\left[27B_{1111}\left(\frac{B_{12}^2}{B_{11}^2}+\frac{h^2k^4R^2}{20}\right)-\frac{B_{12}}{B_{11}}\left(18B_{1112}+3B_{1222}\right)+B_{1122}\right]$$

При получении (1.4) принято длинноволновое приближение($kh<1$) и, в соответствии с этим, для функции Бесселя использованы асимптотические выражения [5].

Дисперсионное уравнение (1.4) для малых амплитуд можно представить в виде :

$$\omega=\omega_0+a^2\left(\partial\omega/\partial a^2\right)_{a=0} \tag{1.5}$$

где комплексная линейная частота есть $\omega_0=\omega_{01}+i\omega_{02}$.

Тогда, в соответствии с (1.4) и (1.5) будем иметь:

$$\left(\omega_{01}\right)^2=\frac{B_{11}h^2k^4}{12\rho}+\frac{1}{\rho R^2}\left(B_{22}-\frac{B_{12}^2}{B_{11}}\right)+\frac{H_0^2k}{2\pi\rho h} \tag{1.6}$$

$$\omega_{02}=H_0^2c^2k^2/\left(4\pi^2\rho h^2\sigma\left(\omega_{01}\right)^2\right)$$

ω_{01} линейная частота, ω_{02} коэффициент затухания.

Для нелинейной части будем иметь:

$$\partial\omega/\partial a^2=D_1+iD_2 \tag{1.7}$$

где

$$D_1=B/(2\omega_{01}),\quad D_2=-B\omega_{02}/\left(2(\omega_{01})^2\right).$$

2. Модуляционную устойчивость будем изучать, как в [1,2]. Как известно, в недиссипативном случае (материал оболочки идеально проводящий $\sigma \to \infty$, $\omega_{e2} = 0$, $D_2 = 0$, и условие устойчивости волн модуляции имеет вид:

$$D_1 d^2 \omega_{01} / dm^2 > 0 \qquad (2.1)$$

где $m = kR$.

Из (1.6) получаем, что

$$d^2 \omega_{01} / dm^2 \gtrless 0 \qquad (2.2)$$

при

$$H_0^2 \gtrless 4\pi hkR^2 \rho \frac{B_{11} k^2 h^2}{3\rho R^2} + \sqrt{\frac{B_{11} h^2}{12\rho R^4}\left[19\frac{B_{11} h^2 k^4}{12\rho} + \frac{6}{\rho R^2}\left(B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}}\right)\right]} \qquad (2.3)$$

Что касается знака D_1, то в отличие от изотропного случая, когда для "жестких" материалов оно положительное, а для "мягких" отрицательное, то здесь, как видно из выражения В, в зависимости от геометрических и физических величин, оно может менять знак. Следовательно, в связи с этим, при рассмотрении одного и того же материала в зависимости от геометрических размеров может быть как устойчивость, так и неустойчивость. В случае, если имеется устойчивость недиссипативной задачи, то диссипативной задаче тем более будет устойчивость.

В случае же, если недиссипативная задача неустойчива, то есть

$$D_1 d^2 \omega_{01} / dm^2 < 0 \qquad (2.4)$$

то решение диссипативной задачи будет устойчиво, если

$$|\omega_{02}| > \sqrt{\left|D_1 \frac{d^2 \omega_{01}}{dm^2} R^2\right|} \qquad (2.5)$$

В нашем случае условие (2.5) будет соблюдаться, если напряженность магнитного поля удовлетворяет неравенству:

$$H_0^2 > \left(b + \sqrt{b^2 + 4ad}\right) / 2a$$

или

$$H_0^2 < \left(b - \sqrt{b^2 + 4ad}\right) / 2a$$

где

$$a = \frac{1}{4h^2 R^2 \rho^2 \pi^2}\left[B + \frac{c^4 k^4}{2h^2 \pi^2 \sigma^2}\right], \qquad b = \frac{2}{3}\frac{B_{11} hBk^4}{\pi \rho^2 R^2}$$

$$d = \frac{2}{3}\frac{B_{11} h^2 k^2 B}{\rho^2 R^2}\left[\frac{3}{R^2}\left(B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}}\right) + \frac{B_{11} h^2 k^2}{12}\right]$$

Таким образом, если диссипация такая, что условие (2.5) удовлетворяет ся, то, будучи неустойчивой, недиссипативная задача становится устойчивой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Багдоев А.Г., Мовсисян Л.А.* Нелинейные колебания пластин в продольном магнитном поле. Изв. АН Арм. ССР. Механика, 1982. т. 35, N 1, с. 16 22.
2. *Багдоев А.Г., Мовсисян Л.А.* О влиянии магнитного поля на волны модуляции в пластине и цилиндрической оболочке. Изв. АН Арм ССР. Механика, 1989, т. 42, N 2, с. 3 12.
3. *Ambartsumian S.A., Belubekian M.V., Minassian M.M.* On the Problem of Vibrations of Nonlinear Elastic Electroconductive Plates in Transverse and Longitudinal Magnetic Fields. Nonlinear Mechanics, 1984, V 10, N 2, pp. 141 149
4. *Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А.* Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига Зинатне, 1980. 572 с
5. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М. : Наука, 1977. 272 с

Ереванский Государственный Университет

Поступила в редакцию 19. 12. 1995