

НЕСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ОПОРНОГО ПОДШИПНИКА

Петросян Л.Г.

Լ.Գ.Պետրոսյան

Նեոարևելյան առանցքակալի երրորդինամիկական ընդթաղանթի  
որոշման ոչ սիմետրիկ մոդելի մասին

Տիճր ընդունելով ոչ սիմետրիկ լարման փենցարով անսկզբի կառուցվածքային մոտոցիկ հեղուկի շարժման կոմպարտմենտի համակարգը՝ սպասվում են բարակ շերտում հեղուկի կոսերս կիմնական հավասարումների մասնագլխազգված փենցը: Գերկում են գրանույին ներքաշվածք տենցուկ ներդրակով նեոարևելյան ստեռմային առանցքակալի կիմնական երրորդինամիկական ընթացակարգ:

L.G.Petrosian

Non-Symmetrical Model for Determining Hydrodynamic Characteristics of Bearing Journal

На основе системы уравнений движения вязкой несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений получена специализированная форма основных уравнений при течении жидкости в тонком слое. Найдены основные гидродинамические характеристики опорного подшипника скольжения с цилиндрической расточкой вкладыша.

1. Система уравнений движения вязкой несжимаемой структурной жидкости с несимметричным тензором напряжений имеет вид [1]

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + (v + v_r) \nabla^2 \vec{v} + 2v_r \nabla \times \vec{\omega} + \vec{f} \quad (1.2)$$

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 2v_r (\nabla \times \vec{v} - \vec{\omega}) + (c_0 + c_d - c_a) \nabla (\nabla \cdot \vec{\omega}) + (c_d + c_a) \nabla^2 \vec{\omega} + \vec{c} \quad (1.3)$$

Здесь  $\rho$  - массовая плотность жидкости,  $p$  - давление,  $I$  - скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы,  $\vec{v}$  - вектор скорости точки,  $\vec{\omega}$  - вектор, характеризующий среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума,  $V$  - кинематическая ньютоновская вязкость,  $V_r$  - кинематическая вращательная вязкость,  $c_0, c_d, c_a$  - коэффициенты моментной вязкости,  $d(\dots)/dt$  - полная производная по времени,  $\nabla$  - пространственный градиент,  $\vec{f}$  - вектор массовой силы,  $\vec{c}$  - вектор массового момента.

Рассматривая течение слоя жидкости между разделяемыми ею трущимися поверхностями, совместим плоскость  $xOz$  с поверхностью, развернутой на плоскость, или с касательной плоскостью к этой поверхности в какой-либо точке элемента трущейся пары, относительно которого будем рассматривать

движение другого элемента пары и движение слоя жидкости. Ось  $Oy$  совместим с нормалью к поверхности трущейся пары, с которой совмещаем плоскость  $xOz$ .

Так рассмотрим установившееся течение вязкой несимметричной жидкости в тонком слое между приблизительно параллельными поверхностями, радиусы кривизны которых достаточно велики по сравнению со средней толщиной  $\delta$ . При этом предполагается, что течение жидкости происходит в направлениях  $x$  и  $z$ , и что толщина  $\delta$  мала по сравнению с  $v/U$ , где  $U$  - характерная скорость течения. Ввиду малости  $\delta$  будем считать, что составляющая скорости  $V$  значительно меньше  $u$  и  $w$  ( $v \ll u$  и  $w$ ) и что, кроме того, вследствие прилипания жидкости к стенкам изменения  $u$  и  $w$ , как и составляющих  $\omega_x$  и  $\omega_z$ , в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$ , соответственно, происходит гораздо медленнее, чем в направлении оси  $Oy$ , а это означает: производная по  $y$  значительно больше, чем другие производные  $\partial/\partial y \gg \partial/\partial x$  и  $\partial/\partial z$ .

Имеем

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{\omega}) = \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right)$$

тогда другие компоненты значительно малы. Компонента  $\nabla \times \vec{v}$  на  $y$ , то есть  $\left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$ , а также  $\partial v/\partial x$  и  $\partial v/\partial z$  малы по сравнению с  $\partial u/\partial y$  и  $\partial w/\partial y$ .

Уравнение (1.3) в проекциях на декартовы оси координат не будет содержать соответствующего члена из выражения  $\nabla(\nabla \cdot \vec{\omega})$ , так как  $\nabla^2 \vec{\omega} \gg \nabla(\nabla \cdot \vec{\omega})$ .

Тогда, отбрасывая в уравнениях движения (1.2) и (1.3) малые по сравнению с другими, и пренебрегая, как обычно, массовыми силами и массовыми моментами, в проекциях на декартовы оси координат получим следующие приближенные уравнения течения вязкого несимметричного слоя:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = (v + v_r) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2v_r \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = (v + v_r) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2v_r \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \quad (1.5)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega_x - \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.6)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega_z + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.8)$$

Уравнения (1.4) - (1.8) совместно с уравнением неразрывности (1.1) являются дифференциальными уравнениями смазочного слоя структурной несимметричной жидкости.

2. Используя условие прилипания слоя жидкости к поверхностям, ограничивающим смазочный слой, граничные условия для скоростей  $u$  и  $w$ , а также угловых скоростей  $\omega_x$  и  $\omega_z$ , можно записать в виде

$$\text{при } y = 0 \quad u = 0, w = 0, \omega_x = 0, \omega_z = 0$$

$$\text{при } y = h \quad u = U, w = W, \omega_x = 0, \omega_z = 0 \quad (2.1)$$

где  $U$  и  $W$  - составляющие относительной скорости верхнего элемента трущейся пары в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$ ,  $h = \delta$ .

В уравнениях (1.4) - (1.8) можно провести интегрирование по переменной  $y$ . Тогда, используя граничные условия (2.1), из (1.4) - (1.8) получим

$$\omega_x = -\frac{1}{2\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} \left( \frac{\text{sh } ky}{\text{sh } kh} h - y \right) - \frac{1}{2} C_B \left( \text{ch } ky - \frac{\text{ch } kh - 1}{\text{sh } kh} \text{sh } ky - 1 \right) \quad (2.2)$$

$$\omega_z = \frac{1}{2\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{\text{sh } ky}{\text{sh } kh} h - y \right) - \frac{1}{2} C_A \left( \text{ch } ky - \frac{\text{ch } kh - 1}{\text{sh } kh} \text{sh } ky - 1 \right) \quad (2.3)$$

$$u = \frac{1}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{k} \frac{\text{ch } ky - 1}{\text{sh } kh} \right) + U - C_A \left\{ y - \frac{N^2}{k} \left[ \text{sh } ky - \frac{(\text{ch } ky - 1)(\text{ch } kh - 1)}{\text{sh } kh} \right] \right\} \quad (2.4)$$

$$w = \frac{1}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} \left( \frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{k} \frac{\text{ch } ky - 1}{\text{sh } kh} \right) + W - C_B \left\{ y - \frac{N^2}{k} \left[ \text{sh } ky - \frac{(\text{ch } ky - 1)(\text{ch } kh - 1)}{\text{sh } kh} \right] \right\} \quad (2.5)$$

где

$$N = \left( \frac{v_r}{v + v_r} \right)^{1/2}, \quad C_A = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{U}{\frac{h}{2} - \frac{N^2}{k} \text{th } \frac{kh}{2}} \right), \quad k = \frac{N}{l} \quad (2.6)$$

$$l = \left( \frac{c_n + c_d}{4\nu} \right)^{1/2}, \quad C_B = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{W}{\frac{h}{2} - \frac{N^2}{k} \text{th } \frac{kh}{2}} \right)$$

Обозначив скорость сближения граничных поверхностей вдоль  $Oy$  через  $V$ , интегрируя по  $y$  уравнение неразрывности в пределах толщины слоя  $h$ , получим

$$V = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy - \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy \quad (2.7)$$

В уравнении (2.7) интегралы из себя представляют расход смазки в данном поперечном сечении слоя соответственно в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$  и, согласно (2.4) и (2.5), равны

$$\begin{aligned} \int_0^h u dy &= -\frac{h^3}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} f(N, l, h) + \frac{1}{2} Uh \\ \int_0^h w dy &= -\frac{h^3}{\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial z} f(N, l, h) + \frac{1}{2} Wh \end{aligned} \quad (2.8)$$

где

$$f(N, l, h) = \left[ \frac{1}{12} + \frac{l^2}{h^2} - \frac{Nl}{2h} \operatorname{cth} \frac{kh}{2} \right] \quad (2.9)$$

Подставляя (2.8) в уравнение (2.7), будем иметь:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ h^3 f(N, l, h) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ h^3 f(N, l, h) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \rho\nu V + \frac{\rho\nu}{2} \frac{\partial}{\partial x} (Uh) + \frac{\rho\nu}{2} \frac{\partial}{\partial z} (Wh) \quad (2.10)$$

Уравнение (2.10) является обобщением известного уравнения Рейнольдса для давлений на случай движения вязкой несжимаемой жидкости с несимметричным тензором напряжений.

Это уравнение является фундаментальным в гидродинамической теории смазки несимметричных жидкостей.

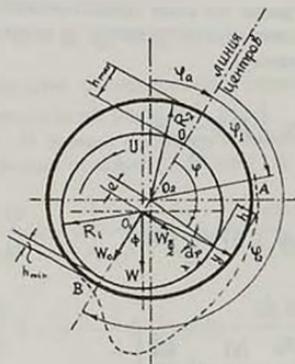
3. Найдем решение задачи расчета гидродинамических характеристик опорного подшипника с цилиндрической расточкой вкладыша.

Как показывают опыты с подшипником скольжения, когда на цапфу действует нагрузка, то по отношению к подшипнику цапфы располагаются эксцентрически, причем центры их смещаются относительно центра подшипника вниз и в сторону вращения, как это схематично показано на фиг. 1, и между рабочими поверхностями шейки и вкладыша подшипника, ниже линии центров  $O_1O_2$  образуется клинообразный сужающийся в направлении движения слой смазки. По длине этого слоя гидродинамическое давление в слое смазки постоянно увеличивается по направлению течения, а затем, достигнув максимума, падает до своей первоначальной величины в сечении, расположенном несколько далее наиболее узкого сечения слоя смазки. Об этом свидетельствуют также измерения распределения давления масла по окружности шейки, полученные Тихвинским и Свифтом при испытаниях опорных подшипников турбин при различных нагрузках [2].

Имеем цилиндрический подшипник при эксцентрическом расположении шипа. Полагаем, что смазочное вещество заполняет все пространство между

шипом и подшипником. Движение смазки в смазочном слое будем считать плоским. Практически это означает, что при расчете не принимается во внимание то, что длина шипа, охваченного подшипником, конечна (отношение длины шейки на толщину слоя  $l_{ш} / c \approx 10^3$  [3]).

Обозначим радиус шипа  $R_1$ , радиус подшипника  $R_2$ , а переменную толщину слоя смазки между ними  $h$  (фиг. 1).



Фиг. 1.

Пусть шип вращается равномерно по часовой стрелке и пусть линейная скорость на поверхности шипа равна  $U$ . Эксцентриситет  $e = (1, 0_2)$  принимается очень малым по сравнению с радиусами окружностей  $R_1$  и  $R_2$ ,  $R_2 > R_1$ ,  $e \ll R_1, R_2$ .

Положение жидкой частицы в смазочном слое определяется криволинейными координатами  $X$  и  $y$ , где  $X$  измеряется вдоль дуги окружности радиуса  $R_1$ , а  $y$  отсчитывается от точки поверхности шипа по направлению нормали к окружности. При этом точка  $O$  - неподвижная точка, взятая в том месте, где расстояние между шипом и подшипником является наибольшим. Введем центральный угол  $\varphi$ , отсчитываемый от  $OO_1$  в направлении вращения шипа, тогда  $x = R_1 \varphi$ .

Примем, что толщина слоя смазки  $h$  столь мала по сравнению с радиусом шипа  $R_1$ , что кривизной координатных линий можно пренебречь и считать для течения в смазочном слое справедливым уравнение Рейнольдса для давлений (2.10). Решение задачи для полного подшипника в этом приближении в случае классической ньютоновской жидкости было дано Зоммерфельдом [4]. Несимметричная модель гидродинамической теории цилиндрического полного подшипника рассмотрена в работе [5]. В [6] рассмотрено течение микрополярной жидкости в половинном подшипнике.

В теории смазки радиальных подшипников скольжения принято описать толщину смазочного слоя уравнением

$$h(\varphi) = c(1 + \varepsilon \cos \varphi) \quad (3.1)$$

Здесь  $c$  - радиальный зазор,  $\varepsilon = e/c$ .

По величине  $\varepsilon$  определяют минимальный зазор между цапфой и подшипником  $h_{\min} = c(1 - \varepsilon)$ . По условию обеспечения жидкостного трения в двигателе любых размеров значение  $h_{\min}$  должно быть больше линейной шероховатости [3]. Так, шатунный подшипник четырехтактного двигателя ГАЗ-21 автомобиля "Волга" имеет  $h_{\min} = 8 \cdot 10^{-6}$  м [3] (для воды при радиусе капилляра  $r_0 \leq 10^{-6}$  м течение не описывается формулой Гагена-Пуазейля, причем с уменьшением радиуса капилляра отклонение от него сильно возрастает).

Для определения поля давления в смазочном слое применим модифицированное уравнение Рейнольдса для давлений (2.10), которое в случае стационарного плоского движения вязкой несжимаемой жидкости и скольжения трущихся пар в направлении одной координаты имеет вид (здесь и далее индекс 1 у  $R$  опущен)

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} f(N, l, h) \right] = \frac{\rho v}{2} UR \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (3.2)$$

Интегрируя (3.2), получим

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{UR\eta}{h^3 f(N, l, h)} (h - h_1), \quad \eta = \rho v \quad (3.3)$$

где  $h_1$  - постоянная интегрирования, определяющая одновременно точки экстремума давления.

Для нахождения постоянной интегрирования необходимо знать расположение смазочного слоя и протяженность участка смазки (область положительных давлений).

Несмотря на наличие большого числа исследований, посвященных решению уравнения Рейнольдса для давления, вопрос о границах протяженности и размещения смазочного слоя в опорном подшипнике остается дискуссионным. Протяженность участка смазки зависит от количества смазки, подаваемой в зазор при заданном расположении шипа в подшипнике и заданных величинах относительно зазора и относительной длины подшипника (вкладыша).

На расположение смазочного слоя и его начало очень большое влияние оказывают такие конструктивные особенности вкладыша, как размещение смазочных канавок, карманов, отверстий и т.п.

Предположение о начале смазочного слоя на кромке нагруженной части вкладыша или в наиболее широком месте зазора, практически имеющих место величины относительно зазора  $\psi = c/R$ , хорошо отвечает опыту, сообщая чему и выбирают угол  $\varphi_1$  начала несущей части слоя. Смещение начала смазочного слоя в сторону некоторого увеличения угла  $\varphi_1$  в очень небольшой степени будет влиять на величину давлений в первой половине области положительных давлений.

Многие исследователи используют граничные условия, основанные на предположении, что давление масла в месте минимального зазора равно нулю. Так, А. Стодола, Л. Гюмбель, М.И. Яновский, А.К. Дьячков и др. предполагают, что эта гипотеза верна [8]. В 1957 и 1963 г.г. Н.Типей и А.Ника провели дополнительные опыты. По их мнению, наилучшее совпадение результатов расчета с опытом получается в том случае, когда предполагают, что масляной слой обрывается в месте минимальной толщины пленки  $\varphi_2 = \pi$  [9].

По данным опыта с цилиндрическими подшипниками  $\varphi_1 = \pi/3$ - угол наклона радиальной плоскости, проведенный через начало несущего слоя к линии центров, а  $\varphi_2 = \pi$ - угол наклона радиальной плоскости, проведенный через конец несущего слоя к линии центров [3].

Тогда, граничные условия для  $p$  будут иметь вид

$$p = 0 \text{ при } \varphi_1 = \pi/3 \text{ и } \varphi_2 = \pi \quad (3.4)$$

Интегрируя (3.3) по  $\varphi$ , в пределах от  $\varphi_1$  до  $\varphi_2$ , будем иметь для гидродинамического давления

$$p(\varphi) = \int_{\varphi_1=\pi/3}^{\varphi} dp = \frac{1}{2} \eta UR f_1(\varphi) - \eta R Q f_2(\varphi) \quad (3.5)$$

где

$$f_1(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^2 f(N, l, h)}, \quad f_2(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{d\varphi}{h^3 f(N, l, h)}, \quad Q = \frac{U h_1}{2} = \frac{f_1(\pi)}{f_2(\pi)} \quad (3.6)$$

Связь с секундным расходом жидкости  $Q$ , через любое сечение зазора подшипника, с постоянным  $h_1$  можно находить, сравнивая уравнение (3.3) с первым уравнением (2.8).

Для безразмерного давления в зазоре имеем

$$P(\varphi) = \frac{1}{2} F_1(\varphi) - Q' F_2(\varphi) \quad (3.7)$$

где

$$P = \frac{p(\varphi) c^2}{UR \eta}, \quad F_1(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{\alpha \varphi}{H^2 f(N, L, H)}, \quad F_2(\varphi) = \int_{\pi/3}^{\varphi} \frac{\alpha \varphi}{H^3 f(N, L, H)}$$

$$f(N, L, H) = \frac{1}{12} + \frac{1}{(LH)^2} - \frac{N}{2LH} \operatorname{cth} \frac{NLH}{2},$$

$$H = \frac{h}{c}, \quad L = \frac{c}{l}, \quad Q' = \frac{QU}{c} = \frac{F_1(\pi)}{2F_2(\pi)}$$

4. Найдем результирующую всех сил давления и трения - главный вектор реакции жидкости, действующий на шип. Будем считать, что в подшипнике отсутствует торцевое течение. Так как величины  $c$  и  $h$  считаются малой по сравнению с  $R$ , то при вычислении результирующей силами трения, имеющей порядок  $1/c$  по сравнению с силами давления, порядок которых равен  $1/c^2$ , можно пренебречь [10, 11].

При постоянной по величине и направлению приложенной к шипу внешней силы,  $\bar{W}$  - несущая способность смазочного слоя - равна этой силе.

Отнеся главный вектор  $\bar{W}$  к единице длины вдоль оси подшипника, будем иметь

$$W_{\pi/2} = W \sin \Phi = R \int_{\pi/3}^{\pi} p \sin \varphi d\varphi \quad (4.1)$$

для нормальной к линии центров нагрузки  $W_{\pi/2}$  и

$$W_0 = W \cos \Phi = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p \cos \varphi d\varphi \quad (4.2)$$

- для компонента нагрузки  $W_0$ , действующей вдоль линии центров. Здесь  $\Phi$  - фазовый угол между линией действия нагрузки и линией центров.

Интеграл (4.1) проще всего вычислить по частям, найдем

$$W_{\pi/2} = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p d(\cos \varphi) = R \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \cos \varphi d\varphi$$

Подставляя сюда  $\partial p / \partial \varphi$  из (3.3), с учетом (3.6), получим в безразмерной форме

$$W_{\pi/2}^* = \frac{W_{\pi/2} c^2}{\eta R^2 U} = \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)} \quad (4.3)$$

Аналогично вычислим интеграл (4.2), найдем

$$W_0 = -R \int_{\pi/3}^{\pi} p d(\cos \varphi) = R \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \sin \varphi d\varphi$$

Сюда, подставляя  $\partial p / \partial \varphi$  из (3.3), с учетом (3.6), получим в безразмерной форме

$$W_0^* = \frac{W_0 c^2}{\eta R^2 U} = \frac{1}{2} \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)} \quad (4.4)$$

Для несущей способности подшипника имеем

$$W^* = (W_0^{*2} + W_{\pi/2}^{*2})^{1/2} \quad (4.5)$$

5. Определим коэффициент нагруженности цилиндрического радиального подшипника. При выводе дифференциальных уравнений для смазочного слоя при его малой толщине упрощения свелись к тому, что из уравнений движения выпали отдельные (второстепенные) слагаемые, обусловленные вязкостью, и слагаемые всех квадратичных членов инерции - движение смазки оказалось независимым от числа Рейнольдса [1, 12, 13].

Так как силы инерции входят лишь в число Рейнольдса и Эйлера, представляющий отношение сил давления к силам инерции, поэтому, чтобы зависимость между динамическими критериями подобия не зависела от сил инерции, число  $Re$  и  $Eu$  должны комбинироваться так, чтобы силы инерции при этом исключились. Такими единственными комбинациями являются произведения  $Re \cdot Eu$  и  $Re \cdot Eu \tau$ , которые дают новые критерии, представляющие собой отношение нормальных и касательных усилий в смазочном слое к силам вязкости соответственно. Эти новые критерии являются числами Лаг-

ранжа [14] для нормальных и касательных усилий. Число Лагранжа  $Eu \cdot Re = Gc\psi / 2l_{вк} \cdot R\eta U$ , отвечающее среднему нормальному давлению, называется коэффициентом грузоподъемности или нагруженности  $\zeta$  [3,8]. Поскольку  $U = \Omega R$ , где  $\Omega$ - угловая скорость вращения шипа, то

$$\zeta = \frac{G}{l_{вк}} \frac{\psi^2}{d \eta \Omega} \quad (5.1)$$

Здесь  $d = 2R$  - диаметр шейки вала,  $G$ - внешняя нагрузка.

Из (4.5) и (5.1), получим

$$W^* = 2\zeta \quad (5.2)$$

6. Найдем геометрическое место линии центров  $\alpha$ -градусного радиально-го подшипника (подшипники, вкладыши которых имеют сбоку масляные карманы, уменьшающие дугу охвата шипа до  $\alpha < 180^\circ$ , называются  $\alpha$ -градусными центрально-нагруженными [8]). Так как расположение границы смазочного слоя, то есть угол  $\varphi_1$ - наклон радиальной плоскости, проведенный через начало несущего слоя, также угол  $\varphi_2$ - наклон радиальной плоскости, проведенный через конец несущего слоя, измеряются от места максимальной толщины смазочной пленки, то есть от линии смещения центров цапфы и подшипника, то становится понятным важность вопроса об определении геометрического места линии центров: угол  $\varphi_a$ - наклон линии центров к линии действия вектора внешней нагрузки.

Угол  $\varphi_a$ , который численно равен  $\Phi$  - фазовому углу, найдется из формулы (4.3) и (4.4), тогда

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{W_{\pi/2}^*}{W_0^*} = \frac{\frac{1}{2} \int_{-\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{-\pi/3}^{\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}}{\frac{1}{2} \int_{-\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^2 f(N, L, H)} - Q^* \int_{-\pi/3}^{\pi} \frac{\sin \varphi d\varphi}{H^3 f(N, L, H)}} \quad (6.1)$$

7. Структурная несимметричная жидкость характеризуется двумя безразмерными параметрами.

Параметр связи  $N$ , определенный формулой

$$N = \left( \frac{v_r}{v + v_r} \right)^{1/2}$$

характеризует связь уравнений поступательного и вращательного движения. Когда  $v_r \rightarrow 0$ , то получаем  $N \rightarrow 0$ , эти уравнения разделяются и уравнение поступательного движения сводится к классическому уравнению Навье-Стокса.

Второй важный безразмерный параметр  $L$  представляет собой отношение зазора между шипом и подшипником  $c$  к характерной материальной длине вещества  $l$ , то есть

$$L = \frac{c}{l}, \quad l = \left( \frac{c_a + c_d}{4\nu} \right)^{1/2}$$

Это число характеризует взаимосвязь между геометрией системы и свойствами жидкости.

Параметр  $l$  имеет размерность длины и может быть отождествлен с некоторой характеристикой вещества, зависящей от размера молекул или зерен, введенных в смазку присадки, для улучшения условия работы подшипников. Нужно полагать, что эффекты несимметричности жидкости будут значительными, когда  $l$  велико, либо маломинимальная толщина слоя смазки. Если последняя считается малой, то чем больше  $l$ , тем ярче будут выражены эффекты несимметричности жидкости.

Выражения для давления (3.7) и несущей способности (4.5) сводятся к классическому решению при  $N \rightarrow 0$  или  $L \rightarrow \infty$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} P = P_{\text{кл}}, \quad \lim_{L \rightarrow \infty} W^* = W_{\text{кл}}^*$$

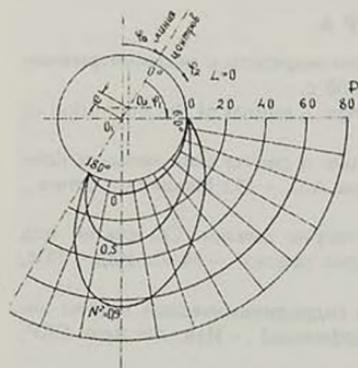
или

$$\lim_{N \rightarrow 0} P = P_{\text{кл}}, \quad \lim_{N \rightarrow 0} W^* = W_{\text{кл}}^*$$

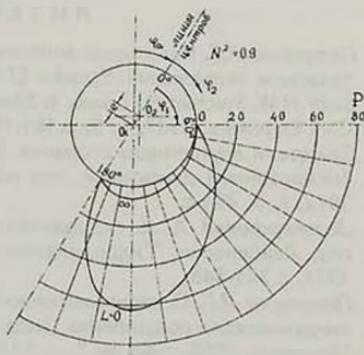
В третьем предельном случае  $L \rightarrow 0$  классическое решение умножается на  $1/(1-N^2)$ .

$$\lim_{L \rightarrow 0} P = P_{\text{кл}} \frac{1}{(1-N^2)}, \quad \lim_{L \rightarrow 0} W^* = W_{\text{кл}}^* \frac{1}{(1-N^2)}$$

На фиг. 2 показаны графики зависимости безразмерного давления от угла  $\varphi$  при различных значениях  $N^2$  и  $L=0$ , а на фиг.3 показаны графики зависимости безразмерного давления от угла  $\varphi$  при различных значениях параметра  $L$  и  $N^2=0,9$ . Графики показывают, что снижение  $L$  соответствует возрастанию давления. Предельные случаи  $L \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$  дают верхнюю и нижнюю границы гидродинамического давления. Во всех случаях давление оказалось больше рассчитанной по теории ньютоновской жидкости.



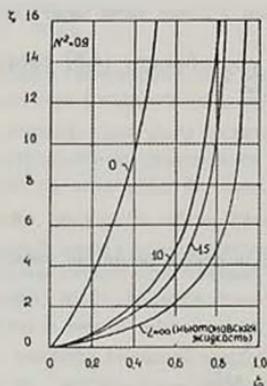
Фиг. 2.



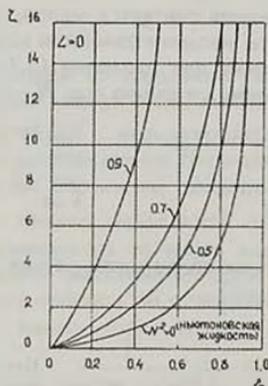
Фиг.3.

На фиг.4 и 5 показаны графики зависимости коэффициента нагруженности цилиндрического радиального подшипника в зависимости от эксцентриситета  $\varepsilon$  при различных значениях параметра  $L$  и  $N$ . Предельные случаи  $L \rightarrow 0$  и  $L \rightarrow \infty$  дают, соответственно, верхнюю и нижнюю границу коэффициента грузоподъемности подшипника. Во всех случаях коэффициент грузоподъемности оказался больше рассчитанной по теории Навье-Стокса.

Фиг. 4 и 5 свидетельствуют о благоприятном влиянии использования приладок для улучшения условий работы подшипников, в частности, для повышения несущей способности.



Фиг.4.



Фиг.5.

Для выявления влияния учета микроструктуры жидкости на величину  $\Phi_a$  был произведен численный эксперимент исследований формулы (6.1) при различных значениях параметра связи  $N$  и параметра взаимности между геометрией и свойствами жидкости  $L$ . Результаты численного эксперимента показывают, что учет микроструктуры жидкости мало влияет на геометрическое расположение линии центров на величину  $\Phi_a$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л.Г. Некоторые вопросы механики жидкости с несимметричным тензором напряжений.-Ереван: ЕГУ, 1984. 308 с.
2. Swift H.W. Fluctuating Loads in Sleeve Bearings. - Journal of the Institution of Civil Engineers, 1937, v. 5, p.161-195.
3. Двигатели внутреннего сгорания. Конструкция и расчет поршневых и комбинированных двигателей, под ред. Орлина А.С. - М.: Машиностроение, 1972, т. 3, 464 с.
4. Зоммерфельд А. К. гидродинамической теории смазки. Сб. статей под ред. Лейбензона. "Гидродинамическая теория смазки". - М.-Л.: Изд. ГТТИ, 1934, с.361-448.
5. Петросян Л.Г. О несимметричной модели гидродинамической теории цилиндрического подшипника (задача Зоммерфельда). - Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1989, т.42, № 3, с. 54-64.
6. Prakach J., Sinha P. Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing. - Int. J. Engng. Sci., 1975, vol.13, № 3, p.217-232.

7. *Петросян Л.Г.* К вопросу о масштабном эффекте в асимметричной гидромеханике. Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1984, т. 37, № 3, с. 35-41.
8. *Коровчинский М.В.* Теоретические основы работы подшипников скольжения. - М.: Машгиз, 1959, 403 с.
9. *Токарь И.Я.* Проектирование и расчет опор трения. - М.: Машиностроение, 1971, 196 с.
10. *Тарг С.М.* Основные задачи теории ламинарных течений. - М.-Л.: ГИТТЛ, 1951, 420 с.
11. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. -М.: Наука, 1978. 736 с
12. *Петросян Л.Г.* Элементарная гидродинамическая аналогия прокатки (моментная теория) . - Проблема машиностроения, 1981, вып. 13, с. 38-42.
13. *Петросян Л.Г.* Моментная гидродинамическая теория прокатки. -Прикладная механика, 1982, т.18, № 4, с. 116-121.
14. *Гухман А.А.* Физические основы теплопередачи. - М.-Л.: Энергоиздат, 1934, т.1, 314 с.

Ереванский Государственный Университет

Поступила в редакцию  
30.06.1993