ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СОСТАВНОЙ
ПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ ТРЕЩИНОЙ

Акопян В. Н.

Վ. Ն. Ասկոբյան

Ծանոթ բուլացված բազազրյալ հարթության համար մի խառը խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է երկու տարբեր կիսահարթություններից կազմված եւ նրանց միացման գծի վրա ճաք պարունակող բազազրյալ հարթության համար մի խառը եզրային խնդիր. երբ ճաքի մի ափին փրված են լարումները, իսկ մյուս ափին՝ փեղափոխությունները:

Ստացված են խնդրի որոշիչ հավասարումները, երկրորդ պեռի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների փեքցով. եւ կառուցված են նրանց փակ լուծումները:

V.N.Hakopian

On One Mixed Problem for Composite Plate, Weakened by a Crack

Рассматривается задача о напряженном состоянии составной упругой плоскости, ослабленной трещиной, на одном берегу которой заданы компоненты напряжения, а на другом - компоненты перемещения.

Выведена разрешающая система уравнений, описывающая поставленную задачу, в виде системы двух сингулярных интегральных уравнений второго рода и построено ее замкнутое решение.

Много работ посвящено исследованию напряженно-деформированного состояния упругого тела, когда на него одновременно действуют концентраторы напряжения различного рода. Из этих работ наиболее тесно связаны с нижеизложенной задачей [1-6]. Особо отметим работу Д.И.Шермана [1], в которой построено замкнутое решение задачи для однородной плоскости с трещинами, один берег которых жестко зашпелен, а также работу Г.П.Черепанова [2], где построено замкнутое решение той же задачи, когда на произвольных участках обоих берегов трещины заданы перемещения или напряжения.

1. Пусть упругая составная плоскость, состоящая из двух полуплоскостей с различными модулями сдвигов μ_1, μ_2 и коэффициентами Пуассона ν_1, ν_2 на линии стыка полуплоскостей ослаблена трещиной (щелью) длины $2a$, на верхнем берегу которой заданы компоненты напряжения $\sigma_1(x) - i\tau_1(x)$, а на нижнем берегу заданы компоненты перемещения $u_2(x) + i\nu_2(x)$ и главный вектор действующих там напряжений $\sigma_2 - i\tau_2$.

Если все величины, описывающие напряженное состояние верхней и нижней полуплоскостей, снабдить верхними индексами 1 и 2, то поставленную задачу математически можно сформулировать в виде следующей граничной

задачи:

$$\begin{aligned}
 \sigma_y^{(1)}(x,0) - i\tau_{xy}^{(1)}(x,0) &= \sigma_y^{(2)}(x,0) - i\tau_{xy}^{(2)}(x,0) \\
 u^{(1)}(x,0) + i v^{(1)}(x,0) &= u^{(2)}(x,0) + i v^{(2)}(x,0) \quad |x| > a \\
 \sigma_y^{(1)}(x,0) - i\tau_{xy}^{(1)}(x,0) &= \sigma_1(x) - i\tau_1(x) \\
 u^{(2)}(x,0) + i v^{(2)}(x,0) &= u_2(x) + i v_2(x) \quad |x| < a
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

для компонентов перемещений $u^{(j)}, v^{(j)} (j=1,2)$, удовлетворяющих уравнениям Ламэ в соответствующих полуплоскостях, и компонентов напряжений $\sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)} (j=1,2)$, связанных с перемещениями, известными соотношениями [7].

Чтобы построить решение этой, смешанной граничной задачи, решения уравнений Ламэ для верхней и нижней полуплоскостей представим в виде:

$$\begin{aligned}
 u^{(j)}(x,y) + i v^{(j)}(x,y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[B_j(\lambda) + \frac{\alpha_j y (-1)^j |\lambda| - 1}{2 + \alpha_j} \bar{B}_j(\lambda) \right] \times \\
 &\times e^{-\alpha_j x + (-1)^j |\lambda| y} d\lambda \quad (j=1,2)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

где $B_j(\lambda)$ - неизвестные коэффициенты, подлежащие определению, а $\alpha_j = 1/(1-2\nu_j)$ ($j=1,2$).

Введем функции $\chi(x)$ и $W(x)$ по формулам

$$\begin{aligned}
 \left[\sigma_y^{(1)}(x,0) - i\tau_{xy}^{(1)}(x,0) \right] - \left[\sigma_y^{(2)}(x,0) - i\tau_{xy}^{(2)}(x,0) \right] &= \chi(x) \\
 \left[u^{(1)}(x,0) + i v^{(1)}(x,0) \right] - \left[u^{(2)}(x,0) + i v^{(2)}(x,0) \right] &= W(x) / \mathcal{Q}_2^2 \quad |x| < a
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Тогда, используя связь между компонентами перемещений и напряжений и удовлетворяя условиям (1.1), после несложных преобразований для определения функций $\chi(x)$ и $W(x)$ получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений второго рода:

$$\begin{aligned}
 W'(x) + \frac{ia_1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{W'(s)}{s-x} ds + \frac{ia_2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\chi(s)}{s-x} ds &= F_1(x) \\
 \chi(x) - \frac{ib_1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{W'(s)}{s-x} ds + \frac{ib_2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\chi(s)}{s-x} ds &= F_2(x) \quad |x| < a
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

При этом решения этой системы должна удовлетворять условиям равновесия и ограниченности скачка перемещений в точках $\pm a$, т.е. условиям

$$\int_{-a}^a \chi(x) dx = T_0; \quad W(\pm a) = 0$$

$$\alpha(x) - i\tau(x) = \frac{iT_0}{\pi\Delta(\lambda_1 - \lambda_2)(a-x)} \left[A \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma_1} - D \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma_2} \right] \quad (|x| > a) \quad (1.5)$$

Здесь введены обозначения

$$F_1(x) = \frac{\vartheta_2^2}{9} \left[(\vartheta_1^1 - \vartheta_1^2)(\sigma_1(x) - i\tau_1(x)) - (\vartheta_2^1(\vartheta_2^1 + \vartheta_2^2) - \vartheta_1^1(\vartheta_1^1 - \vartheta_1^2))(u_2(x) + i v_2(x)) \right]$$

$$F_2(x) = \frac{2}{9} \left[(\vartheta_2^1(\vartheta_2^1 + \vartheta_2^2) - \vartheta_1^1(\vartheta_1^1 - \vartheta_1^2)) \frac{\sigma_1(x) - i\tau_1(x)}{2} + (\vartheta_1^2((\vartheta_2^1)^2 - (\vartheta_1^1)^2) - \right. \\ \left. - \vartheta_1^1((\vartheta_2^2)^2 - (\vartheta_1^2)^2)) \cdot (u_2(x) + i v_2(x)) \right]$$

$$a_1 = \frac{\vartheta_2^1 \cdot \vartheta_1^2}{9}; \quad a_2 = \frac{\vartheta_2^1 \cdot \vartheta_2^2}{29}; \quad b_1 = \frac{2[(\vartheta_2^1)^2 - (\vartheta_1^1)^2]}{9}; \quad b_2 = \frac{\vartheta_2^2 \cdot \vartheta_1^1}{9}$$

$$\vartheta = (\vartheta_2^1)^2 - (\vartheta_1^1)^2 + \vartheta_1^1 \vartheta_1^2; \quad T_0 = \int_{-a}^a [\sigma_1(x) - i\tau_1(x)] dx - (\sigma_2 - i\tau_2)$$

$$\vartheta_1^j = \frac{\mu_j}{2 + \alpha_j}; \quad \vartheta_2^j = \frac{(1 + \alpha_j)\mu_j}{2 + \alpha_j} \quad (j = 1, 2)$$

После решения системы (1.4) контактные напряжения вне трещины можно определить по формуле

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = \frac{i}{\pi\Delta} \left\{ c_1 \int_{-a}^a \frac{W'(s) ds}{s-x} + c_2 \int_{-a}^a \frac{\chi(s) ds}{s-x} \right\} \quad (|x| > a) \quad (1.6)$$

где

$$c_1 = -\left\{ \vartheta_2^2[(\vartheta_2^1)^2 - (\vartheta_1^1)^2] + \vartheta_2^1[(\vartheta_2^2)^2 - (\vartheta_1^2)^2] \right\}$$

$$c_2 = \vartheta_1^1(\vartheta_2^1 + \vartheta_2^2) - \vartheta_2^1(\vartheta_1^1 - \vartheta_1^2); \quad \Delta = (\vartheta_2^1 + \vartheta_2^2)^2 - (\vartheta_1^1 - \vartheta_1^2)^2$$

2. Приступим к решению системы сингулярных интегральных уравнений (1.4) при условиях (1.5). С этой целью, следуя работам [8,9], умножим первое уравнение (1.4) на $\lambda \neq 0$ и просуммируем со вторым. Получим

$$\chi(x) + \lambda W'(x) + \frac{\lambda a_2 + b_2}{\pi} i \int_{-a}^a \frac{\left[\chi(s) + \frac{\lambda a_1 - b_1}{\lambda a_2 + b_2} W'(s) \right]}{s-x} ds = \lambda \cdot F_1(x) + F_2(x) \quad (2.1)$$

Далее, потребуем, чтобы имело место равенство

$$\frac{\lambda a_1 - b_1}{\lambda a_2 + b_2} = \lambda$$

то есть чтобы λ был корнем квадратного уравнения

$$a_2 \lambda^2 - (a_1 - b_2) \lambda + b_1 = 0 \quad (2.2)$$

дискриминант которого можно представить в виде:

$$D = \frac{4\mu \left[\mu(v_1 - v_2)^2 - 4(1 - v_1)(1 - v_2)(3 - 4v_2) \right]}{\left[\mu(1 - 2v_1)(1 - 2v_2) + 2(1 - 2v_2) \right]^2}, \quad (\mu = \mu_2 / \mu_1)$$

Отсюда ясно, что при $\mu = 4(1 - v_1)(1 - v_2)(3 - 4v_2) / (v_1 - v_2)^2$ уравнение (2.2) имеет действительный двукратный корень, в остальных же случаях оно имеет или два различных действительных или комплексно-сопряженные корни. В табл. 1, для различных значений коэффициентов Пуассона, приведены некоторые численные значения параметра μ , при котором $D = 0$.

Таблица 1

$v_1 \backslash v_2$	0,1	0,2	0,3	0,4
0,1		633,6	113,4	33,6
0,2	748,8		403,2	67,2
0,3	163,8	492,8		233,2
0,4	62,4	105,6	302,4	

Рассмотрим эти два возможных случая:

а) Пусть уравнение (2.2) имеет два различных корня

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_1 - b_2 \pm \sqrt{(a_1 - b_2)^2 - 4a_2 b_1}}{2a_2}$$

Тогда, приняв в (2.1) поочередно $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_2$, приходим к следующим двум независимым друг от друга сингулярным интегральным уравнениям второго рода

$$\varphi_j(x) + \frac{i q_j}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\varphi_j(s)}{s - x} ds = Q_j(x) \quad (2.3)$$

$$(-a < x < a; \quad j=1,2)$$

где

$$\varphi_j(x) = \chi(x) + \lambda_j W'(x); \quad Q_j(x) = F_2(x) + \lambda_j F_1(x)$$

$$q_j = \frac{a_1 + b_2 - (-1)^j \sqrt{(a_1 - b_2)^2 - 4b_1 a_2}}{2}; \quad (j=1,2)$$

Решения уравнений (2.3) даются формулами [7]

$$\varphi_j(x) = \frac{1}{1 - q_j^2} \left\{ Q_j(x) + \frac{q_j \omega_j(x)}{\pi i} \int_{-a}^a \frac{Q_j(s) ds}{\omega_j(s)(s-x)} + d_j \omega_j(x) \right\} \quad (2.4)$$

$$(-a < x < a; \quad j=1,2)$$

Здесь

$$\omega_j(x) = (x+a)^{-\gamma_j} (a-x)^{\gamma_j-1}; \quad \gamma_j = \frac{1}{2\pi i} \ln |g_j| + \frac{\vartheta_j}{2\pi}$$

$$g_j = \frac{1+q_j}{1-q_j}; \quad 0 < \vartheta_j = \arg(g_j) < 2\pi,$$

а d_j ($j=1,2$) - постоянные, подлежащие определению. Отметим, что при действительных корнях уравнения (2.2) легко доказать отрицательность g_j

($j=1,2$), вследствие чего $\gamma_j = \pi$ ($j=1,2$) и $\gamma_j = \frac{1}{2} - i\beta_j$, $\beta_j = \frac{1}{2\pi} \ln |g_j|$.

При комплексных же корнях уравнения (2.2) $\vartheta_1 = \overline{\vartheta_2}$, $\vartheta_2 = 2\pi - \vartheta_1$, от-

куда $\gamma_1 = \alpha - i\beta$, $\gamma_2 = 1 - \alpha - i\beta$ ($\alpha = \vartheta_1 / 2\pi$, $\beta = \frac{1}{2\pi} \ln |g_1|$). Тогда иско-

мые функции - скачок напряжений, действующих на берегах трещины, $\chi(x)$ и производная раскрытия трещины $W'(x)$, определяются через функции

$\varphi_j(x)$ ($j=1,2$) по формулам

$$\chi(x) = \frac{\varphi_1(x) - \varphi_2(x)}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad W'(x) = \frac{\lambda_2 \varphi_1(x) - \lambda_1 \varphi_2(x)}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (2.5)$$

а входящие в выражения $\varphi_j(x)$ постоянные d_j ($j=1,2$) определяются из условий (1.5). После чего, используя формулу (1.6), можно найти и контактные напряжения, действующие вне трещины.

Для иллюстрации рассмотрим случай, когда верхний берег трещины свободен от напряжений, т.е. $\sigma_1(x) - i\tau_1(x) = 0$, а на нижний берег действует штамп с прямолинейным основанием ($u_2 = 0$, $v_2 = \text{const}$). Легко заметить,

что в этом случае $Q_j(x) \equiv 0$ и функции $\varphi_j(x)$ ($j = 1, 2$) даются формулами:

$$\varphi_j(x) = A_j \omega_j(x) \quad \left(A_j = \frac{d_j}{1 - q_j^2}, j = 1, 2 \right) \quad (2.6)$$

Из (2.5) найдем

$$\begin{aligned} \chi(x) &= \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [A_1 \omega_1(x) - A_2 \omega_2(x)] \\ \chi'(x) &= -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\lambda_2 A_1 \omega_1(x) - \lambda_1 A_2 \omega_2(x)] \quad (|x| < a) \\ \chi(x) &= -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_{-a}^x [\lambda_2 A_1 \omega_1(x) - \lambda_1 A_2 \omega_2(x)] dx + c_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Учитывая, что [10]

$$\int_{-a}^x (x+a)^{-\gamma} (a-x)^{\gamma-1} dx = \frac{\pi}{\sin \pi \gamma}$$

и удовлетворяя условиям (1.5), получим $c_0 \equiv 0$,

$$A_j = \frac{\lambda_j \sin \pi \gamma_j}{\pi} T_0 \quad (j = 1, 2) \quad (2.8)$$

Следовательно,

$$\chi(x) = \frac{T_0}{\pi(\lambda_1 - \lambda_2)} [\lambda_1 \sin(\pi \gamma_1) \omega_1(x) - \lambda_2 \sin(\pi \gamma_2) \omega_2(x)] \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \chi(x) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 T_0}{\pi(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\sin(\pi \gamma_1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma_1} \left(\frac{a-x}{a+x} \right)^{k+\gamma_1} - \right. \\ &\left. - \sin(\pi \gamma_2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma_2} \left(\frac{a-x}{a+x} \right)^{k+\gamma_2} \right] \quad (-a < x < a) \end{aligned} \quad (2.10)$$

При выводе формулы (2.10) была использована формула

$$\int_{-a}^x (x+a)^{-\gamma} (a-x)^{\gamma-1} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + \gamma} \left(\frac{a-x}{a+x} \right)^{k+\gamma} \quad (|x| < a)$$

Подставляя полученные выражения для функций $\chi(x)$ и $W'(x)$ в (1.6) и учитывая, что [10]

$$\int_{-a}^a \frac{(s+a)^{-\gamma}(a-s)^{\gamma-1}}{s-x} dx = \frac{\pi}{(a-x) \sin \pi(1-\gamma)} \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma} \quad (|x| > a)$$

для контактных напряжений вне трещины получим формулу

$$\alpha(x) - i\tau(x) = \frac{iI_0^*}{\pi\Delta(\lambda_1 - \lambda_2)(a-x)} \left[A \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma_1} - D \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma_2} \right] \quad (|x| > a) \quad (2.11)$$

где

$$A = \lambda_1(c_2 - \lambda_2 \cdot c_1); \quad D = \lambda_2(c_2 - \lambda_1 c_1)$$

б) Теперь рассмотрим случай, когда уравнение (2.2) имеет два одинаковых корня

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{a_1 - b_2}{2a_2}$$

Тогда, приняв в (2.1) $\lambda = \lambda_1$, получим только одно сингулярное интегральное уравнение для определения функции $\varphi_1(x) = \chi(x) + \lambda_1 W'(x)$, аналогичное первому уравнению (2.3), где на этот раз $q_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} > 1$. Решение последнего имеет вид (2.4). При этом

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} - i\beta, \quad \beta = \frac{1}{2\pi} \ln |g_1|; \quad g_1 = (1+q_1)/(1-q_1).$$

Далее, определив функцию $\chi(x)$ через функции $\varphi_1(x)$ и $W'(x)$, подставляя ее значение в первое из уравнений (1.4) и учитывая, что

$$\frac{i}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\varphi_1(s) ds}{s-x} = \frac{1}{q_1} [Q_1(x) - \varphi_1(x)]$$

для определения функции $W'(x)$ получаю точно такое же сингулярное интегральное уравнение, что и для $\varphi_1(x)$, с той лишь разницей, что правая часть этого уравнения будет следующей:

$$Q_0(x) = F_1(x) + \frac{a_2}{q_1} [\varphi_1(x) - Q_1(x)]$$

Построив аналогичным образом решение этого уравнения, найдем функцию $W'(x)$, после чего и функцию $\chi(x)$ по формуле $\chi(x) = \varphi_1(x) - \lambda_1 W'(x)$.

Входящие в найденные функции неизвестные константы и контактные напряжения вне трещины можно найти, удовлетворяя условиям (1.5) и используя формулу (1.6).

Для иллюстрации опять-таки рассмотрим случай плоского штампа, когда

верхний берег трещины свободен от нагрузок, то есть когда $F_1(x) = F_2(x) = Q_1(x) \equiv 0$. В этом случае, используя значение интеграла [8]

$$\int_{-a}^a \ln \left(\frac{a-x}{a+x} \right) (a+x)^{-\frac{1}{2}+\beta} (a-x)^{-\frac{1}{2}-\beta} dx = -i\pi^2 \frac{\operatorname{sh}(\pi\beta)}{\operatorname{ch}^2(\pi\beta)}$$

и интегральное соотношение

$$\int_{-a}^a \ln \left(\frac{a-s}{a+s} \right) \frac{(a+s)^{-\frac{1}{2}+\beta} (a-s)^{-\frac{1}{2}-\beta}}{s-x} ds =$$

$$= \frac{\pi}{(a-x)} \left[\frac{\pi}{\operatorname{ch}^2(\pi\beta)} - i \operatorname{th}(\pi\beta) \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| \right] \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\frac{1}{2}+\beta} \quad (|x| > a)$$

которое можно вычислить, приведя их к табулированным интегралам при помощи подстановки

$$u = \ln \left(\frac{a+x}{a-x} \right)$$

по указанной процедуре найдем

$$\varphi_1(x) = e_0 \omega(x); \quad \omega(x) = (x+a)^{-\frac{1}{2}+\beta} (a-x)^{-\frac{1}{2}-\beta}; \quad Q_0(x) = \frac{a_2}{q_1} \varphi_1(x)$$

$$\chi(x) = - \left[\frac{a_2 \lambda_1 e_0}{\pi \cdot i (1-q_1^2)} \ln \left(\frac{a-x}{a+x} \right) + \lambda_1 e_1 - e_0 \right] \omega(x)$$

$$\psi(x) = \left[\frac{a_2 e_0}{\pi i (1-q_1^2)} \ln \left(\frac{a-x}{a+x} \right) + e_1 \right] \omega(x); \quad (|x| < a)$$

$$\alpha(x) - i\tau(x) = \frac{\operatorname{sgn} x \left| \frac{x+a}{x-a} \right|^{\beta}}{\Delta \operatorname{ch}(\pi\beta) \sqrt{x^2 - a^2}} \left[K_1 \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + iK_2 \right] \quad (|x| > a)$$

где

$$K_1 = \frac{a_2 e_0 (c_1 - \lambda_1 c_2)}{\pi (1-q_1^2)}, \quad K_2 = e_0 c_2 + (c_1 - \lambda_1 c_2) \left[e_1 + \frac{a_2 e_0 \operatorname{th}(\pi\beta)}{(1-q_1^2)} \right]$$

$$e_0 = \frac{\operatorname{ch}(\pi\beta)}{\pi} T_0, \quad e_1 = \frac{a_2 \operatorname{sh}(\pi\beta)}{\pi (1-q_1^2)} T_0$$

Таким образом, из полученных результатов видно, что если не учитывать осциллирующую часть, то при $\begin{cases} D(\mu) < 0 \\ D(\mu) > 0 \end{cases}$ контактные напряжения в концевых

точках трещины имеют особенность степенного типа $x^{-\nu}$ ($\frac{1}{2} \leq \nu < 1$), а при

$D(\mu) = 0$ - особенность типа $x^{-\frac{1}{2}} \ln x$.

Отметим также, что из полученных результатов, в частном случае, легко можно получить решение задачи Шермана для одной трещины, если принять в них

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu, \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu \quad \text{и} \quad u_2(x) = 0, \quad v_2(x) = \text{const}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu, \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu \quad \text{и} \quad u_2(x) = 0, \quad v_2(x) = \text{const}$$

Л и т е р а т у р а

1. *Штаерман Д. И.* Смешанная задача теории потенциала и теории упругости для плоскости с конечным числом прямолинейных разрезов.- ДАН СССР, 1940, т.27, №4, с.330-334.
2. *Черепанов Г. П.* Решение одной линейной краевой задачи Римана для двух функций и ее приложение к некоторым смешанным задачам плоской теории упругости. - ПММ, 1962, т.26, вып.5, с.907-912.
3. *Александров В. М., Мхитарян С. М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками.- М.: Наука, 1983. 488 с.
4. *Попов Г. Я.* Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений.- М.: Наука, 1982. 344 с.
5. *Мхитарян С. М.* Об одном классе смешанных задач теории упругости. Abstracts of Symposium "Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis" Dedicated to the Centenary of Academician N. Muskhelishvili:- Tbilisi, 1991, p. 35.
6. *Нуллер Б.М.* Краевые задачи теории упругости, сводящиеся к задачам Гильберта-Римана на римановых поверхностях. Abstracts of Symposium "Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis Dedicated to the Centenary of Academician N. Muskhelishvili:- Tbilisi, 1991, p. 42.
7. *Мусхелишвили Н. М.* Некоторые основные задачи математической теории упругости.- М.: Наука, 1966. с. 707.
8. *Саркисян В. С.* Еще раз о решении одной системы сингулярных интегродифференциальных уравнений. - Изв. НАН Армении, Механика, 1992, т.45, 1992, №1-2, с. 3-9.
9. *Галин Л.А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости.- М.: Наука, 1980. 304 с.
10. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды.- М.: Наука, 1981. 738 с.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию
18.03.1994