

МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛА
ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

МУСАЕЛЯՆ Տ.Լ.

Մուսայելյան Ս.Լ.

Նյութերի հոգնածային քայքայման մոդելը բարդ լարվածային վիճակի դեպքում

Առաջարկվում է նյութերի հոգնածային քայքայման հավանականային մոդել բարդ լարվածային վիճակի դեպքում: Վերլույ-Գնեդենկոյի երկպարամետր բաշխման ֆունկցիայի կիրառությամբ ստացվում են անսխորյուններ քայքայող զիկլերի բվի բաշխման ֆունկցիայի որոշման համար:

Musaelian S.L.

A Model of Materials Fatigue Failure under Composite Stress State

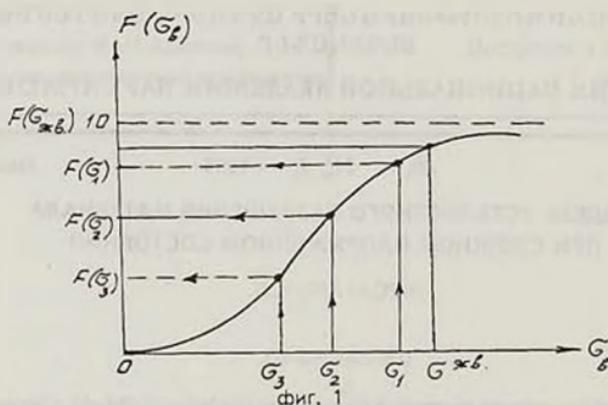
Предлагается вероятностная модель усталостного разрушения материалов при сложном напряженном состоянии. С применением двухпараметрической функции распределения Вейбулла-Гнеденко получаются зависимости для определения функции распределения числа разрушающих циклов.

В практике часто приходится иметь дело с многоосными циклическими напряженными состояниями, например, при расчете лопаток турбин, авиационных конструкций, деталей автомобилей, вращающихся валов и т.д. Однако, усталостное разрушение материалов при сложном напряженном состоянии по отношению к усталостному разрушению при линейном напряженном состоянии исследовано еще недостаточно хорошо. В литературе обычно приводятся экспериментальные данные по усталостному разрушению материалов при одноосном нагружении, в то время как можно указать лишь отдельные работы [1,5], посвященные теоретическим исследованиям усталостного разрушения материалов при сложном напряженном состоянии.

Рассмотрим случай сложного нагружения, когда главные напряжения $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ имеют одинаковые характеристики цикла. Считаем, что имеем экспериментальные данные по интегральной функции распределения предела прочности материала σ_b при линейном напряженном состоянии (фиг.1).

В работе [3] для предела прочности материала нами была принята двухпараметрическая функция распределения Вейбулла-Гнеденко в виде

$$F(\sigma_b) = \begin{cases} 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{c} \right)^b \right] & \sigma > 0 \\ 0 & \sigma = 0 \end{cases} \quad (1)$$



Функция распределения предела прочности материала при осевом нагружении.

Параметры b и c можно определить методом моментов или методом максимального правдоподобия. По функции распределения можно определить значения $F(\sigma_1)$, $F(\sigma_2)$ и $F(\sigma_3)$, соответствующие главным напряжениям σ_1 , σ_2 и σ_3 .

Предположим, что по какой-либо теории прочности имеем эквивалентное напряжение σ_{∞} и соответствующее значение

$$F(\sigma_{\infty}) = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = P_{1,2,3}^{\text{об}} \quad (2)$$

где $P_{1,2,3}$ представляет из себя вероятность разрушения материала в случае одновременного действия всех трех главных напряжений. Тогда, согласно [5], будем иметь

$$P_{1,2,3} = P(\sigma_1) + P(\sigma_2) + P(\sigma_3) - P(\sigma_1)P(\sigma_2) - P(\sigma_2)P(\sigma_3) - P(\sigma_3)P(\sigma_1) + P(\sigma_1)P(\sigma_2)P(\sigma_3) \quad (3)$$

с учетом (1) и (3) легко получить

$$P_{1,2,3} = 1 - \exp \left\{ - \left[\left(\frac{\sigma_1}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a} \right)^b \right] \right\} \quad (4)$$

При получении (4) считается, что действие главных напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 независимо. Формула (4) учитывает одновременное действие всех трех главных напряжений на вероятность разрушения материала при сложном нагружении.

Естественно предположить, что существует непосредственная связь между

значениями $P_{1,2,3}^{зв}$ и $P_{1,2,3}$. Считаем, что

$$P_{1,2,3}^{зв} = \alpha_0 P_{1,2,3} \quad (5)$$

откуда и определяем α_0 для данного материала

$$\alpha_0 = \frac{P_{1,2,3}^{зв}}{P_{1,2,3}} = \frac{P_{1,2,3}^{зв}}{1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a}\right)^b\right]\right\}} \quad (6)$$

Например, в случае кручения имеем

$$\sigma_1 = \sigma, \quad \sigma_2 = 0, \quad |\sigma_3| = \sigma$$

Тогда

$$p(\sigma_1) = p(\sigma), \quad p(\sigma_2) = 0, \quad p(\sigma_3) = p(\sigma)$$

Из выражения (3) получим

$$P_{1,2,3} = 2P(\sigma) - P^2(\sigma) = P(\sigma)[2 - P(\sigma)] \quad (7)$$

$$P_{1,3} = \alpha_0 \{P(\sigma)[2 - P(\sigma)]\}$$

$$\alpha_0 = \frac{P_{1,3}}{P(\sigma)[2 - P(\sigma)]} \quad (8)$$

Здесь $P_{1,3}$ является вероятностью разрушения материала в случае кручения.

Перейдем к рассмотрению функции распределения числа разрушающих циклов. В работе [3] для случая осевого нагружения нами была получена усеченная функция распределения числа разрушающих циклов в виде

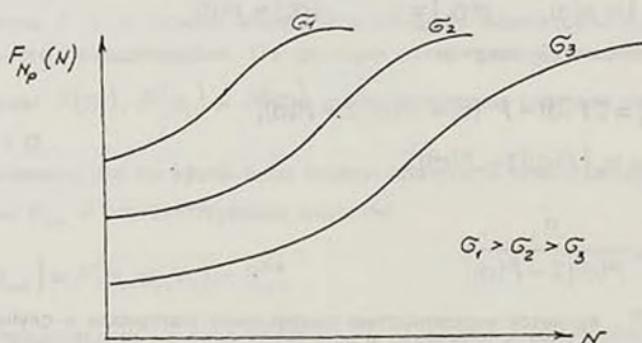
$$F_{N_p}(N) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\left[\frac{\left(\frac{\sigma}{\alpha}\right)^m}{1 - mB\sigma^m N}\right]^{\frac{b}{m}}\right\} & \text{при } N > 0 \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{a}\right)^b\right] & \text{при } N = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Здесь σ - уровень нагружения, m и B - постоянные материала, которые определяются экспериментальным путем. С помощью (3) выражение (9) принимает вид

$$F_{N_p}(N) = \begin{cases} 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{\left(\frac{\sigma_1}{\alpha} \right)^m}{1 - mB\sigma_1^m N} \right]^{\frac{1}{m}} - \left[\frac{\left(\frac{\sigma_2}{\alpha} \right)^m}{1 - mB\sigma_2^m N} \right] - \left[\frac{\left(\frac{\sigma_3}{\alpha} \right)^m}{1 - mB\sigma_3^m N} \right] \right\} & \text{при } N > 0 \\ 1 - \exp \left\{ - \left[\left(\frac{\sigma_1}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a} \right)^b \right] \right\} & \text{при } N = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Как видно из полученного выражения, функция распределения числа разрушающих циклов получается усеченной. Значению $N = 0$ соответствует вероятность разрушения

$$F_{N_p}(N) = 1 - \exp \left\{ - \left[\left(\frac{\sigma_1}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_2}{a} \right)^b + \left(\frac{\sigma_3}{a} \right)^b \right] \right\}$$



Фиг. 2

Усеченные функции распределения числа разрушающих циклов

Значению $\sigma = \sigma_1$ соответствует определенная функция распределения $F(N) = F(N(\sigma_1)) = F(N_1)$. Соответственно, при $\sigma = \sigma_2$ имеем $F(N) = F(N(\sigma_2)) = F(N_2)$ и $\sigma = \sigma_3$ имеем $F(N) = F(N(\sigma_3)) = F(N_3)$.

Тогда $F(N_1, N_2, N_3) = P_{N_1, N_2, N_3}$.

По выражению (10) можно построить функцию распределения числа разрушающих циклов при любой комбинации циклических напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 .

Л и т е р а т у р а

1. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Пер. с англ. - М.: Мир, 1984. 624 с.

2. *Мусаелян С.Л.* О критериях разрушения при циклическом нагружении. Механика деформируемого твердого тела.- Сб.статей. Изд.АН Арм.ССР, Ереван, 1986, с.139-143.
3. *Мусаелян С.Л.* О функции распределения числа разрушающих циклов при малоцикловом нагружении.- Материалы 6-ой Всесоюзной конференции по композиционным материалам.- Ереван, 1987, т.2, с.158-160.
4. *Мусаелян С.Л.* Модель усталостного разрушения при осевом малоцикловом нагружении.- Материалы докладов 2-ой республиканской конференции аспирантов Арм.ССР, Ереван, 1987, 129 с.
5. *Сосновский Л.А.* Статистическая механика усталостного разрушения.- Минск: Изд. ??? 1987, 288 с.

Институт механики НАН Армении

Поступила в редакцию

23.11.1993