ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 48, № 1, 1995 Механика

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ (ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ) НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ

АВЕТИСЯН А С

Ա. Ս. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ՆԱԽՆԱԿԱՆ ԷԼԵԿՏՐԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓՈՔՐ ԼԱՅՆՈՒՅԹՈՎ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՎՐԱ (ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՈՉ ԳԾԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆ)

Ստացված են գծայնացված նյութական հավասարումները կամայական համաչափության պիեզոէլեկտրիկ և արտաքին ոչ նյութական միջավայրերի համար, ըստ նախնական էլեկտրաառաձգական վիճակի։ Քննարկված են հնարավոր նախնական վիճակները կախված եզրային պայմաններից։ Դիտարկվում է փոքր լայնույթով ալիքների տարածումը արտաքին զուգահեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող 6mm դասի պիեզոէլեկտրիկ շերտում։ Կարճ ալիքների դեպքում ստացված է նախնական վիճակի ազդեցության նկարագիրը սահքի ալիքի վրա։

A S AVETISYAN

INTLUENCE OF INITIAL ELECTROELASTIC STATE (GEOMETRICAL NONLINEARITY) ON SMALL AMPLITUDE WAVES PROPAGATION

Одним из важнейших проблем волновой физики является задача распространения волн малой амплитуды при наличии в теле постоянных (или переменных) электромагнитомеханического состояния Ранее разными авторами [1—2] и др была развита линеаризованная теория электромагнитоупругости, где нечетко разделяются нелинейные эффекты по их происхождению, а также есть некоторые неточности в общих соотношениях нелинейной теории электромагнитоупругости

На основе полученных в [3] основных уравнений нелинейной электроупругости пьезоэлектрического диэлектрика ($\rho_e=0$) рассматривается распространение электроупругих поверхностных волн малой амплитуды в пьезодиэлектрике при наличии начального электроупругого состояния. При этом учитывается только геометрическая нелинейность.

Пьезодиэлектрическая среда занимает область $|x_1|<\infty$, $|x_2|<h$, $|x_3|<\infty$, где решаются уравнения движения упругой среды

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial x_i}=\rho_0\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2};\quad i,\ j=1,\ 2,\ 3; \tag{1.1}$$

и уравнения электромагнетостатики

$$\frac{\partial D_n}{\partial x_n}=0, \quad \frac{\partial B_p}{\partial x_p}=0, \quad n, p=1, 2, 3 \tag{1.2}$$

в лагранжевой форме описания. Здесь $\hat{L}_{ij}=\hat{\sigma}_{ij}+\hat{t}_{ij}$ — тензор термодинамических напряжений Лагранжа, компоненты которого с учетом только геометрической нелинейности имеют вид [3,4]

$$\hat{L}_{ij}=c_{ijmn}\frac{\partial u_m}{\partial x_n}+e_{mij}\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}+\delta_{ki}e_{mjn}\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}\frac{\partial u_k}{\partial x_n}+$$

$$+\left(\delta_{jm}c_{nkil}+\frac{1}{2}\delta_{km}c_{ijnl}\right)\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\frac{\partial u_m}{\partial x_n} \tag{1.3}$$

Лагранжевые индукции электрического и магнитного полей с учетом конечных деформаций соответственно равны:

$$D_n=e_{nij}\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\varepsilon_{nr}\frac{\partial \Phi}{\partial x_r}+\frac{1}{2}\delta_{ki}e_{mnj}\frac{\partial u_k}{\partial x_n}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-$$

$$-\varepsilon_{mn}l_{nmij}\frac{\partial \Phi}{\partial x_n}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{1.4}$$

$$B_p=-\left(\mu_{kp}\frac{\partial u_n}{\partial x_n}-\mu_{kn}\frac{\partial u_p}{\partial x_n}-\mu_{pl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x_k}-\mu_{kp}\frac{\partial \psi}{\partial x_k} \tag{1.5}$$

В материальных соотношениях (1.3)—(1.5), а также в дальнейших в материальных соотношениях внешней среды мы пользуемся выражениями лагранжевых напряженностей электрического $E_k(x_j,t)$ магнитного $H_k(x_j,t)$ полей, которые с учетом конечных деформаций описываются через градиент деформаций $\xi_{i,j}=\delta_{ij}+u_{i,j}$ и потенциалы соответствующих полей $\Phi(x_j,t)$ и $\psi(x_j,t)$

$$E_m=-\frac{\partial \Phi}{\partial x_m}-l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial \Phi}{\partial x_k}$$

$$H_m=-\frac{\partial \psi}{\partial x_m}-l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial \psi}{\partial x_k} \tag{1.6}$$

В соотношениях (1.3), (1.6) тензор «геометрической стрикции» l_{mkij} имеет вид

$$l_{mkij}=\delta_{im}\delta_{jk}+\delta_{ik}\delta_{jm}-\delta_{ij}\delta_{km}$$

Во внешней вакуумной области $|x_1|<\infty$, $|x_2|>h$, $|x_3|<\infty$ решаются уравнения электромагнетостатики для вакуума

$$\frac{\partial D_k^{(\pm)}}{\partial x_k}=0, \quad \frac{\partial B_k^{(\pm)}}{\partial x_k}=0, \quad n, p=1, 2, 3 \tag{1.7}$$

где индукции электрического $D_k^{(\pm)}(x_i,t)$ и магнитного полей в лагранжевой форме описания выражаются через потенциалы этих внешних полей $\Phi^{(\pm)}(x_i,t)$ и $\psi^{(\pm)}(x_i,t)$ соответственно, а также через деформации точек поверхности раздела сред $u_k^{(\pm)}(x_i,t)=u_k(x_1,\pm h,x_3,t)$ [3]:

$$D_p^{(\pm)}=-\varepsilon_0\left[\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_p}-\left(\frac{\partial u_m^{(\pm)}}{\partial x_p}+\frac{\partial u_p^{(\pm)}}{\partial x_m}\right)\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}+\frac{\partial u_k^{(\pm)}}{\partial x_k}\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_p}\right]$$

$$B_p^{(\pm)}=-\mu_0\left[\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_p}-\left(\frac{\partial u_m^{(\pm)}}{\partial x_p}+\frac{\partial u_p^{(\pm)}}{\partial x_m}\right)\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}+\frac{\partial u_k^{(\pm)}}{\partial x_k}\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_p}\right] \qquad (1.8)$$

Естественно, что конечность деформаций поверхности электроупругой среды искажает («деформирует») нематериальную внешнюю среду, чем продиктованы выражения материальных уравнений (1.8). Учет «деформаций» внешней вакуумной области особенно важно в задачах о распространении поверхностных электроупругих волн.

На границах раздела сред $x_2=\pm h$ удовлетворяется непрерывность тангенциальных компонент векторов напряженностей электрического и магнитного полей

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x_m}-\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}+l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}-\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_m}\right]=0$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_m}-\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}+l_{mkij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_k}-\frac{\partial\psi^{(\pm)}}{\partial x_m}\right]=0 \qquad (1.9)$$

и нормальных компонент векторов индукций этих полей

$$D_2=D_2^{(\pm)},\quad B_2=B_2^{(\pm)} \qquad (1.10)$$

На недеформированной границе раздела $x_2=\pm h$ термодинамические напряжения L_{ij} должны равняться нулю:

$$L_{ij}=0 \qquad (1.11)$$

Очевидно, что учет «деформирования» внешней нематериальной области усложняет запись материальных соотношений внешней среды (1.8) и граничных условий (1.9), (1.10). Кроме этого, из приведенных соотношений следует, что посредством градиента деформаций $\xi_{ij}=\delta_{ij}+u_{i,j}$ квазистатистические электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. Это значит, что если в пьезодиэлектрическую среду излучать электроупругую волну конечной амплитуды, то в среде индуцируется также магнитное поле.

Наряду с граничными условиями (1.9)—(1.11) для локализованных у поверхности раздела волн должны удовлетворяться также условия затухания по глубине полупространств всех волновых характеристик.

2. Переход тела из начального электромагнитоупругого состояния в состояние в данный момент времени, осуществляется путем сообщения системе дополнительных возмущений. Тогда все величины можно представить в виде суммы $f^\circ+f$. В общем случае порядок возмущений f по отношению к величинам, характеризующим начальное состояние f°, может быть произвольным. Однако, при возбуждении волн малой

амплитуды возмущения по величине намного меньше величины основного начального состояния $|f| \ll |f|$, что позволяет разложить все величины, характеризующие текущее электромагнитоупругое состояние в окрестности начального состояния в ряд Тейлора и ограничиться в этом ряду членами первой степени относительно возмущений f. Учитывая, что начальное электромагнитоупругое состояние определяется по вышеизложенной нелинейной краевой задаче электромагнитоупругости (1.1)—(1.11), а также пренебрегая нелинейные по возмущениям слагаемые (малые высшего порядка) получим линеаризованные соотношения электромагнитоупругости для ограниченных пьезодиэлектрических сред в виде соотношений классического пьезоэффекта:

$$t_{ij}=\bar c_{ijmk}u_{m,k}+\bar e_{mij}\Phi_{,m} \tag{2.1}$$

$$D_m=\bar e_{mij}u_{i,j}+\bar\varepsilon_{mk}\Phi_{,k}$$

$$E_m=-\bar g_{mk}\Phi_{,k}-\bar d_{mij}u_{i,j} \tag{2.2}$$

$$D_m^{(\pm)}=\bar e_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)}-\bar\varepsilon_{mk}^{(\pm)}\Phi_{,k}^{(\pm)}$$

$$E_m^{(\pm)}=-\bar g_{mk}^{(\pm)}\Phi_{,k}^{(\pm)}-\bar d_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)} \tag{2.3}$$

$$B_m=\bar b_{mij}u_{i,j}-\bar\mu_{mk}\psi_{,k}$$

$$H_m=-\bar g_{mk}\psi_{,k}+\bar b_{mij}u_{i,j} \tag{2.4}$$

$$B_m^{(\pm)}=\bar b_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)}+\bar\mu_{mk}^{(\pm)}\psi_{,k}^{(\pm)}$$

$$H_m^{(\pm)}=\bar g_{mk}^{(\pm)}\psi_{,k}^{(\pm)}+\bar b_{mij}^{(\pm)}u_{i,j}^{(\pm)} \tag{2.5}$$

где приведенные коэффициенты определяются по начальному электроупругому состоянию:

$$\bar c_{ijmk}=c_{ijmk}+c_{ikmn}u^0_{j,n}+c_{ijkl}u^0_{m,l}+\delta_{jm}c_{inkl}u^0_{k,l}$$

$$+\delta_{jm}e_{kin}\Phi_{0,k},\qquad \bar d_{mij}=l_{mkij}\Phi_{0,k}$$

$$\bar e_{mij}=e_{mij}-l_{ikmn}\delta_{jm}\Phi_{0,n}+e_{mil}u^0_{j,l}$$

$$\bar\varepsilon_{mk}=\varepsilon_{mk}+\varepsilon_{ik}l_{mnij}u^0_{j,k},\quad \bar g_{mk}=\delta_{mk}+l_{mnik}u^0_{i,k}$$

$$\bar\varepsilon^{(\pm)}_{mk}=\varepsilon_0[\delta_{mk}(1-u^{0(\pm)}_{n,n})+(u^{0(\pm)}_{m,k}+u^{0(\pm)}_{k,m})]$$

$$\bar b^{(\pm)}_{mij}=\mu_0[2\delta_{ij}\psi^{(\pm)}_{0,m}-\delta_{im}\psi^{(\pm)}_{0,j}-\delta_{jm}\psi^{(\pm)}_{0,i}]$$

$$\bar\mu^{(\pm)}_{mk}=\mu_0[\delta_{mk}(1-u^{0(\pm)}_{k,k})+(u^{0(\pm)}_{m,k}+u^{0(\pm)}_{k,m})]$$

$$\bar\mu_{mk}=\mu_{mk}+\mu_{jn}l_{mkij}u^0_{i,n},\quad \bar b_{mij}=-l_{mkij}\psi_{0,k}$$

$$\bar d^{(\pm)}_{mij}=l_{mkij}\Phi^{(\pm)}_{0,k},\quad \bar E^{(\pm)}_{mk}=\delta_{mk}+l_{mkin}u^{0(\pm)}_{i,n} \tag{2.6}$$

В линеаризованных материальных уравнениях (2.1)—(2.5) очевидна братимость вводимого начальным состоянием пьезоэффекта. Кроме того, сохраняется симметрия тензоров приведенных физических постоянных (2.6). Из материальных соотношений (2.4) и (2.5) также следует, что при наличии начального электромагнитоупругого состояния возбужденное электроупругое поле в пьезодиэлектрике сопровождается магнитными колебаниями. При исследовании распространения волн малой амплитуды в предварительно напряженном пьезодиэлектрике нужно пользоваться уравнениями электромагнитоупругости (1.1), (1.2), (1.7), (1.9)-(1.11) и линеаризированными материальными соотношениями (2.1)-(2.5) с учетом приведенных физических постоянных (2.6).

3. Рассмотрим распространение высокочастотных электроупругих волн в пьезодиэлектрическом слое из пьезокристалла класса $6mm$, главная ось симметрии которого параллельна оси ox_3. С учетом структур тензоров электроупругих постоянных пьезокристалла класса $6mm$

$$\left\|\begin{array}{cccccc|ccc}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\
c_{13} & e_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\
0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\
e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}
\end{array}\right\| \tag{3.1}$$

из (2.6) получается, что естественная анизотропия пьезокристалла не изменяется, если начальное электроупругое состояние образуется только из начальных удлинений $u^0_{1,1}$, $u^0_{2,2}$, $u^0_{3,3}$ и поперечного электрического поля $\Phi_{0,3}$. В этом случае компоненты тензоров электромеханических постоянных изменяются количественно, а нулевые компоненты остаются нулями. Такого рода начальное электроупругое состояние можно создавать как посредством внешнего поперечного электрического поля $(0, 0, E_0)$, так и посредством внешнего всестороннего давления $(\sigma^0_{11}, \sigma^0_{22}, \sigma^0_{33}, 0, 0, 0)$. В этом случае естественная анизотропия претерпевает количественное изменение и влияние такого рода изменения будет рассматриваться ниже.

В случае же начального электрического поля $(E_{10}, E_{20}, 0)$ или начальных сдвигов $(0, 0, 0, \sigma^0_{23}, \sigma^0_{13}, \sigma^0_{12})$ возникают ранее несуществующие электромеханические постоянные. Это приводит к связке плоского и антиплоского деформационных полей, хотя и приведенные электромеханические постоянные по порядку намного малы от естественных постоянных. Исследование проблемы распространения волн малой амплитуды совпадает со случаем пьезодиэлектрика с общей анизотропией, когда плоское и антиплоское поля связаны.

Рассмотрим равновесное начальное электроупругое состояние пьезодиэлектрического слоя, находящегося под действием внешнего параллельного к серединной плоскости слоя $x_1 0 x_3$ электрического поля $(0,\ 0,\ E_0)$. Из граничных условий на свободных от механических нагрузок поверхностях $x_2 = \pm h$ имеем

$$\sigma_{22}^0=0, \quad \sigma_{12}^0=0, \quad \sigma_{32}^0=0 \tag{3.2}$$

Начальное электроупругое состояние существенно зависит также от краевых условий на боковых поверхностях $x_1=\pm\infty$ и $x_3=\pm\infty$ слоя. В зависимости от краевых условий на боковых поверхностях, слой будет находиться в разных однородных напряженно-деформированных состояниях:

а) боковые поверхности $x_1=\pm\infty$ и $x_3=\pm\infty$ механически свободны. Тогда $\sigma_{11}^0=0$, $\sigma_{33}^0=0$, $\sigma_{31}^0=0$, а остальные компоненты электромеханического поля равны

$$u_{1,1}^0=\frac{\Delta_1(c_{ij}, e_{15}, \varepsilon_{11}, E_0)}{\Delta(c_{ij}, e_{15}, \varepsilon_{11}, E_0)}$$

$$u_{2,2}^0=\frac{\Delta_2(c_{ij}, e_{15}, e_{11}, E_0)}{\Delta(c_{ij}, e_{15}, \varepsilon_{11}, E_0)}, \quad u_{1,1}^0=0$$

$$D_1^0=D_2^0=0, \quad D_3^0=e_{15}(u_{1,1}^0+u_{2,2}^0)-\varepsilon_{33}E_0 \tag{3.3}$$

б) боковые края $x_1=\pm\infty$ свободны, а края $x_3=\pm\infty$ закреплены. Тогда $u_{3,3}^0=0$, $\sigma_{11}^0=0$ и начальное электроупругое поле описывается ненулевыми компонентами

$$u_{1,1}^0=-\frac{e_{31}E_0}{c_{11}+c_{12}}, \quad u_{2,2}^0=u_{1,1}^0$$

$$u_{i,k}^0=u_{k,i}^0=0 \quad (i\neq k), \quad \sigma_{33}^0=2c_{13}u_{1,1}^0 \tag{3.4}$$

$$D_1^0=D_2^0=0, \quad D_3^0=2e_{31}u_{1,1}^0-\varepsilon_{33}E_0$$

в) боковые края $x_3=\pm\infty$ свободны, а края $x_1=\pm\infty$ закреплены. Тогда $u_{1,1}^0=0$, $\sigma_{33}^0=0$ и начальное электроупругое поле описывается ненулевыми компонентами

$$u_{2,2}^0=-\frac{e_{33}c_{13}-e_{31}c_{33}}{c_{11}c_{33}+c_{13}^2}E_0$$

$$u_{3,3}^0=\frac{e_{31}c_{13}-e_{33}c_{11}}{c_{11}c_{33}+c_{13}^2}E_0 \tag{3.5}$$

$$\sigma_{11}^0=c_{12}u_{2,2}^0-c_{13}u_{3,3}^0+e_{31}E_0$$

$$D_3^0=e_{31}u_{2,2}^0+e_{33}u_{3,3}^0-\varepsilon_{33}E_0$$

Приведенные начальные состояния отличаются тем, что существуют только начальные удлинения и параллельное к срединной поверхности слоя электрическое поле. Очевидно, что аналогичное начальное электроупругое состояние можно получить посредством гидростатического ($\sigma^0_{11}=\sigma^0_{22}=\sigma^0_{33}=p$) или частичного давления, (когда хотя бы одна боковая поверхность свободна от механической нагрузки). Необходимо отметить и то, что здесь приведены только случаи однородного начального электроупругого состояния.

Будем рассматривать распространение высокочастотных (коротких) электроупругих волн малой амплитуды в случае 6). Тогда приведенные коэффициенты по (2.6) с учетом (3.4) равны

$$\tilde c_{1k}=c_{1k}(1+2u^0_{1,1}),\quad k=1,\ 2,\ 3;$$

$$\tilde c_{55}=\tilde c_{44}=c_{44}(1+u^0_{1,1}),\quad \tilde c_{66}=\frac{(\tilde c_{11}-\tilde c_{12})}{2}$$

$$\tilde e_{24}=\tilde e_{15}=e_{15}(1+u^0_{1,1})+\varepsilon_{33}E_0$$

$$\tilde\varepsilon_{22}=\tilde\varepsilon_{11}=\varepsilon_{11},\quad \tilde\varepsilon_{33}=\varepsilon_{33}(1-2u^0_{1,1})$$

$$\tilde\varepsilon^{(\pm)}_{22}=\tilde\varepsilon^{(\pm)}_{11}=\varepsilon_0,\quad \tilde\varepsilon^{(\pm)}_{33}=\varepsilon_{33}(1-2u^{0(\pm)}_{1,1})$$

$$\tilde e^{(\pm)}_{15}=\tilde e^{(\pm)}_{24}=\tilde e^{(\pm)}_{33}=-\tilde e^{(\pm)}_{31}=\tilde e^{(\pm)}_{32}=\varepsilon_0E_0 \qquad (3.6)$$

Следовательно, уравнения плоской деформации не изменяются и волны Рэлея описываются постоянными $\tilde c_{1k}$ вместо коэффициентов c_{1k}. В задаче сдвиговых поверхностных волн имеем

$$\tilde c_{44}\Delta W+\tilde e_{15}\Delta\Phi=\rho\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$$

$$\tilde e_{15}\Delta W-\tilde\varepsilon_{11}\Delta\Phi=0 \qquad (3.7)$$

в пьезодиэлектрике $|x_2|<h$ и

$$\varepsilon_0\Delta\Phi^{(\pm)}=\varepsilon_0E_0\frac{\partial^2 W^{(\pm)}}{\partial x^2} \qquad (3.8)$$

во внешней вакуумной области $|x_2|>h$.

На поверхностях раздела сред $x_2=\pm h$ удовлетворяются условия

$$\tilde c_{44}\frac{\partial W}{\partial x_2}-\tilde e_{15}\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}=0,\quad \Phi=\Phi^{(\pm)}$$

$$\tilde e_{15}\frac{\partial W}{\partial x_2}-\tilde\varepsilon_{11}\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}=\tilde e^{(\pm)}_{15}\frac{\partial W^{(\pm)}}{\partial x_2}-\varepsilon_0\frac{\partial\Phi^{(\pm)}}{\partial x_2} \qquad (3.9)$$

Получается, что в этом случае поверхностная сдвиговая электроупругая волна распространяется медленнее, чем волна Гуляева-Блюстейна. Глубина проникновения волны уменьшается. Во внешнюю область проникает воздействие распространяющейся внутри пьезодиэлектрической среды упругой сдвиговой волны.

Изменение скорости зависит от начального электрического поля через параметр

$$\eta = u^0_{1,1} = -\frac{e_{31}E_0}{c_{11}+c_{12}}.$$

При значении начального электрического поля $E_0 = 10^{16}$ $B/м$ имеем $\eta = 10^{-4}$, что допустимо в теории конечных деформаций.

Аналогичное количественное изменение претерпевает также скорость распространения волн Рэлея.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гузь А. Н., Махорт Ф. Г.** Механика связанных полей в элементах конструкций т. 3. Акустоэлектромагнитоупругость.—К.: Наук. Думка. 1988.
2. **Лямов В. Е.** Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах.—М.: Изд. МГУ, 1983.
3. **Аветисян А. С.** Об основных уравнениях нелинейной электроупругости пьезоэлектрического диэлектрика. Изв. АН АрмССР, Механика, 1990, т. 43, №4, с. 41—51.
4. **Maugin G. A.** Nonlinear electromechanical effects and application.—World Sci. Publ., Singapore, 1985.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
17.12.1992