ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 47, N° 3-4, 1994 Механика

УДК 539.3: 534.2

О СДВИГОВОЙ ВОЛНЕ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ВДОЛЬ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОВ.

Белубекян М.В. Белубекян В.М.

Մ.Վ.Բելուբեկյան, Վ.Մ.Բելուբեկյան.

Պիեզոէլեկտրիկների շարժվող բաժանման սահմանում տեղայնացված սահքի ալիքի մասին

Ներկայացվում է երկու պիեզոէլեկտրիկ կիսատարածությունների հարաբերական շարժման ազդեցությունը Ստոունլիի տիպի մակերևութային սահքի ալիքի վարքի վրա: Ցույց է տրված, որ գոյություն ունի հարաբերական շարժման սահմանային արագություն, որից մնծ արագությունների դեպքում մակերևութային ալիքը վերանում է:

Belubekjan M.V., Belubekjan V.M.

About Shear Localized Wave Propagation Along the Moving Surfaces of Piezoelectrics.

В настоящей статье рассматривается влияние относительного движения двух упругих пьезоэлектрических полупространств на характер распространения поверхностной сдвиговой волны типа Стоунли. Показывается, что существует определенная скорость относительного равномерного движения, превышение которой приводит к невозможности поверхностной волны. При меньших скоростях возможны как одна, так и две различные скорости поверхностной волны.

Вопросы распространения упругих волн в движущихся средах исследованы во многих работах [1,2]. Особый интерес представляют движущиеся среды, взаимодействующие с электромагнитным полем [3].

1. В прямоугольной декартовой системе координат (x, y, z) плоскость (xOz) является границей раздела полупространств из разных пьезоэлектрических материалов класса ***6mm***. Упругие и пьезоэлектрические характеристики материалов различаются индексами 1 для полупространства $y > 0$ и 2 для полупространства $y < 0$. Система координат считается привязанной к полупространству $y > 0$, а полупространство $y < 0$ движется относительно системы координат по направлению оси Ox с постоянной скоростью V_0.

Уравнения задачи антиплоской деформации с учетом относительного движения полупространства $y < 0$ имеют вид [4]:

$$C_1^2 \Delta W_1 = \frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2}, \quad \Delta\varphi_1 = \frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} \Delta W_1 \tag{1.1}$$

$$C_2^2 \Delta W_2 = \frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} + 2V_0 \frac{\partial^2 W_2}{\partial t \partial x} + V_0^2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial x^2}, \quad \Delta\varphi_2 = \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} \Delta W_2 \tag{1.2}$$

где W_i - упругие перемещения в направлении оси **z**,

$$C_i^2 = \frac{C_{44}^{(i)}}{\rho_i}\left(1 + \chi_i\right), \quad \chi_i = \frac{e_{15}^{(i)}}{\varepsilon_i C_{44}^{(i)}}, \quad E^{(i)} = -\nabla\varphi_i, \quad i = 1,2$$

$C_{44}^{(i)}$ - модули сдвига, $e_{15}^{(i)}$ - пьезоэлектрические модули, ε_i - диэлектрические проницаемости, χ_i - коэффициенты электромеханической связи, $E^{(i)}$ - векторы напряженностей электрического поля, ρ_i - плотности материалов.

На границе раздела $y = 0$ принимаются условия скользящего контакта (касательные напряжения равны нулю), условия непрерывности касательной составляющей вектора напряженности электрического поля и нормальной составляющей вектора индукции электрического поля. Указанные условия для пьезоэлектриков класса ***6mm*** имеют вид [4]

$$C_{44}^{(i)} \frac{\partial W_i}{\partial y} + e_{15}^{(i)} \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 \tag{1.3}$$

$$-\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + e_{15}^{(1)} \frac{\partial W_1}{\partial y} = -\varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + e_{15}^{(2)} \frac{\partial W_2}{\partial y}$$

Задача состоит в нахождении решений уравнений (1.1), (1.2), удовлетворяющих граничным условиям (1.3) и условиям затухания на бесконечности

$$\lim_{y \to \infty} W_1 = 0, \quad \lim_{y \to \infty} \varphi_1 = 0, \quad \lim_{y \to -\infty} W_1 = 0, \quad \lim_{y \to -\infty} \varphi_1 = 0 \tag{1.4}$$

Искомое решение, в виде гармонических волн, распространяющихся в направлении оси Ox, представляется следующим образом

$$W_1 = A_1 e^{-ky\sqrt{1-\eta}} \exp j(\omega t - kx) \tag{1.5}$$

$$\varphi_1 = \left(B_1 e^{-ky} + \frac{e_{15}^{(1)}}{\varepsilon_1} A_1 e^{-ky\sqrt{1-\eta}} \right) \exp j(\omega t - kx)$$

$$W_2 = A_2 e^{-ky\sqrt{1-\theta^2(p-\eta)^2}} \exp j(\omega t - kx)$$

$$\varphi_2 = \left(B_2 e^{-ky} + \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_2} A_2 e^{-ky\sqrt{1-\theta^2(p-\eta)^2}} \right) \exp j(\omega t - kx)$$

где $\eta = \frac{\omega}{kC_1}$, $p = \frac{V_0}{C_1}$, $\theta = \frac{C_2}{C_1}$

В дальнейшем для определенности принимается $\theta \le 1$. При этом нетрудно показать, что решения (1.5) будут удовлетворять условиям затухания, если

$$-1 < \eta < 1 \quad \text{при} \quad 0 \le p \le \frac{1}{\theta} - 1 \tag{1.6}$$

$$-\frac{1}{\theta} + p < \eta < 1 \quad \text{при} \quad \frac{1}{\theta} - 1 < p \tag{1.7}$$

Отсюда следует, что при $p \ge 1 + \theta^{-1}$ локализованная волна не существует.

2. Подстановка (1.5) в граничные условия (1.3) приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных A_1, B_1, A_2, B_2. Приравнивание нулю детерминанта системы дает следующее уравнение, определяющее безразмерную характеристику η фазовой скорости поверхностной волны

$$\Gamma(\eta) = \sqrt{1-\eta^2}\sqrt{1-\theta^2(p-\eta)^2} - \frac{1}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\left(\frac{\varepsilon_1\chi_2}{1+\chi_2}\sqrt{1-\eta^2} + \frac{\varepsilon_2\chi_1}{1+\chi_1}\sqrt{1-\theta^2(p-\eta)^2}\right) = 0 \tag{2.1}$$

Вначале рассмотрим предельные случаи $\varepsilon_1 \to 0$ и $\varepsilon_2 \to 0$. При $\varepsilon_1 \to 0$ скорость локализованной волны определяется по формуле

$$\eta^2 = 1 - \alpha_1^2, \quad \alpha_1 = \chi_1(1+\chi_1)^{-1} \tag{2.2}$$

что совпадает со скоростью поверхностной волны Гуляева-Блюстейна. В этом случае волна существует независимо от скорости относительного движения. При $\varepsilon_2 \to 0$ имеем

$$\eta = p \pm \theta^{-1}\sqrt{1-\alpha_1^2} \tag{2.3}$$

Из (1.6), (1.7) и (2.3) следует, что локализованная волна существует, если

$$p < 1 - \theta^{-1}\sqrt{1-\alpha_1^2} \tag{2.4}$$

В случае одинаковых пьезоэлектрических материалов класса *6mm* ($\theta = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\chi_1 = \chi_2 = \chi$) уравнение (2.1) приводится к виду

$$\Gamma_1(\eta) = \sqrt{1-\eta^2}\sqrt{1-(p-\eta)^2} - \frac{\chi}{2(1+\chi)}\left[\sqrt{1-\eta^2} + \sqrt{1-(p-\eta)^2}\right] = 0 \tag{2.5}$$

Для того, чтобы решения (1.5) были бы затухающими при $y \to \pm\infty$, необходимо, чтобы корни уравнения (2.5) удовлетворяли условию

$$-1 + p < \eta < 1 \tag{2.6}$$

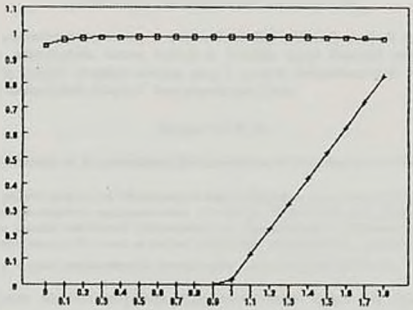
Из (2.6) следует, что при $p \geq 2$ локализованная волна не может существовать.

Вычисляя значения Γ, легко заметить, что при

$$p^2 < 1 - \alpha_2^2, \quad \alpha_2 = \chi(2+\chi)^{-1} \tag{2.7}$$

существует по крайней мере один положительный корень уравнения (2.5). Из уравнения (2.5) также следует, что если $p^2 \approx 1 - \alpha_2^2$ и если η_* является корнем уравнения, то $\eta = p - \eta_*$ также является корнем. Т.е. в этом случае возможны две волны, локализованные вдоль границы раздела полупространств .

На графике (фиг.1) показана зависимость скорости локализованной волны от скорости относительного движения для пьезокерамики ***PZT65/35.*** Аналогичные графики получены также для окиси цинка ***(ZnO),*** сульфида кадмия ***(CdS)*** и титаната бария $(BaTiO_3)$. Для указанных материалов коэффициенты электромеханической связи χ имеют следующие значения: χ=0.320; 0.111; 0.037; 0.479.



фиг. 1

В табл.1 приводятся значения одной безразмерной скорости поверхностной волны η_* для разных значений p.

$\chi \backslash p$	0.4	0.8	1.0	1.2	1.6	1.8
CdS	0.99983	0.99984	0.99984	0.99984	0.99983	0.99983
ZnO	0.99858	0.99861	0.99862	0.99861	0.99858	0.99851
PZT	0.98978	0.99039	0.99044	0.99038	0.98971	0.98823
$BaTiO_3$	0.97937	0.98103	0.98115	0.98097	0.97895	0.97384

Значения второй скорости получаются при $p^2 \geq 1 - \alpha_2^2$ и равны $p - \eta_*$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блохинцев Д. И. *Акустика неоднородной движущейся среды. - М.: Наука, 1981, 208 с.*

2. Лямшев Л. М. *Об определении импенданса в акустике движущейся среды. Докл. АН СССР, 1981, т.261, №1, с. 74 -78.*
3. Лямшев Л. М., Шевяхов Н. С. *О структуре волнового поля на движущейся доменной границе в сегнетоэлектрике и феррите. -Акустический журнал, 1991, т.37 , вып. 6, , с. 1170-1176 .*
4. Балакирев М. К. , Гилинский И. А. *Волны в пьезокристаллах. - Новосибирск: Наука, 1982, 239с.*

Институт Механики НАН Армении

Поступила в редакцию
18.12.1992