

УДК 532.516

**НЕСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ  
СМАЗКИ В СЛОЕ МЕЖДУ ДВУМЯ СООСНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ**

Бондаренко В.С., Петросян Л.Г.

Բոնդարենկո Վ.Ս., Պետրոսյան Լ.Գ.

Երկու համառանցք գլանների միջև եղած շերտում քսուրի յկայունացած շարժման  $\omega_2$  սիմետրիկ մոդելը

Խնդրի լուծման համար կիրառվում է ոչ սիմետրիկ յարման քենզորով կոնվինտումի տեսությունը Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ մասնիկների արագության եւ պոլարման անկյունային արագության համար: Հաստատված է որ քսուրի հոսքի սրագիծնաք ռեժիմի հաստատման ժամանակը փոքրանում է Նավյե-Ստոքսի դառական պոլյունրների համեմատությամբ: Միկրոկատարվածքի հաշվաման ազդեցությունը լուսաբանված է գրաֆիկների վրա:

Bondarenko V.S., Petrosian L.G.

*Asymmetrical Model for Non Steady Motion of Lubricant in Film Between Two Co-centric Cylinders*

Использована теория континуума с несимметричным тензором напряжений к решению задачи неустойчившегося движения смазки в слое между соосными цилиндрами. Получены аналитические выражения для скорости и угловой скорости вращения частиц. Установлено, что время разгона шипа, как и время установления стационарного режима течения смазки в слое между двумя соосными цилиндрами (шипом и подшипником) уменьшается (в зависимости от микроструктуры жидкости) по сравнению с результатами классической теории Навье-Стокса. Влияние учета микроструктуры проиллюстрировано на графиках.

Рассмотрим два соосных цилиндра, пространство между которыми заполнено вязкой несимметричной жидкостью. Пусть при этом внешний цилиндр неподвижен, а внутренний начинает вращаться под действием приложенной к нему в момент  $t = 0$  пары с постоянным моментом  $M$ . Найдем последующее движение внутреннего цилиндра, принимая во внимание трение его о смазочный слой.

Задача в такой постановке аналогична задаче Н.П.Петрова и будет соответствовать случаю шипа, не несущего поперечной нагрузки. Задача о несимметричной модели гидродинамической теории цилиндрического подшипника (задача Зоммерфельда) рассмотрена в [1]. С практической точки зрения достаточно будет ограничиться приближенным решением, полагая просвет между цилиндрами малым.

Задачу в такой постановке решил С.М.Тарг [2]. Вышеуказанное решение было основано на классической теории континуума. Однако, классическая точка зрения налагает сильные ограничения на пределы, в которых континуальное описание макроскопического поведения может успешно отражать тонкую структуру материала

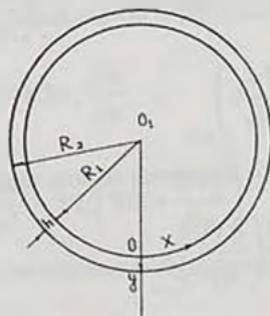
Накопившиеся факты свидетельствуют о том, что классическая теория континуума Навье-Стокса не может точно предсказать поведение некоторого класса жидкостей и особенно течений через тонкие капилляры и узкие зазоры, так как не содержит механизма для объяснения наблюдаемых новых физических явлений. Такая потеря точности возможна в случаях, когда характерный размер системы (разность радиусов коаксиальных цилиндров) сравним с характерной материальной длиной вещества, значение которой обусловлено средним размером молекул или зерен, содержащихся в среде [3].

Это обстоятельство (совместно с другими недостатками классической теории континуума) привело исследователей к разработке теории несимметричных жидкостей.

Все более очевидно, что разработанные в последнее время положения теории структурных жидкостей могут успешно описывать неньютоновские поведения реальных жидкостей [3]. В эту теорию введены два независимых кинематических векторных поля, одно из которых представляет поступательные движения частиц жидкости, а другое - вращательные движения частиц, характеризующие внутренние степени свободы, соответствующие им моментные напряжения [3-12]. Характерным отличием теории структурных сред с несимметричным тензором напряжений является присутствие масштабных параметров. Эти жидкости реагируют на микровращательные движения и спиновую инерцию, поэтому могут воспринимать распределенные поверхностные и массовые пары сил.

В настоящей работе применена теория континуума с несимметричным тензором напряжений к решению задачи неустановившегося движения смазки в слое между двумя соосными цилиндрами.

Обозначим радиусы внутреннего цилиндра (шипа) и внешнего цилиндра (подшипника) соответственно через  $R_1$  и  $R_2$ , длина шипа  $H$ , а момент инерции вращающихся частей (шипа), относительно оси вращения  $J_1$ . Считая течение плоско-параллельным и отсчитывая криволинейную координату  $x$  вдоль дуги окружности радиуса  $R_1$ , а координату  $y$  - вдоль внешней нормали к этой окружности, будем полагать величину  $h = R_2 - R_1$  малой по сравнению с  $R_1$  и пренебрегать кривизной координатных линий (фиг. 1).



Фиг. 1

Дифференциальные уравнения неустановившегося движения несимметричной жидкости в смазочном слое имеют вид [3,13]

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = (v + v_r) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + 2v_r \frac{\partial \omega}{\partial y}$$

$$I \frac{\partial \omega}{\partial t} = (c_s + c_r) \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (\omega = \omega_z)$$

где  $v_x, v_y$  - проекции вектора скорости соответственно на оси  $x, y$ ;  $\omega$  - проекция на оси  $z$  вектора, характеризующего среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума;  $V$  - кинематическая ньютоновская вязкость;  $V_r$  - кинематическая вращательная вязкость;  $c_s, c_r$  - коэффициенты моментной вязкости;  $I$  - скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы.

В уравнениях (1), (2) пренебрегали действием массовых сил и моментом считали давление всюду постоянным, аналогично простому срезному течению Куэтта.

Дифференциальное уравнение вращательного движения шипа будет

$$J_1 \frac{d\Omega}{dt} = M - M_{mp}$$

где  $M_{mp}$  - момент сил трения.

Если принять во внимание, что [3]

$$\begin{aligned} M_{mp} &= -2\pi R_1^2 H \tau_0 = -2\pi R_1^2 H \rho (v + v_r) \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = \\ &= -\rho (v + v_r) R_1 S \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} \end{aligned}$$

то уравнение вращательного движения можно привести к виду

$$\frac{du}{dt} = \frac{q}{m} + \frac{\rho (v + v_r)}{m} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0}$$

При этом в (5)

$$u = R_1 \Omega, m = \frac{J_1}{SR_1^2}, q = \frac{M}{SR_1}$$

Здесь  $\tau_0$  - напряжение силы вязкости на поверхности шипа,  $\rho$  - массовая плотность смазки,  $u$  - переменная скорость движения точки шипа при  $y=0$ .

Мы предполагаем, что жидкость прилипает к стенкам цилиндров при  $y=0$  и  $y=h$ , тогда начальные и граничные условия для поступательной скорости и угловой скорости вращения частиц будут:

$$\text{при } t=0 \quad v_x = 0, \quad u = 0, \quad \omega = 0$$

$$\text{при } y=0 \quad (t > 0), \quad v_x = u, \quad \omega = 0 \quad (7)$$

$$\text{при } y=h \quad (t > 0), \quad v_x = 0, \quad \omega = 0$$

Так как нестационарные гидродинамические задачи в рамках теории несимметричной модели жидкости даже в простейших постановках имеют своими решениями весьма громоздкие, сложные выражения, то мы приведем ниже приближенное решение задачи. Идея метода состоит в приближенном учете инерционных членов  $\partial v_x / \partial t$  и  $\partial \omega / \partial t$  в уравнении движения вязкой несимметричной жидкости [14]. Такой приближенный учет инерционных сил был сделан при решении задачи в случае классической ньютоновской жидкости [2]. Вместо полных уравнений (1) и (2) будем рассматривать уравнения, в которых ускорения заменены их средним по толщине слоя значениями и которые имеют следующий вид:

$$\varphi(t) = \frac{1}{h_0} \int_0^h \frac{\partial v_x}{\partial t} dy \quad (8)$$

$$\psi(t) = \frac{1}{h_0} \int_0^h \frac{\partial \omega}{\partial t} dy \quad (9)$$

При этом условимся в дальнейшем всюду вместо  $h$  писать  $h_0$ . Выражения (8) и (9) зависят от  $t$ .

При таком осреднении уравнения (1) и (2) примут следующий вид:

$$\varphi(t) = (v + v_r) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + 2v_r \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (10)$$

$$I\psi(t) = (c_a + c_d) \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 2v_r \left( 2\omega + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (11)$$

Граничными условиями по-прежнему будут условия (7), а именно:

$$\text{при } y=0 \quad v_x = u(t), \quad \omega = 0;$$

$$\text{при } y=h \quad v_x = 0, \quad \omega = 0 \quad (12)$$

Разрешая (10) относительно  $\partial v_x / \partial y$ , получаем

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{1}{v+v_r} \varphi(t)y - 2 \frac{v_r}{v+v_r} \omega - C_1 \quad (13)$$

Подстановка  $\partial v_x / \partial y$  в уравнение (11) дает

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - k^2 \omega = \frac{2N^2}{c_a + c_d} \varphi(t)y + \frac{I}{c_a + c_d} \psi(t) - \frac{2v_r}{c_a + c_d} C_1, \quad (14)$$

где

$$k = \left( \frac{4v}{v+v_r} \frac{v_r}{c_a + c_d} \right)^{1/2}, \quad N = \left( \frac{v_r}{v+v_r} \right)^{1/2} \quad (15)$$

Общее решение уравнения (14) есть

$$\omega = C_2 \operatorname{ch}(ky) + C_3 \operatorname{sh}(ky) - \frac{1}{2v} \varphi(t)y + \frac{v+v_r}{2v} C_1 - \frac{I}{4N^2 v} \psi(t) \quad (16)$$

Подставляя (16) в (13) и интегрируя по  $y$ , получим

$$v_x = \frac{1}{2v} \varphi(t)y^2 - \frac{2N^2}{k} C_2 \operatorname{sh}(ky) - \frac{2N^2}{k} C_3 \operatorname{ch}(ky) + \frac{v-v_r}{v} C_1 y + \frac{1}{2v} \psi(t)y + C_4 \quad (17)$$

где  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  - функции от времени.

Используя граничные условия (12) из (16) и (17), определяем  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$ :

$$C_1(t) = -\frac{IA\psi(t) \left[ \frac{1-\operatorname{ch}\lambda}{\lambda \operatorname{sh}\lambda} + 1 \right]}{v} - \frac{Ah_0\varphi(t) \left[ \frac{N^2(1-\operatorname{ch}\lambda)}{\lambda \operatorname{sh}\lambda} + 1 \right]}{v} - \frac{uA}{h_0} \quad (18)$$

$$C_2(t) = \frac{I}{4N^2 v} \psi(t) - \frac{v+v_r}{2v} C_1 \quad (19)$$

$$C_3(t) = \frac{I}{4N^2 v} \psi(t) \frac{1-\operatorname{ch}\lambda}{\operatorname{sh}\lambda} + \frac{h_0\varphi(t)}{2v \operatorname{sh}\lambda} - \frac{v+v_r}{2v} \frac{1-\operatorname{ch}\lambda}{\operatorname{sh}\lambda} C_1 \quad (20)$$

$$C_4(t) = u + \frac{I}{2kv} \frac{1-\operatorname{ch}\lambda}{\operatorname{sh}\lambda} \psi(t) + \frac{N^2 h_0\varphi(t)}{kv \operatorname{sh}\lambda} - \frac{v_r}{kv} \frac{1-\operatorname{ch}\lambda}{\operatorname{sh}\lambda} C_1 \quad (21)$$

где 
$$A = \frac{1}{1 - \frac{v_r}{v} + \frac{v_r}{v} \frac{\text{sh} \lambda}{\lambda} - 2N^2 \frac{(1 - \text{ch} \lambda)^2}{\lambda \text{sh} \lambda}}, \quad \lambda = \left( \frac{4v}{v + v_r} \frac{v_r}{c_s + c_d} \right)^{1/2} h_0 \quad (22)$$

Подставляя эти значения  $v_r$  и  $\omega$  в правые части дифференциального уравнения вращения шипа (5) и выражений (8) и (9), с учетом (18)-(21), приходим к равенствам

$$\frac{du}{dt} = \frac{q}{m} - \frac{\rho(v + v_r)A}{mh_0} u - \frac{\rho(v + v_r)Ah_0}{2mv} \varphi(t) \left( 2N^2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) - \frac{\rho(v + v_r)IA}{2mv} \left( 2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) \psi(t) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \frac{h_0^2}{2v} \frac{d\varphi(t)}{dt} - \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{2N^2}{\lambda \text{sh} \lambda} - \frac{2N^2}{\lambda} \right) - \frac{A}{2} \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} \right) \times \right. \\ & \times \left. \left( 2N^2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) \right] + \frac{Ih_0}{4v} \frac{d\psi(t)}{dt} \left( 2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) \times \\ & \times \left[ 1 - A \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} \right) \right] + \frac{du}{dt} \left[ 1 - \frac{A}{2} \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \psi(t) = & - \left( 2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) \left\{ \frac{I}{4v} \frac{d\psi(t)}{dt} \left[ \frac{1}{N^2} + \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \left( 2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) A \right] + \right. \\ & \left. + \frac{h_0}{4v} \frac{d\varphi(t)}{dt} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \left( 2N^2 \frac{1 - \text{ch} \lambda}{\lambda \text{sh} \lambda} + 1 \right) A + \frac{A}{2h_0} \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \frac{du}{dt} \right] \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

Введем следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} u_* = \frac{u}{U_*} = u \frac{\rho v}{qh_0}, \quad \Theta = \frac{v}{h_0^2} t, \quad n = \rho \frac{h_0}{m}, \quad g = \frac{I}{h_0^2}, \\ \Phi(\Theta) = \frac{\rho h_0}{q} \varphi(t), \quad \Psi(\Theta) = \frac{\rho I}{q} \psi(t) \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь  $U_* = \frac{qh_0}{\rho v}$  - предельное значение скорости точки шипа (при  $u = 0$ ) при  $t \rightarrow \infty$ , относящегося к классическому случаю ньютоновской жидкости [2].

Тогда, уравнения (23)-(25) в безразмерной форме примут следующий вид:

$$\frac{du^*}{d\theta} = n - \left(1 + \frac{v_r}{v}\right) Anu^* - \left(1 + \frac{v_r}{v}\right) \frac{An}{2} \left(2N^2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1\right) \Phi(\theta) - \left(1 + \frac{v_r}{v}\right) \frac{An}{2} \left(2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1\right) \Psi(\theta) \quad (27)$$

$$\Phi(\theta) = \frac{1}{2} \frac{d\Phi(\theta)}{d\theta} \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{2N^2}{\lambda \text{sh}\lambda} - \frac{2N^2}{\lambda^2} \right) - \frac{A}{2} \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} \right) \right] \times \left( 2N^2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1 \right) + \frac{1}{4} \frac{d\Psi(\theta)}{d\theta} \left( 2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1 \right) \times \quad (28)$$

$$\times \left[ 1 - A \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} \right) \right] + \frac{du^*}{d\theta} \left[ 1 - \frac{A}{2} \left( 1 - \frac{v_r}{v} - \frac{2v_r}{v} \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} \right) \right] \Psi(\theta) = -g \left( 2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1 \right) \left\{ \frac{d\Psi(\theta)}{d\theta} \left[ \frac{1}{N^2} + \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \left( 2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1 \right) A \right] + \right. \quad (29)$$

$$\left. + \frac{d\Phi(\theta)}{d\theta} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \left( 2N^2 \frac{1 - \text{ch}\lambda}{\lambda \text{sh}\lambda} + 1 \right) A \right] + \frac{du^*}{d\theta} \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \frac{A}{2} \right\}$$

Так как при  $t = 0$   $v_x = 0$ ,  $u = 0$  и  $\omega = 0$ , то из (16)-(21) следует, что  $\Phi(0) = 0$  и  $\Psi(0) = 0$ . Тогда, принимая во внимание (26), получим следующие начальные условия:

$$\text{при } \theta = 0 \quad u^* = 0, \quad \Phi(0) = 0, \quad \Psi(0) = 0 \quad (30)$$

Уравнения (16) для  $\omega$  и (17) для скорости  $v_x$ , с учетом обозначения (26), в безразмерном виде запишутся так:

$$\omega^* = \frac{\omega h_0}{U_-} = C_2^* \text{ch}(\lambda y^*) + C_3^* \text{sh}(\lambda y^*) - \frac{1}{2} \Phi(\theta) y^* + \frac{v + v_r}{2v} C_1^* - \frac{1}{4N^2} \Psi(\theta) \quad (31)$$

$$v_x^* = \frac{v_x}{U_-} = \frac{1}{2} \Phi(\theta) y^{*2} - \frac{2N^2}{\lambda} C_2^* \text{sh}(\lambda y^*) - \frac{2N^2}{\lambda} C_3^* \text{ch}(\lambda y^*) + \frac{v - v_r}{v} C_1^* y^* + \frac{1}{2} \Psi(\theta) y^* + C_4^* \quad (32)$$

Здесь

$$C_1^* = \frac{\rho v}{q} C_1, \quad C_2^* = \frac{\rho v}{q} C_2, \quad C_3^* = \frac{\rho v}{q} C_3,$$

$$C_4^* = \frac{\rho v}{q h_0} C_4, \quad y^* = \frac{y}{h_0}$$

Решения (28) и (32) переходят в классические при  $v_r = 0$  [2] и (31) дает  $\omega = 0$ .

Так как  $v$ ,  $v_r$ ,  $c_a$ ,  $c_d$  не отрицательны, то  $\lambda$  - действительное число.

Структурная несимметричная жидкость, помимо обычных безразмерных параметров, встречающихся в теории ньютоновской жидкости, обладает новыми скалярными константами, связанными с учетом вращательного движения частиц. Несимметричная жидкость характеризуется тремя физическими константами  $v$ ,  $v_r$  и  $(c_a + c_d)$  в отличие от классической ньютоновской жидкости, которая характеризуется лишь одной константой вязкости [3]. Параметр  $v$  имеет размерность вязкости. Поскольку он появляется в результате учета вращательного движения частиц, то естественно его называть вязкостью вращательного движения или просто вращательная вязкость [15].  $v_r$  характеризует сопротивление вращательным движениям подобно тому, как сдвиговая ньютоновская вязкость характеризует сопротивление поступательным движениям. Константа  $(c_a + c_d)$  имеет размерность  $[v \cdot L^2]$ , и с ее помощью можно составить параметр  $l = \left( \frac{c_a + c_d}{4v} \right)^{1/2}$ , который имеет размерность длины. Параметр  $l$  может быть отождествлен с некоторой характеристикой вещества, зависящей от размера молекул (подструктуры).

Структурные несимметричные жидкости характеризуются двумя безразмерными параметрами.

Параметр связи  $N$ , определенной формулой  $N = [v / (v + v_r)]^{1/2}$ , характеризует связь уравнений (1) поступательного и (2) вращательного движений. Когда  $v_r \rightarrow 0$ , получаем  $N \rightarrow 0$ , эти уравнения разделяются, и уравнение поступательного движения (1) сводится к обычному уравнению Навье-Стокса.

Второй важный безразмерный параметр  $L$  представляет собой отношение зазора между стенками внешнего и внутреннего цилиндров  $h_0 = R_2 - R_1$  к характерной материальной длине  $l$ , то есть

$$L = \frac{h_0}{l} \quad (\text{или } \lambda = kh_0 = \frac{Nh_0}{l} = NL)$$

Это число характеризует взаимосвязь между геометрией и свойствами жидкости.

Можно ожидать, что эффекты несимметричности жидкости будут значительными, когда  $l$  либо велико (что соответствует большому размеру подструктуры вещества), либо зазор между цилиндрами  $h_0$  мал.

Большое значение  $L$  означает большой зазор между цилиндрами или малую характерную материальную длину  $l$ . В этом случае влияние микроструктуры

жидкости незначительно. Здесь, по-видимому, представляет интерес второй случай, когда зазор между цилиндрами  $h_0$  мал и сравним с  $l$ .

Чтобы показать влияние учета микроструктуры жидкости (смазки) на значение  $v_x$  и  $u$ , используем их значения, полученные Таргом [2] при анализе решения классического случая. Для  $u$  и  $v_x$  имеем [2]

$$u = \Omega R_1 = \frac{qh_0}{\rho v} \left( 1 - \exp \frac{v_n}{k_0^2 t} \right) \quad (33)$$

$$v_x = \frac{qh_0}{\rho v} \left( 1 - \frac{y}{h_0} \right) \left( 1 - \exp \frac{v_n}{k_0^2 t} \right) = u \left( 1 - \frac{y}{h_0} \right) \quad (34)$$

Из (33) видно, что скорость точки шипа (при  $y=0$ ) при  $t \rightarrow \infty$  стремится к предельному значению  $U_- = \frac{qh_0}{\rho v}$ . Заметим, что  $u$  будет отличаться от  $U_-$  менее чем на 1% по истечении промежутка времени  $t_1$ , для которого  $\exp \frac{v_n}{k_0^2 t_1} = 0,01$ . Отсюда

$$t_1 = 4,6 \frac{h_0^2}{v_n} = 4,6 \frac{h_0 J_1}{\rho v S R_1^2} \quad (35)$$

Если, в частности, считать, что вращающееся тело представляет однородный цилиндрический вал, концы которого являются шипами, и если принять, что полная длина вала в  $l_1$  раз больше длины смоченной части  $H$ , то будет  $J_1 = 0,5 R_1^2 m_1 = 0,25 R_1^3 \rho_1 S l_1$ , и формула (35), определяющая время разгона, имеет вид

$$t_1 = 1.15 l_1 \frac{R_1 h_0 \rho_1}{v \rho} \quad (36)$$

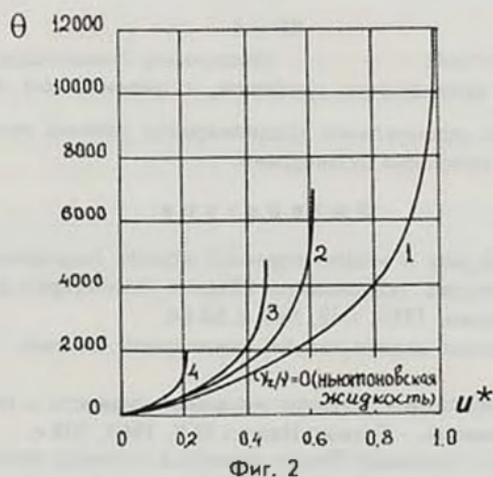
Следует отметить, что для подшипника  $t_1$  будет невелико: порядка нескольких секунд. Если принять, например,  $l_1 = 10$ ,  $v = 2 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\rho_1 = 10\rho$ ,  $R_1 = 5 \text{ см}$ ,  $h_0 = 0.05 \text{ см}$ , то получится  $t_1 = 14 \text{ с}$ .

Был произведен численный эксперимент для исследования системы дифференциальных уравнений (27)-(29) при начальных условиях (30) для различных значений  $\frac{v_r}{v}$  и  $g$ . Результаты этих исследований были использованы для построения профилей скоростей для различных моментов времени.

На фиг.2 представлены графики зависимости безразмерной скорости движения точки шипа (при  $y=0$ ) от безразмерного времени  $\theta$  (для рассмотренной задачи  $\theta = 800t$ ) при различных значениях  $\frac{v_r}{v}$  (при  $\lambda = 1$ ). Кривая 1

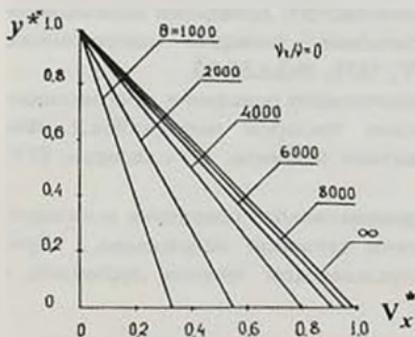
построена для  $\frac{v_r}{v} = 0$  (классический профиль - ньютоновская жидкость),  
 кривая 2 - для  $\frac{v_r}{v} = 0,5$ , кривая 3 - для  $\frac{v_r}{v} = 1$ , кривая 4 - для  $\frac{v_r}{v} = 9$ .

Как видно из этого графика, с увеличением отношения  $\frac{v_r}{v}$  скорость точки шипа уменьшается по сравнению скорости для классических жидкостей Навье-Стокса, где внутреннее вращение не учитывается. С увеличением  $\frac{v_r}{v}$  уменьшается также время разгона  $t_1$ .

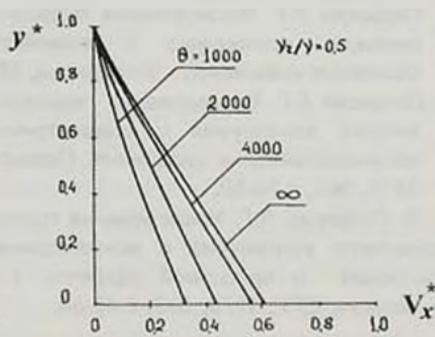


Фиг. 2

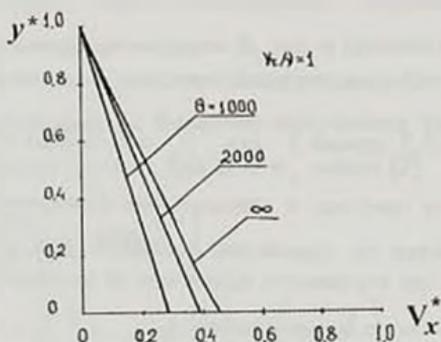
На фиг.3, 4, 5 представлены профили безразмерных скоростей смазки в слое между двумя соосными цилиндрами для разных моментов времени при  $\frac{v_r}{v} = 0$ ,  $\frac{v_r}{v} = 0,5$ ,  $\frac{v_r}{v} = 1$  (при  $\lambda = 1$ ).



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Как видно из приведенных графиков, с увеличением значений  $\frac{v_r}{v}$  уменьшается время установления стационарного режима течения смазки в слое между двумя соосными цилиндрами.

### Л и т е р а т у р а

1. Петросян Л.Г. Задача о несимметричной модели гидродинамической теории цилиндрического подшипника (Задача Зоммерфельда). - Изв. АН АрмССР, Механика, 1989, т.42, №3, с.54-64.
2. Тарг С.М. Основные задачи теории ламинарных течений. - М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. 420 с.
3. Петросян Л.Г. Некоторые вопросы механики жидкости с несимметричным тензором напряжений. - Ереван: Изд-во ЕГУ, 1984. 308 с.
4. Grad H. Statistical Mechanics-Thermo-dynamics and fluid dynamics of systems with an arbitrary number of Integrals. - Commun.pure appl.math., 1952, vol.5, №4, p.455-494.
5. Аэро Э.Л., Булыгин А.Н., Кувшинский Е.В. Асимметрическая гидромеханика. - ПММ, 1965, т.29, вып.2, с.297-308.
6. Нгуен Ван Дьеп, Листров А.Т. О неизоотермической модели несимметричных жидкостей. - ИАН СССР, МЖГ, 1967, №5, с.132-136.
7. Петросян Л.Г. Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения.1. Основные уравнения. - Уч.записки, ЕГУ, 1976, №3, с.56-63.
8. Петросян Л.Г. Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения.2. Феноменологические уравнения. Перекрестные эффекты. - Уч.записки, ЕГУ, 1977, №2, с.74-80.
9. Петросян Л.Г. Исследование гидродинамического поведения многокомпонентного континуума с асимметрическим тензором напряжения.3. Пристеночный и приосевой эффекты в пуазелевском течении суспензии. - Уч.записки, ЕГУ, 1978, №2, с.46-54.

10. Петросян Л.Г. К построению модели магнитной гидродинамики несимметричных жидкостей. - ПМ, 1976, т.12, №11, с.103-109.
11. Петросян Л.Г. О модели электродинамики с несимметричным тензором напряжений. - ЖТФ, 1979, т.49, вып.3, с.481-487.
12. Петросян Л.Г. К построению неизотермической модели электрогидродинамики с несимметричным тензором напряжений. - ПМ, 1980, т.16, №4, с.108-114.
13. Петросян Л.Г. Моментная гидродинамическая теория прокатки. - ПМ, 1982, т.18, №4, с.116-121.
14. Слезкин Н.А., Тарг С.М. Обобщенные уравнения Рейнольдса. - ДАН СССР, 1946, т.LIV, №3, с.205-208.
15. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. - М.: Мир, 1964, 456 с.

Ереванский государственный университет

Поступила в редакцию

22.10.1992