ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

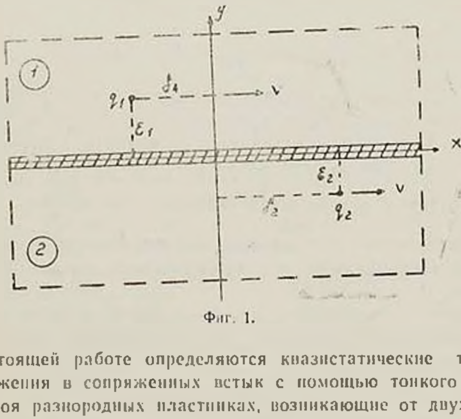
Մեխանիկա 47, № 1—2, 1994 Механика

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В СОПРЯЖЕННЫХ ВСТЫК С ПОМОЩЬЮ ТОНКОГО ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ РАЗНОРОДНЫХ ПЛАСТИНКАХ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ ОТ ПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

САРГСЯН А. М.

Исследовано влияние теплофизических характеристик разнородных материалов, мощности и скорости движения источников тепла на термоупругие напряжения в составной пластинке. Получены условия, обеспечивающие в случае идеального термомеханического контакта между разнородными пластинками непрерывность всех напряжений.

Определение температурных полей и тепловых напряжений в нагреваемых подвижными источниками тепла тонких пластинках необходимо для проектирования оптимальных процессов сварки. Температурные поля и напряжения в однородных изотропных и анизотропных пластинках, обусловленные движущимися источниками тепла, широко освещены в работах [1—4]. В работах [5—7] приведены решения задач о температурных полях, возникающих в процессе соединения разнородных пластин. Исследованию квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки, по прямолинейному контакту которой движется линейный источник тепла, посвящены работы [8, 9].



Фиг. 1.

В настоящей работе определяются квазистатические термоупругие напряжения в сопряженных встык с помощью тонкого промежуточного слоя разнородных пластинках, возникающие от двух источников тепла, движущихся параллельно краям пластинок (фиг. 1). Тепловые и упругие характеристики, относящиеся к слою и разнородным пластинкам, имеют индексы 0, 1 и 2, соответственно, и не зависят от температуры. Тонкий промежуточный слой обладает внутренним термосопротивлением, жесткостью на растяжение-сжатие и жесткостью на изгиб. Через поверхности пластинок осуществляется теплообмен с внешней средой постоянной температуры по закону Ньютона. Предполагается, что на бесконечности разность температур пластинок и среды, а также напряжения исчезают.

Расчетная схема определения температурных напряжений, принятая в настоящей работе, в первом приближении соответствует сварке-пайке разнородных пластин с предварительным нагревом или с интенсивным охлаждением, сварке-пайке с сопутствующим нагревом или охлаждением, сварке с применением промежуточной прокладки и т. д. [10, 11]

При сделанных предположениях относительно свойств тонкого промежуточного слоя его термоупругие характеристики входят в условия неидеального термомеханического контакта между разнородными пластинками [4].

1. Составную пластинку отнесем к декартовой системе координат (фиг. 1). Для определения квазистационарного температурного поля в составной пластинке должна быть решена система дифференциальных уравнений

$$\Delta T_j - m_j^2 T_j + \frac{v}{a_j}\frac{\partial T_j}{\partial y} = -\frac{q_j}{\lambda_j h}\delta(x+\xi_j)\delta(y-\varepsilon_j) \qquad (1)$$

$$j=1, \quad y>0, \quad \varepsilon_1>0; \quad j=2, \quad y<0, \quad \varepsilon_2<0; \quad |x|<\infty$$

при следующих условиях неидеального теплового контакта на линии раздела $y=0$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha_k (T_1 - T_2), \quad y=0 \qquad (2)$$

Здесь T_j — разность температур пластинок и среды, λ_j, a_j — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности разнородных пластинок, h — толщина пластинок, q_j — мощности источников тепла, $\delta(z)$ — функция Дирака, $\Delta=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$, $m_j^2=2\beta_j/\lambda_j h$ (β_j — коэффициенты теплоотдачи с поверхностей пластинок), $\alpha_k^{-1}=\frac{2h_y}{\lambda_0 h}$ — контактное термосопротивление, учитывающее наличие тонкого промежуточного слоя, λ_0, h_y — коэффициент теплопроводности и ширина промежуточного слоя.

Решение краевой задачи (1), (2) с помощью интегрального преобразования Фурье получено в работе [6] и имеет следующий вид:

$$T_j(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{T}_j(u,y) e^{-iux} du \qquad (3)$$

где

$$\overline{T}_1(u,y)=Q_1[e^{-|y-\varepsilon_1|k_1}-e^{-(y+\varepsilon_1)k_1}]+C_1\cdot e^{-yk_1}$$

$$\overline{T}_2(u,y)=Q_2[e^{-|y-\varepsilon_2|k_2}-e^{(y+\varepsilon_2)k_2}]+C_2\cdot e^{yk_2}$$

$$C_j=\frac{1}{2\pi h}\cdot\frac{\alpha_*\sum\limits_{n=1}^{2} q_j e^{-|\varepsilon_n|k_n-iu\xi_n}+q_j\lambda_{3-j}k_{3-j}e^{-|\varepsilon_j|k_j-iu\xi_j}}{\lambda_1k_1\cdot\lambda_2k_2+\alpha_*(\lambda_1k_1+\lambda_2k_2)}$$

$$k_j=\sqrt{u^2+m_j^2+iup_j},\quad p_j=\frac{v}{a_j},\quad \mathrm{Re}\,k_j>0,\quad Q_j=\frac{q_je^{-iu\xi_j}}{4\pi h\lambda_jk_j}$$

2. Решения двумерной квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки приводится к интегрированию уравнений равновесия

$$\frac{\partial\sigma_{xj}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yj}}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial\sigma_{xyj}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yj}}{\partial y}=0 \tag{4}$$

и условий совместности деформаций

$$\Delta(\sigma_{xj}+\sigma_{yj})+\alpha_jE_j\Delta T_j=0 \tag{5}$$

с условиями неидеального термомеханического контакта между разнородными пластинками на линии $y=0$ [4]

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_1\sigma_{y1}}{E_1}-\alpha_1T_1+\frac{T_1+T_0}{2}\alpha_0\right)=\frac{h}{g_0}(\sigma_{xy1}-\sigma_{xy2})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{2+\nu_1}{E_1}\cdot\frac{\partial\sigma_{xy1}}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sigma_{x1}}{E_1}-\alpha_1T_1\right)+\alpha_0\frac{T_1-T_2}{h_y}\right]= \tag{6}$$

$$=\frac{k}{g_0'}(\sigma_{y1}-\sigma_{y2}),\quad u_1=u_2,\quad v_1=v_2$$

где E_j, ν_j и α_j—модули упругости, коэффициенты Пуассона и линейного расширения разнородных пластинок; E_0, α_0 h_y, g_0, g_0' —модуль упругости, коэффициент линейного расширения, толщина, жесткость на растяжение—сжатие и жесткость на изгиб промежуточного материала ($g_0=Ehh_y$, $g_0'=E_0hh_y^3/12$).

Применяя экспоненциальное преобразование Фурье, заменяя предварительно непрерывность перемещений u_j и v_j эквивалентными им условиями непрерывности $\partial u_j/\partial x$ и $\partial_2 v_j/\partial x^2$ [11], соответственно, для преобразований напряжений получим

$$\begin{aligned}\overline{\sigma}_{yj}(u,y)=&(A_j+yB_j)e^{-|y||u|}+b_jF_ju^2k_jC_je^{-|y|k_j}+\\&+Q_jb_jF_j|u|k_j[e^{-|y+\varepsilon_j|k_j}-e^{-|y-\varepsilon_j||u|}]-\\&-Q_jb_jF_ju^2[e^{-|y+\varepsilon_j|k_j}-e^{-|y-\varepsilon_j|k_j}],\end{aligned} \tag{7}$$

$$\overline{\sigma}_{xj}(u,y)=-\frac{1}{u^2}\frac{d^2\overline{\sigma}_{yj}(u,y)}{dy^2} \tag{8}$$

$$\bar{\sigma}_{xyj}(u,y)=\frac{1}{iu}\,\frac{d\bar{\sigma}_{yj}(u,y)}{dy}\tag{9}$$

где

$$A_j\Delta_0=b_jF_jd_j|u|\left[\left\langle\left(1-\frac{d_{3-j}}{4\mu_{3-j}}\right)|u|-k_j\right\rangle C_j+2Q_je_jk_j\right]+$$
$$+b_{3-j}F_{3-j}d_{3-j}|u|[(|u|-k_{3-j})C_{3-j}+2Q_{3-j}e_{3-j}k_{3-j}]+$$
$$+G_0\Big\{-2b_jF_j\mu_ju^2C_j[\langle l_{3-j}+\mu(1-\nu_j)\rangle|u|+2\mu(1+\nu_j)k_j]+$$
$$+4b_{3-j}F_{3-j}\mu_{3-j}\mu u^2C_{3-j}(1+\nu_{3-j})(|u|-k_{3-j})+$$
$$+4\mu\sum_{n=1}^{2}\mu_n(1+\nu_n)b_nF_nu^2k_n2Q_ne_n+\mu(\nu_1+\nu_2-2)b_0|u|(C_1+C_2)\Big\}+$$
$$+G_0^*u^2\Big\{(-1)^j\Big[l_{3-j}+\mu(5+\nu_1\nu_2-\nu_1-\nu_2)\frac{b_0}{h_y}(C_1+C_2)-b_jF_ju^2[2\mu\mu_j\times$$
$$\times(1-\nu_j^2)|u|C_j+2\mu_jk_j\langle l_{3-j}+2\mu_j(1+\nu_j)\rangle(C_j-2Q_je_j)\Big]+b_{3-j}F_{3-j}\times$$
$$\times u^2[|u|C_{3-j}-k_{3-j}(C_{3-j}-2Q_{3-j}e_{3-j})\cdot 2\mu\mu_{3-j}(1-\nu_j)(1+\nu_{3-j})]\Big\}-$$
$$-(-1)^j\frac{2b_0}{h_y}(C_1-C_2)+\frac{b_0}{2}(1-\nu_j)|u|(C_1+C_2)\},\tag{10}$$
$$-\mu_jl_{3-j}G_0G_0^*|u|^4\{b_jF_ju^2[(1-\nu_j)|u|C_j+2k_j(C_j-2Q_je_j)]\mu_j(1+\nu_j)-$$

$$B_j\Delta_0=\frac{d_j}{2\mu_j}(4-p)b_jF_ju^2[(|u|-k_j)C_j+2Q_je_jk_j]-(-1)^j2\mu_{3-j}(1+\nu_j)\times$$
$$\times G_0|u|\left\{\frac{b_0d_j(1+\nu_{3-j})}{8\mu_j(1+\nu_j)}(C_1+C_2)|u|+\mu_j\sum_{n=1}^{2}\mu_n(1+\nu_n)b_nF_nu^2\Big\langle(|u|-k_n)\times\right.$$
$$\left.\times C_n+2Q_ne_nk_n\Big\rangle\right\}+2\mu_{3-j}(1+\nu_j)G_0^*|u|^3\left\{\frac{b_0d_j(1+\nu_{3-j})}{4\mu_jh_y(1+\nu_j)}(C_1-C_2)+\right.$$
$$\left.+\mu_j\sum_{n=1}^{2}(-1)^n\mu_n(1+\nu_n)b_nF_nu^2[(|u|-k_n)C_n+2Q_ne_nk_n]\right\}-\mu_jl_{3-j}\times$$
$$\times(1+\nu_j)G_0G_0^*u^4\left\{\frac{b_0}{h_y}(C_1-C_2)-\frac{b_0}{2}(C_1+C_2)|u|+\mu_j(1+\nu_j)b_jF_ju^2\times\right.$$
$$\left.\times[(|u|-k_j)C_j+2Q_je_jk_j]\right\},\tag{11}$$

$$\Delta_0=pd+2G_0(l_2+\mu l_1)|u|+2G_0^*(l_2+\mu l_1)|u|^3-G_0G_0^*l_2l_1u^4,\tag{12}$$

$F_j=(m_j+iup_j)^{-1}$, $\quad b_j=\alpha_jE_j$, $\quad b_0=\alpha_0E_1$, $\quad p=3-\nu_1+\mu(1+\nu_2)$,

$d=1+\nu_1+\mu(3-\nu_2)$, $\quad l_j=\mu_j^2(1+\nu_j)(3-\nu_j)$, $\quad e_j=e^{-k_j|k_j}-e^{-k_j|u|}$,

$\mu=\dfrac{E_1}{E_2}$, $\quad G_0=\dfrac{g_0}{hE_1}$, $\quad G_0^*=\dfrac{g_0^*}{hE_1}$, $\quad d_j=\begin{cases}2d, & j=1\\ 2\mu p, & j=2\end{cases}$, $\quad \mu_j=\begin{cases}1, & j=1\\ \mu, & j=2\end{cases}$

Полагая в (10)—(12) $g_0=g_0^*=0$, $\alpha_2\to\infty$, приходим к решению термоупругой задачи для кусочно-однородной пластинки, нагреваемой двумя движущимися источниками тепла, когда термомеханический контакт между разнородными пластинками является идеальным. При этом

$$A_j\Delta_0 = b_jF_jd_j|u|\left\{\left[\left(1-\frac{d_{3-j}}{4\mu_{3-j}}\right)|u|-k_j\right]C_j + 2Q_je_jk_j\right\} +$$

$$+ b_{3-j}F_{3-j}d_{3-j}|u|\{(|u|-k_{3-j})C_{3-j} + 2Q_{3-j}e_{3-j}k_{3-j}\}.$$

$$\tag{13}$$

$$B_j\Delta_0 = \frac{d_j}{2\mu_j}(1-p)\,b_jF_ju^2[(|u|-k_j)C_j+2Q_je_jk_j],$$

$$C_1 = C_2 = \frac{q_1e^{-i(\delta_1-i\varepsilon_1)}+q_2e^{i(\delta_2-i\varepsilon_2)}}{2\pi h(\lambda_1k_1+\lambda_2k_2)}, \quad \Delta_0 = pd$$

Легко заметить, что в этом случае на контактной линии $y=0$ удовлетворены условия непрерывности контактных напряжений. Если к тому же $\delta_1=\delta_2$, $\varepsilon_2=-\varepsilon_1$, $m_1^2=m_2^2$, $\alpha_1=\alpha_2$ и $q_2=-q_1$ (сток тепла), то при соблюдении условий

$$\lambda_2b_1d=\lambda_1b_2p \tag{14}$$

на контактной линии $y=0$ непрерывны также и нормальные напряжения σ_x

$$\sigma_{x1}(x,0)=\sigma_{x2}(x,0)$$

Принимая в (7)—(9) и (13) $\varepsilon_j=\delta_j=0$, получим известное решение квазистатической задачи термоупругости для составной пластинки, нагреваемой движущимся вдоль прямолинейного контакта источником тепла постоянной мощности $q=q_1+q_2$ [8].

Численные расчеты проведены по формулам (9), (13), когда термоупругие свойства пластинок одинаковы, кроме коэффициентов линейного теплового расширения. В этом случае для разности напряжений $(\bar\sigma_{x1}-\bar\sigma_{x2})_{y=0}$ получим

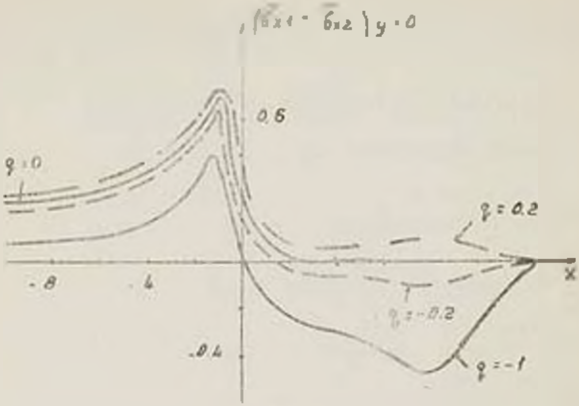
$$(\bar\sigma_{x1}-\bar\sigma_{x2})_{y=0}=(\alpha-1)[e^{-(\bar x+\bar\delta_1)}K_0(\bar r_1)+qe^{-(\bar x+\bar\delta_2)}K_0(\bar r_2)]$$

$$\bar x=p_1x/2, \quad \bar\delta_j=p_1\delta_j/2, \quad \bar\varepsilon_1=p_1\varepsilon_1/2, \quad \alpha=\alpha_2/\alpha_1, \quad q=q_2/q_1,$$

$$\bar r_j=\sqrt{(\bar x+\bar\delta_j)^2+\bar\varepsilon_1^2}, \quad \bar\sigma_{xj}=2\pi h\sigma_{xj}/E_1q_1\alpha_1,$$

$K_0(r)$—функция Бесселя мнимого аргумента.

На фиг. 2 приведены кривые распределения разности напряжений $(\bar\sigma_{x1}-\bar\sigma_{x2})_{y=0}$ в зависимости от $\bar x$ при различных значениях q. Кривая 1 соответствует случаю действия одного источника тепла мощностью q_1 в точке $\bar\delta_1=0$, $\bar\varepsilon_1=1$ $(q=0)$, а кривая 2—когда, помимо этого источника тепла, в точке $\bar\delta_2=10$, $\bar\varepsilon_2=-1$ действует сток тепла мощностью $q_2=-q_1$ $(q=-1)$, а кривая 4—когда $q=-0{,}2$.



Фиг. 2

Условие (11) и приведенные на фиг. 2 кривые показывают, что зависимость температурных напряжений от теплофизических характеристик разнородных материалов, от скорости движения и мощности источников (стоков) тепла позволяет выбором этих параметров определить оптимальные режимы ряда технологических процессов, связанных с соединением разнородных материалов (сварка, пайка, сварка-пайка, сварка с интенсивным охлаждением или предварительным нагревом, сварка с применением промежуточной прокладки из биметалла и т. д.)

THERMAL STRESS STATE OF TWO DISSIMILAR PLATES, ABUTTING WITH THE HELP OF THIN INTERMEDIATE LAYER ARISEN FROM MOVING HEAT SOURCES

A. M. SARGSIAN

ՄԻՋԱՆԿՅԱԼ ԲԱՐԱԿ ՇԵՐՏՈՎ ԻՐԱՐ ՄԻԱՑՎԱԾ ՏԱՐԱՍԵՌ ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ՇԱՐԺՎՈՂ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԱՂԲՅՈՒՐՆԵՐԻՑ ԱՌԱՋԱՑԱԾ ՋԵՐՄԱԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԸ

Ա. Մ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ջերմաառաձգականության գծային տեսության սահմաններում ուսումնասիրված է բաղադրյալ թիթեղի ջերմաառաձգական վիճակը՝ երբ-

տակտային մակերևույթին զուգահեռ շարժվող ջերմային աղբյուրների ազդեցության դեպքում։ Միջանկյալ բարակ շերտը ունի կոնտակտային ջերմադիմադրություն, ինչպես նաև ծռման և ձգման-սեղմման կոշտություն, որոնք հաշվի են առնված թիթեղների միջև ոչ իդեալական ջերմամեխանիկական պայմանների մեջ։ Հետազոտված են ջերմաառաձգական լարումների վրա թիթեղների ջերմային և մեխանիկական հատկությունների, աղբյուրների հզորությունների և շարժման արագության ազդեցությունները։ Ստացվել են պայմաններ, որոնք թիթեղների միջև իդեալական ջերմամեխանիկական կոնտակտի դեպքում ապահովում են բոլոր լարումների անընդհատությունը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рыкалин Н. Н.* Расчет тепловых процессов при сварке.—М.: Машгиз, 1951. 296 с.
2. *Корнеев Б. Г.* Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в Бесселевых функциях.—М.: Физматгиз, 1960. 314 с.
3. *Паркус Г.* Неустановившиеся температурные напряжения.—М.: Физматгиз, 1963. 251 с.
4. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинах.—Киев: Наукова думка, 1972. 308 с.
5. *Махненко В. И.* Расчет тепловых процессов при сварке встык разнородных пластинок.—Физика и химия обработки материалов, 1967, № 6, с. 78—83.
6. *Саргсян А. М.* Нагрев составной пластины источниками тепла, движущимися параллельно прямолинейному контакту.—Изв. АН АрмССР, серия тех. наук, 1980, № 3, с. 52—59.
7. *Саргсян А. М., Хачикян А. С.* Температурное поле в нагреваемых подвижными источниками тепла разнородных пластинках при разрывных тепловых условиях между ними.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1987, № 2, с. 3—10.
8. *Саргсян А. М., Чобанян К. С.* Исследование термоупругих напряжений составной пластинки, по прямолинейному контакту которой движется источник тепла.—Изв. АН АрмССР, серия тех. наук, 1975, № 6, с. 17—23.
9. *Саргсян А. М.* Напряженное состояние двух разнородных пластин в процессе их соединения движущимся источником тепла.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1983, № 4, с. 35—45.
10. Технология электрической сварки металлов и сплавов плавлением.—М.: Машиностроение, 1974. 768 с.
11. *Чобанян К. С.* О функции напряжений для плоской задачи теории упругости составных тел.—Докл. АН АрмССР, 1961, т. 32, 2, с. 69—77.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
30.11.1992