

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В УПРУГОЙ СРЕДЕ

Абрамян Б.Л.

Աբրամյան Բ.Լ., Առաձգական միջավայրում ալիքների տարածումը:
Abramian B.L. Waves propagation in elastic medium

Համառոտ ձևով, առաձգականության զնային տեսության շրջանակներում, ցույց է տրված Ռամսեսի և անհամասեռ, հոծ և խոռոչներ ունեցող, անսահմանափակ առաձգական ալիքների տարածման հարցին նվիրված գրականությունը:

В кратком виде, в рамках линейной теории упругости, показывается литература, посвященная вопросу распространения упругих волн в однородной и неоднородной, сплошной и имеющей полости, неограниченной упругой среде.

В рамках линейной теории упругости первые исследования, относящиеся к распространению упругих волн в упругой среде, выполнены еще в начале 19 -го столетия. Навье (1872) и Пуассон (1829) установили, что в изотропной неограниченной упругой среде волны распространяются с двумя различными скоростями. Эти волны условно называют продольными (волны расширения) и поперечными (волны сжатия или сдвига).

Характер распространения упругих волн исследовался в работах Коши (1830), Стокса (1848), В. Томсона (лорд Кельвин, 1880), Рэлея (1885), Лэмба (1904) и других.

Сведения о первых исследованиях в динамической теории упругости, упомянутые здесь вкратце, читатели могут найти в курсах теории упругости [1-3]. Волны, распространяющиеся по плоской поверхности упругой изотропной среды, были исследованы Рэлеем [4,5], а волны, распространяющиеся по поверхности круглого сплошного цилиндра, исследовались в работах Похгаммера [6] и Кри [7].

Теория распространения упругих волн в сплошных средах, в средах, имеющих ослабления различного вида, или включения, была разработана исследованиями многих ученых [4-36].

В указанных работах даются основные уравнения движения упругой среды, обсуждаются различные фундаментальные вопросы волновой механики: теоремы существования и единственности решений уравнений динамики деформируемой среды; методы решения уравнений динамики; способы применения интегральных преобразований, для получения решений. Применяются различные потенциальные функции при решении уравнений. В общем случае решение динамической трехмерной задачи представляется при помощи одной скалярной и одной векторной потенциальных функции. Даются способы использования этих функций в различных координатных системах. В этих трудах приводятся также конкретные решения различных одномерных, двумерных и трехмерных

динамических задач теории упругости.

В работах [24,30,37] для решения трехмерных задач динамики теории упругости предлагается в цилиндрической и сферической координатных системах общее решение уравнений движения упругого тела представлять при помощи трех скалярных потенциальных функций Φ , Ψ и χ , которые удовлетворяют одному и тому же волновому уравнению. В уравнении для функции Φ входит скорость распространения продольной волны, а для функций Ψ и χ - скорость распространения поперечной волны.

В исследованиях В.И.Смирнова и С.Л.Соболева [9-11,13,38] исследованы вопросы распространения волн в упругих средах. Получены функционально-инвариантные решения волнового уравнения.

В [13] были обобщены ранее полученные результаты в этой области по изучению волновых процессов и подробно изложена теория распространения колебаний в упругих телах.

Теория распространения колебаний в упругой среде обсуждается далее в ряде работ Г.И.Петрашени, других ленинградских исследователей [14-16,39,40], В.М.Бабича [41-42], С.Г.Михлина [43]. В исследованиях этих авторов учитывается также неоднородность упругой среды.

Изучению волновых процессов в анизотропной среде и вопросам колебаний анизотропных упругих тел посвящено большое число исследований. Здесь отмечаются только некоторые из них [46-53].

Новые методы для решения смешанных задач динамической теории упругости предлагаются в монографиях И.И.Воровича и В.А.Бабешко [27,33]. В упомянутых работах изучается также вопрос разрешимости интегральных уравнений, связанных с задачами динамической теории упругости. Вопросы динамики неоднородной линейно-упругой среды посвящена монография [35].

В двухтомном труде американских сейсмологов К.Аки и П.Ричардса [29] дается фундаментальный материал по теории распространения упругих колебаний в упругой среде. Здесь рассматриваются также методы решения обратных задач геофизики, обработки сейсмической информации и кинематика и динамика источника сейсмических волн в очаге землетрясения.

В монографии Микловитца [26] даются основные сведения по теории распространения упругих волн в упругой среде в рамках линейной теории упругости и рассматриваются различные примеры пространственных динамических задач. Этому вопросу посвящены также работа [44] и другие его работы.

Отметим еще монографии [54-56], в которых освещаются различные вопросы распространения упругих волн в слоистой среде, и монографию [57], в которой в упрощенном виде освещаются вопросы распространения волн напряжений в упругих твердых телах и методы исследования практических задач.

Рэлей [4,5] установил, что вдоль плоской поверхности упругого неограниченного однородного и изотропного тела распространяется поверхностная волна, амплитуда этой волны убывает при удалении от поверхности по экспоненциальному закону, а скорость распространения волны несколько ниже скорости распространения поперечной волны. В дальнейшем другие исследователи выяснили, что если поверхность упругой среды имеет форму, отличную от плоской поверхности, то на такой поверхности распространение упругих волн типа Рэрея происходит другими скоростями.

Уравнение для частот колебаний бесконечно длинного круглого ци-

линдра при распространении в нем продольных волн было получено в работах Похгаммера [6] и Кри [7]. Корни уравнения Похгаммера - Кри исследовались в работе Я. Миндлина [58]. В другой работе Я. Миндлина [59] исследовалось также волновое уравнение, полученное им при рассмотрении волн, распространяющихся по поверхности цилиндрической полости кругового сечения в упругом однородном пространстве при наличии осевой симметрии. Позже эта задача была рассмотрена также в работе Био [60]. Этому вопросу посвящена еще одна работа Я. Миндлина [61].

Распространение упругих волн по поверхности цилиндрической полости круглого сечения в упругом однородном пространстве при отсутствии осевой симметрии исследовалось в работе [62]. Здесь получены волновое уравнение для нулевой гармоники (случай осевой симметрии), которое совпадает с уравнением Я. Миндлина и Био, а также уравнение для первой гармоники. Для корней полученных уравнений приведены численные результаты.

А. Ляв [63] установил, что в зависимости от структуры поверхностного слоя при неоднородности упругой среды, в верхнем поверхностном слое могут распространяться сдвиговые, поперечные волны, не выходя из этого слоя.

Позже подобные волны исследовались в работе Стоунли [64], который рассмотрел случай, когда сдвиговые волны распространяются во внутреннем слое упругой неоднородной среды, не переходя из этого слоя в соседние слои из других материалов. Стоунли исследовал также и волны типа Рэлея, которые появляются на границах внутреннего слоя, отделяющих его от соседних.

Вопрос о распространении упругих волн на границе двух сред с различными упругими свойствами исследовался также в работе В.Д. Купрадзе и С.Л. Соболева [11].

Волны типа Рэлея, Лява и Стоунли в дальнейшем изучались многими исследованиями. Здесь считаем удобным отметить лишь работы [65-100].

Лэмб [8] исследовал распространение упругих волн по поверхности упругого полупространства, когда источник, возбуждающий волны, в виде сосредоточенной силы приложен на поверхности упругого полупространства. В этой работе при исследовании задачи применен метод интегральных преобразований. В работе было установлено, что начальное возбуждение упругой среды, на некотором расстоянии от местонахождения источника динамической нагрузки, ощущается продольными волнами. Далее ощущаются колебания, вызванные поперечной волной и затем ощущаются колебания со сравнительно большими амплитудами, вызванными дошедшей волной Рэлея.

В дальнейшем задачи о возникновении волн на поверхностях различных упругих сред, от действий источников динамических сил с различным местонахождением, стали называть задачами Лэмба. Исследованию таких задач посвящены работы [26, 28, 80-83, 101-104] и другие.

Микловитц [26], А.С. Алексеев и Б.Г. Михайленко [101, 102], С.С. Григорян и Р.А. Чередищенко [103] рассмотрели распространение волн на поверхностях слоистого полупространства с горизонтальной поверхностью раздела материалов, когда динамическая осесимметричная нагрузка находится на некоторой глубине слоистого полупространства, или на поверхности.

В работах [80-83] волны вызываются на поверхности однородного полупространства от действий внутренних динамических нагрузок, приложенных на поверхности внутренней сферической полости.

В работах [30, 102, 118] показываются различные случаи действий ди-

намических нагрузок, находящихся на поверхности упругой среды, или на некоторой глубине среды в различных местах и различным образом приложенных.

В работах [89-95] обсуждаются случаи распространения волн типа Лява в слоях переменной толщины, в слоях, которые являются неоднородными, или в слоях, расположенных не горизонтально. Рассмотрен также случай, когда волны Лява распространяются в слое, в котором имеются препятствия [100]. Распространение упругих волн в слоисто-однородных упругих средах исследовано также в работе [105], в которой использован метод контурных интегралов.

Распространение упругих волн вдоль цилиндрических полостей внутри упругой среды, исследовалось также в работах [106-113]. Этому вопросу посвящены еще многие исследования И.А.Викторова, которые обобщены в монографиях [114,115]. В первой монографии доказываются основные направления практического использования полученных в этой области результатов.

В качестве других практических применений подобных исследований следует упомянуть работы А.А. Ильюшина и Т.Р.Рашидова [116], Л.В.Никитина и А.Н. Тюраходжаева [117]. Эти работы посвящены исследованию действия сейсмических волн на подземный трубопровод. Однако в этих работах трубопровод моделируется упругим стержнем и считается, что он не испытывает заметных изменений на движение грунта, а фронт ударной волны берется перпендикулярным к оси стержня-трубопровода.

Решения различных задач о распространении упругих волн в упругих средах приводятся в монографиях [22-36,118].

Подробные обзоры литературы, касающиеся распространению упругих волн в упругих телах и решениям различных задач в этой области даются в работах [119-124].

Данный краткий обзор литературы, безусловно, не является полным и автор просит извинения, если он упустил некоторые важные работы, относящиеся к теме обсуждаемых вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П. Теория упругости. -М.-Л.: ОНТИ, 1937.
2. Лява А. Математическая теория упругости. -М.-Л.: ОНТИ, 1935.
3. Новацкий В. Теория упругости. -М.: Изд. Мир, 1975.
4. Rayleigh J.W. On waves propagated along the plane surfaces of an elastic solid. -Proc.London Math.Soc., 1885, v.17, No.253, 4-11.
5. Стратт Д.В. (Лорд Рэлей). Теория звука. В двух томах. -М.: Гостехиздат, 1955.
6. Pochhammer L. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten Schwingungen in einem unbergrenzten isotropen kreiscylinder. -Jorn. reine und angew.math., 1876, Bd.81, No. 4, 324-336.
7. Chree C. Longitudinal vibrations of a circular bar. -Quart.Journ. Pure and Appl.Math., 1886, vol. 21, No.83/84, 287-298.
8. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. - Philos. Transac. of the Royal Soc. of London, 1904, vol. 203, ser.A, 1-42.
9. Смирнов В.И., Соболев С.Л. О применении нового метода к изучению упругих колебаний. -Тр. Сейсм. института АН СССР, 1932, 20.
10. Смирнов В.И., Соболев С.Л. О применении нового метода к изучению упругих колебаний в пространстве при наличии осевой симметрии. -Тр. Сейсм. института АН СССР, 1933.
11. Купрадзе В.Д., Соболев С.Л. К вопросу о распространении упругих волн на границе двух сред с различными упругими свойствами. -Тр. Сейсм. института АН СССР, 1931, 10.
12. Наршикина Е.А. Общая теория волн Рэлея для полупространства. - Тр. Сейсм.

- института АН СССР, 1940, 90.
13. Соболев С.Л. Некоторые вопросы теории распространения колебаний. В кн.: Ф. Франка и Р. Мизеса - Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, часть вторая. - М.Л.: ОНТИ, 1937, гл.ХП, 468-617.
 14. Петрашень Г.И. О задаче Лэмба в случае упругого полупространства. - ДАН СССР, 1949, т.64, 5,649-652.
 15. Петрашень Г.И., Марчук Г.И., Огурцов К.И. К задаче Лэмба в случае полупространства. - Учен. зап. ЛГУ, серия мат. наук, 1950, вып.21, 135,70-118.
 16. Петрашень Г.И. Методы исследования волновых процессов в средах, содержащих сферические или цилиндрические границы раздела. - Учен. зап. ЛГУ, серия мат. наук, 1953, вып.27, 170, 96-220.
 17. Kupradze V.D. Dynamical problems in Elasticity. - In: "Progress in solid mechanics", Vol.3. Editors: I.N. Sneddon and R.Hill. North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1963, 259 p.
 18. Papadopoulos M. The use of singular integrals in wave propagation problems; with application to the point source in a semi-infinite elastic medium. - Proceed. Royal Soc. of London (A), 1963, Vol. 276, No 1365, 204-237.
 19. White J.E. Seismic waves. - New York, McGraw-Hill Book Co. 1965.
 20. Буллен К.Е. Введение в теоретическую сейсмологию. - М.: Изд. Мир, 1966. 460 с.
 21. Bath M. Mathematical aspects of seismology. - Amsterdam: Elsevier publ. Co., 1968, 415 p.
 22. Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solids. - Amsterdam: North-Holland publ. Co., 1973, 425 p.
 23. Eringen C., Suhubi E.S. Elastodynamics. Vol. 1, Finite motions. - Academic Press, New York and London, 1974, 341 p.
 24. Eringen C., Suhubi E.S. Elastodynamics. Vol.2, Linear theory. - Acad. Press, New York-San Francisco-London, 1975, 660 p.
 25. Graff K.F. Wave motion in elastic solids. - Oxford: Clarendon Press, 1975, 666 p.
 26. Miklowitz J. The theory of elastic waves and waveguides. - Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1968, 618 p.
 27. Воронович И.И., Бабешико В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. - М.: Наука, 1979. 320 с.
 28. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. - Научова думка, Киев: 1981. 284 с.
 29. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. - В двух томах. т. 1.: Изд. Мир, 1983, т.520 с., т. 2, 360 с.
 30. Ben-Menahem A., Singh S.J. Seismic waves and Sources. Springer-Verlag: 1981, 1108 p.
 31. Payton R.G. Elastic wave propagation in transversely isotropic media. - The Hague, Martinus Nijhoff publisher, 1983, 192 p.
 32. Iain G. Main. Vibration and waves in Physics. - Cambridge Univers. press, 1984, 356 p.
 33. Бабаешко В.А. Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости. - М.: Наука, 1984. 256 с.
 34. Поручиков В.Б. Методы динамической теории упругости. - М.: Наука, 1986. 328 с.
 35. Бабешико В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. - М.: Наука, 1989. 343 с.
 36. Doyle J.F. Wave propagation in structures. - Springer-Verlag: 1989. 258 p.
 37. Norman G. Eibspruch, E.J. Witterholt, Rohn Truell Scattering of a plane transverse wave by a spherical obstacle in an elastic medium. - Journ. of Appl. Physics, 1960, vol.31, No 5, 806-818.
 38. Смирнов В.И. О сингулярных решениях волнового уравнения и уравнений упругости. - Тр. Сейсм. Института АН СССР, 1936, 78.
 39. Петрашень Г.И., Смирнов Н.С., Гельцинский Б.Я. Некоторые задачи динамической теории упругости для сред, содержащих цилиндрические и сферические границы раздела. - Учен. зап. ЛГУ, серия мат. наук, 1953, вып.27, 170, 221-265.
 40. Петрашень Г.И. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн - Л.: Наука, 1978, вып. 18, 248 с.
 41. Бабич В.М. Фундаментальные решения динамических уравнений теории упругости для неоднородной среды. - ПММ, 1961, т.25, вып. 1, 38-45.
 42. Бабич В.М., Молотков И.А. Математические методы в теории упругих волн. Механика деформируемого тела. - ВИНТИ, т. 1, 1977, 5-62.
 43. Михлин С.Г. Фундаментальные решения динамических уравнений теории упругости для неоднородной среды. - ПММ, 1947, т. 11, вып. 4, 423-432.
 44. Miklowitz J. Elastic wave propagation. - Applied Mech. Surveys. Spartan Books. Washington D.C. 1966, 809-839.
 45. Aggarwal H.R., Ablow C.M. Solution to a class of three-dimensional pulse propagation problems in an elastic half-space. - Intern. Journ. Eng. Sci., 1967, vol.5, No.8, 663-679.

46. *Singe J.L. Elastic waves in anisotropic media.- Journ. of Math. and Physics., 1957, vol.35, No.4, 323-334.*
47. *Buchwald V.T. Elastic waves in anisotropic media.Proceed.-Royal Soc. of London (A), 1959, vol.253, No.1275, 563-580.*
48. *Lim T.C., Farnell G.W. Character of Pseudo surface waves on Anisotropic Crystals.-Journ.Acoust.Soc. of Amer., 1969, vol. 45, No. 4, 845-851.*
49. Голдсмит В., Рикетс Т. Поверхностные волны в анизотропном полупространстве. В сб. -Успехи механики деформируемых сред. -М.: Изд. Наука, 1975, 145-156.
50. Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. -Л.: Наука, 1980, 280с.
51. Петрашень Г.И. (Под редакцией). Распространение объемных волн и методы расчета волновых полей в анизотропных упругих средах. Сборник научн.трудов Л. Наука, 1984,282с.
52. *Clements D.L. A note on surface waves in anisotropic media.- Acta mechanica, 1985, vol.56, No. 1/2,31-40.*
53. *Chadwick P. Wave propagation in transversely isotropic elastic media. Parts 1-3, Proceed. of the Royal Soc. London(A), 1989, vol.422, 23-121.*
54. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. -М.: Изд. АН СССР, 1957. 502 с.
55. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. -М.: Наука, второе издание, 1973, 343 с.
56. *Ewing M., Jardetzky W., Press F. Elastic waves in layered media.- New York, McGraw-Hill Book Co., 1957, 380 p.*
57. Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М. Изд.ИЛ, 1955. 192 с.
58. Миндлин Я.А. Распространение волн по поверхности бесконечно длинного кругового цилиндра. -ДАН СССР, 1946, т.52, 2, 107-110.
59. Миндлин Я.А. Распространение волн по поверхности бесконечно длинного кругового цилиндра, представляющего собой вырез в бесконечном упругом пространстве.- ДАН СССР, 1944, т.42, 4, 155-159.
60. *Biot M.A. Propagation of elastic waves in a cylindrical bore containing a fluid.- Journ. of Appl. Physics, 1952, vol.23, No.9, 997-1005.*
61. Миндлин Я.А. Свободные упругие волны на поверхности трубы бесконечной толщины. -ПММ, 1963, т.27, вып.3, 551-554.
62. Абрамян Б.Л., Георгян Г.З. Несимметричная задача о распространении упругих волн в пространстве с цилиндрической полостью.- ДАН Арм. ССР, 1986, т.83, 2, 73-77.
63. *Love A.E.H. Some problems of geodynamics. -Cambr.Univers.Press,1911, 180 p.*
64. *Stoneley R. The elastic waves at the interface of separation of two solids. -Proceed.Royal Soc. London (A), 1924, vol.106, No.732, 416-429.*
65. *Buchwald V.T. Rayleigh waves in transversely isotropic media.- Quart.Journ.Mech. and Appl. Math., 1960, vol.14, part 3, 293-317.*
66. *Buchwald V.T. Rayleigh waves in anisotropic media.-Quart.Journ. Mech. and Appl. Math., 1960, vol. 14, part 4, 461-469.*
67. Бабич В.М., Кирпичникова Н.Я. О распространении волн Рэлея по поверхности неоднородного тела произвольной формы. -Ж. вычислительной математики и математической физики. 1962, т.2, 4, 652-665.
68. Бабич В.М., Молотков Н.А. О распространении волн Лява в упругом полупространстве, неоднородном по двум координатам. -Изв.АН СССР, Физика земли, 1966, 6, 34-38.
69. Мухина И.В., Молотков Н.А. О распространении волн Рэлея в упругом полупространстве, неоднородном по двум координатам. -Изв. АН СССР, Физика земли, 1967, 4, 3-8.
70. Крауклис П.В. К оценке интенсивности поверхностных волн Рэлея и Стоули на неоднородной трассе. -В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 2. Записки научн. семинаров ЛОМН, Л.: Изд. Наука, 1969, т. 15, 115-121.
71. Белуджян М.В. Обусловии существования волн Стоули при скользящем контакте. Изв.АН Арм. ССР, Механика, 1990, т.43, 1, 52-56.
72. Белуджян М.В. О распространении упругих сдвигных волн вдоль периодически неровной поверхности. -ДАН Арм. ССР, 1990, т.90, 2, 71-74.
73. Бабич В.М., Кирпичникова Н.Я. К вопросу о волнах Рэлея, распространяющихся вдоль поверхности неоднородного упругого тела. -В кн. Математические вопросы теории распространения волн. 16. Записки научн. семинаров ЛОМН, Л.: Наука, 1986, т.156, 20-23.
74. Бабич В.М., Янисон Э.А. О распространении волн Лява вдоль поверхности упругого тела произвольной формы. -Изв. АН СССР, Физика земли, 1985, 5, 17-27.
75. *Pinney E. Surface motion due to a point source in a semi-infinite elastic medium.-*

- Bull. Seismol. Society Amer. 1954, vol. 44, No. 4, 571-596.
76. Янсон Э.А. Нестационарные волны типа Рэлея вблизи поверхности неоднородного упругого тела. - В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 16. Записки научн. семинаров ЛОМН, Л.: Наука, 1986, т. 156, 168-183.
 77. Шемякин Е.И., Файншмидт В.А. Распространение волн в упругом полупространстве, возбужденном поверхностной касательной силой. - Учен. зап. ЛГУ, сер. мат. наук, 1954, вып. 28, 177, 148-179.
 78. Pekeris C.L. The seismic buried pulse. - *Proceed. National Acad. Sci.*, 1955, vol. 41, 629-639.
 79. Pekeris C.L., Lifson H. Motion of the surface of a uniform elastic half-space produce by a buried pulse. *Journ. of the acoust. Soc. Amer.*, 1957, vol. 29, No. 11, 1233-1238; errata, 1958, vol. 30, p. 365.
 80. Алексеев А.С. Задачи типа Лэмба для волнового уравнения в линейно неоднородном полупространстве. - Учен. зап. ЛГУ, сер. мат. наук, 1958, 246, 167-227.
 81. Шемякин Е.И. Задача Лэмба для внутреннего источника. - ДАН СССР, 1961, т. 140, 4, 780-782.
 82. Описко Н.И., Шемякин Е.И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве. *Ж. прикл. механики и технической физики.*, 1961, 4, 82-93.
 83. Thiruvenkatacher V.R., Viswanathan K. Dynamic response of an elastic half-space to time-dependent surface tractions over an embedded spherical cavity. *Proceed. Royal Soc. of London (A)*, 1965, vol. 287, No. 1411, 549-567.
 84. Гольдштейн Р.В. Волны Рэлея и резонансные явления в упругих телах. - ПММ, 1965, т. 29, вып. 3, 516-525.
 85. Саакян С. Г. Динамическая задача для границы упругого однородного изотропного полупространства при сильном взрыве на поверхности. - *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 1973, т. 26, 5, 20-35.
 86. Саакян С. Г. Волны в упругом полупространстве, вызванные бегущей осесимметричной нормальной нагрузкой. - *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 1974, т. 27, 1, 18-38.
 87. Саакян С. Г. О распространении осесимметричных ударных волн в слоисто-неоднородной среде. - *Изв. АН СССР, Механика*, 1987, т. 40, 4, 40-45.
 88. Саакян С. Г. Распространение волн в радиально-неоднородном упругом шаре. - *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 1990, т. 43, 1, 36-43.
 89. Wolf W. Propagation of Love waves in surface layers of varying thickness. *Pure and Appl. Geophysics*, 1967/11, vol. 67, 76-82.
 90. Bhattacharya S. On the propagation of certain types of surface waves in a non-homogeneous elastic layer. *Pure and Appl. Geophysics*, 1969, vol. 73, febr., 93-98.
 91. Sinha N.K. Propagation of Love Type waves in non-homogeneous layer lying over a vertically semi-infinite homogeneous isotropic medium. - *Pure and Appl. Geophysics*, 1969, vol. 73, febr., 47-59.
 92. Boore D.M. Love waves in a non-uniform waveguide: Finite difference calculation. - *Journ. of Geophys. Research.*, 1970, vol. 75, 1512-1527.
 93. Peing-Fei Gou. Interfacial and Love-type waves in materials with monoclinic elastic symmetry. - *Journ. Acoust. Soc. Am.*, 1970, vol. 47, No. 3, (part 2), 777-780.
 94. Lysmer J., Drake L.A. The propagation of Love waves across non horizontally layered structures. - *Bull. of Seismol. Soc. Amer.*, 1971, vol. 61, No. 5, Oct., 1233-1251.
 95. Bhattacharya S.N. Exact solution of SH wave equation in transversely isotropic inhomogeneous elastic media. - *Pure and Appl. Geophysics*, 1972, vol. 93, No. 1, 19-35.
 96. Simens D.A. Scattering of a Love wave by the edge of a Thin surface layer. - *Journ. Appl. Mech.*, 1975, vol. 42, No. 4, 842-846.
 97. Kalyanasundaram N. Finite-amplitude Love waves on an isotropic layered half-space. - *Intern. Journ. of Eng. Soc.*, 1981, vol. 19, No. 2, 287-293.
 98. Кессених Г. Г. Поверхностные волны Лява для двух изотропных слоев на изотропной подложке. - *Акустический журнал*, 1984, т. 30, вып. 1, 74-77.
 99. Геворкян А.В. Об одной задаче дифракции волн Лява. В кн.: Материалы 2-ой Всесоюзн. научно-техн. конферен. - Прочность жесткость и технологичность изделий из композитных материалов. Ереван, 1984, т. 1, 162-167.
 100. Asgar S., Zanton F.D. Diffraction of Love waves by a finite rigid barrier. - *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 1986, vol. 76, Febr., No. 1, 241-257.
 101. Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. О задаче Лэмба для неоднородного полупространства. - ДАН СССР, 1974, т. 214, 1, 84-86.
 102. Алексеев А.С., Михайленко Б.Г. Решение задачи Лэмба для вертикально-неоднородного упругого полупространства. - *Изв. АН СССР, Физика земли*, 1976, 12, 11-25.

103. Григорян С.С., Чередищенко Р.А. Распространение упругих волн в слоистом полупространстве, вызываемых поверхностной динамической нагрузкой. - Изв. АН СССР, МТТ, 1976, т. 11, 1, 111-118.
104. Burridge R. Lamb's problem for an anisotropic half-space. - *Quart. Journ. Mech. and Appl. Math.*, 1971, vol. 24, part 1, 81-98.
105. Петрашень Г.И., Малотко И.А., Крауклис П.В. Волны в слоисто-однородных упругих телах. Метод контурных интегралов в нестационарных задачах динамики. - Л.: Наука, 1982. 288 с.
106. White J.E. Elastic waves along a cylindrical bore. *Geophysics*, 1962, vol. 27, 327-333.
107. Коошоа А.Н. Дифракция неустановившихся упругих волн на цилиндрической полости. - Изв. АН СССР, МТТ 1976, 4, 115-121.
108. Flax L., Neubauer W.G. Reflection of elastic waves by a cylindrical cavity in an absorptive medium. - *Journ. Acoust. Soc. Amer.*, 1978, vol. 63, No. 3, 675-680.
109. Dutta S.K., Akily E.N. Diffraction of elastic waves by cylindrical cavity in an half-space. - *Journ. Acoust. Soc. Amer.* 1978, vol. 64, No. 6, 1692-1699.
110. Dutta S.K., Wong K.C., Shah A.H. Dynamic stresses and displacements around cylindrical cavities of arbitrary shape. - *Journ. Appl. Mech.*, 1984, vol. 51, No. 4, 798-803.
111. Burden A.D. Propagation of elastic surface waves along cylindrical cavities of general cross section. *Wave motion*, 1985, vol. 7, No. 2, 153-168.
112. Золотарева Л.И. Изучение особенностей некоторых интегральных уравнений динамических задач теории упругости для полубесконечных шахт. - В сб.: Исследования по механике твердого деформируемого тела, Ереван, Изд. АН Арм. ССР, 1981, 140-146.
113. Панферов И.В. Распространение длинных импульсов продольных деформаций в трубе из transversально изотропного материала. - *Вестник МГУ, сер. 1*, 1989, 3, 42-45.
114. Викторова И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. - М.: Ж Наука, 1966. 168 с.
115. Викторова И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. - М.: Наука, 1981. 288 с.
116. Ильяшин А.А., Рашидов Т. Р. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод. - Изв. АН Узбек. ССР, сер. техн., 1971, 1, 37-42.
117. Никитин Л.В., Тюреходжаев А.Н. Воздействие волны в грунте на подземный трубопровод. - Изв. АН СССР, МТТ, 1987, 1, 98-106.
118. Левшин А.Л. Поверхностные и каналные сейсмические волны. - М.: Изд. Наука, 1973. 115 с.
119. Miklowitz J. Recent developments in elastic wave propagation. - *Appl. Mech. Reviews*, 1960, vol. 13, No. 12, 865-878.
120. Зволинский Н.В., Рейтман М.Г., Шниро Г.С. Динамика деформируемых тел. В кн.: - Механика в СССР за 50 лет, т. 3, М.: Изд. Наука, 1972, 291-323.
121. Scott R.A. Linear elastic wave propagation: An annotated bibliography, Part 1, Shock and vibration digest (Washington D.C.), 1978, vol. 10, Febr., No. 2, 25-41.
122. Scott R.A. Linear elastic waves propagation: An annotated bibliography, Part 2, Shock and vibration digest (Washington D.C.), 1978, vol. 10, March, No. 3, 11-39.
123. Ting T.C.T. Dynamic response of composites. - *Appl. Mech. Reviews*, 1980, vol. 33, No. 12, 1629-1635.
124. Pao Y.H. Elastic waves in solids. - *Journ. of Appl. Mechanics*, 1983, vol. 50, N4, 1152-1162.

Институт механики АН Армении
Поступила в редакцию 30. 10. 1991