ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 44, № 5, 1991 Механика

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ, БЛИЗКИХ ПО ФОРМЕ К ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ

КУКУДЖАНОВ С. Н.

Կուկուջանով Ս.Ն., Ձևով գլանայինին մոտ, պտտման մակերևույթ ունեցող թաղանթների կայունության որոշ հարցեր

Kukudjanov S.N., Some problems of shells' stability with a form near to cylindrical

Դիտարկված են, կողմնային մակերևույթին հավասարաչափ բաշխված նորմալ ճնշման տակ գտնվող, ինչպես նաև թաղանթի եզրերին կիրառված նորմալ և շոշափող ճիգերի ազդեցության ներքո, ձևով գլանայինին մոտ պտտման թաղանթի կայունության հարցեր: Ողորկ թաղանթների տեսության հիման վրա ստացված են միջին երկարության թաղանթների կայունության լուծող հավասարումը: Հետազոտված է միջին մակերևույթի ծնիչի տարբեր տեսքերի ազդեցությունը կրիտիկական ճնշման վրա:

Рассматриваются вопросы устойчивости тонких оболочек вращения, близких по форме к цилиндрическим, находящихся под действием нормального давления, равномерно распределенного по боковой поверхности, а также нормальных и сдвигающих усилий, приложенных к краям оболочки. На основании теории пологих оболочек получено разрешающее уравнение устойчивости оболочек средней длины.

Рассматривается устойчивость тонких оболочек вращения, близких по форме к цилиндрическим, находящимся под действием нормального давления, равномерно распределенного по боковой поверхности, а также нормальных и сдвигающих усилий, приложенных к краям оболочки. Предполагается, что форма образующей срединной поверхности оболочки описывается достаточно гладкой, знакопостоянной функцией. На основании теории пологих оболочек получено разрешающее уравнение устойчивости оболочек средней длины. Приведенное уравнение более общее в сравнении с [1] и отличается дополнительным членом, который может иметь такой же порядок, как и другие члены уравнения. Критическая нагрузка определяется как наименьшее собственное число данного уравнения.

Исследовано влияние формы образующей срединной поверхности оболочки на критическое давление. Рассмотрены оболочки как положительной, так и отрицательной гауссовой кривизны. Приведены формулы и кривые зависимости критического давления от геометрических параметров оболочки. Дана формула для определения критического числа волн. Показано, что малые отклонения от цилиндрической формы (порядка толщины) существенно влияют на критическую нагрузку.

1. Рассмотрим оболочки, у которых срединная поверхность образована вращением некоторой достаточно гладкой кривой вокруг оси z_0,

прямоугольной системы координат x_0, y_0, z_0 с началом в середине отрезка оси вращения (фиг.1). При этом радиус поперечного сечения срединной поверхности оболочки определяется равенством

$$R = r + \delta F(\xi) \tag{1.1}$$

где $\xi = z_0 / r$; $F(\xi)$ – положительная, достаточно гладкая функция, заданная на интервале $(-l/r, l/r)$,такая, что $F(\xi = \pm l/r) = 0$, $\max F(\xi) = 1$; $L = 2l$, r , h – длина, радиус и толщина оболочки ; δ – максимальное отклонение от цилиндрической формы. При $\delta > 0$ образующая срединной поверхности имеет форму выпуклости, а при $\delta < 0$ – вогнутости. Рассматриваются оболочки средней длины [2] и считается, что δ^2/r^2 , $\delta^2/l^2 \ll 1$.

Уравнение срединной поверхности в параметрическом представлении имеет вид

$$x_0 = R(\xi)\cos\varphi \,, \quad y_0 = R(\xi)\sin\varphi \,, \quad z_0 = r\xi \tag{1.2}$$

где φ – угловая координата. Отсюда нетрудно получить, что коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности будут $A^2 = r^2 + \delta^2 (F')^2$, $B^2 = [R(\xi)]^2$. На основании сделанных предположений в выражении A можно пренебречь вторым членом. Следовательно,

$$A \approx r \,, \quad B = R(\xi) \tag{1.3}$$

Главные радиусы кривизны имеют вид

$$k_1 = \frac{1}{R_1} = -\frac{R''}{r^2} \,, \qquad k_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R(\xi)} \tag{1.4}$$

За основные уравнения устойчивости принимаем уравнения , соответствующие теории пологих оболочек

$$\nabla^4 \psi - Eh\nabla_k^2 w = 0 \,, \quad D\nabla^4 w - \nabla_k^2 \psi - Z = 0 \tag{1.5}$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{A}{B}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right]$$

$$\nabla_k^2 = \frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{B}{A}k_2\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{A}{B}k_1\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right]$$

$$Z = \frac{1}{AB}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left(T_1^0\frac{B}{A}\frac{\partial w}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(T_2^0\frac{A}{B}\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(S^0\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(S^0\frac{\partial w}{\partial\xi}\right)\right] \tag{1.6}$$

T_1^0, T_2^0 – докритические меридиональное и окружное усилия; S^0 – сдвигающее усилие. Для рассматриваемых оболочек средней длины, близких по форме к цилиндрическим, потеря устойчивости основной формы равновесия сопровождается слабовыраженным волнообразованием в осевом направлении в сравнении с окружным, поэтому справедливо отношение

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} << \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}, \qquad (f = w, \Psi) \tag{1.7}$$

Подставляя в выражение (1.6) равенства (1.3), (1.4) и используя соотношения (1.7), а также близость R и r, получаем

$$\nabla_k^2 = \frac{1}{r^3}\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{(-R'')}{r}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right], \quad \nabla = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \tag{1.8}$$

Используя выражения (1.8) для системы (1.5), получаем следующее разрешающее выражение:

$$\varepsilon\frac{\partial^8 w}{\partial \varphi^8} + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\left[\left(-\frac{R''}{r}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right]$$

$$+\left(-\frac{R''}{r}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \varphi^2} + \left(\frac{R''}{r}\right)^2\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4}$$

$$-\frac{\partial^4}{\partial \varphi^4}\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(t_1^0\frac{\partial w}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(t_2^0\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial \xi}\left(s^0\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(s^0\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)\right] = 0 \tag{1.9}$$

где

$$\varepsilon = \frac{h^2}{12r^2(1-\nu^2)}, \quad t_i^0 = \frac{T_i^0}{Eh}, \quad s^0 = \frac{S^0}{Eh}$$

2.Для рассматриваемых оболочек докритическое напряженное состояние предполагается безмоментным и, следовательно, определяется на основании уравнений

$$(T_1^0 R)_\xi' + T_2^0 R = 0, \quad \frac{R}{R_1}T_1^0 + T_2^0 + Rq = 0$$

$$(RS_\xi^0)' + R'S^0 = 0 \tag{2.1}$$

Из второго уравнения этой системы получаем

$$T_2^0 = -\left(\frac{R}{R_1}T_1^0 + Rq\right) \tag{2.2}$$

Подставляя это выражение в первое уравнение системы (2.1) и используя равенства (1.4), имеем

$$(T_1^0)_\xi' + a(\xi)T_1^0 + b(\xi) = 0 \tag{2.3}$$

$$a(\xi) = \left[\frac{R'}{R} + R''\frac{(-R'')}{r^2}\right], \quad R = r\left[1 + \delta\frac{F(\xi)}{r}\right]$$

$$b(\xi) = R'q \tag{2.4}$$

Общее решение уравнения (2.3), как известно, имеет вид

$$T_1^0 = \exp\left(-\int a(\xi)d\xi\right)\Big[C$$

$$+ \int b(\xi)\exp\left(\int a(\xi)d\xi\right)d\xi\Big] \qquad (2.5)$$

Упростим выражение (2.5), пренебрегая величинами второго порядка малости, учитывая, что $(\delta / r)^2 << 1$. Согласно выражению (2.4) получаем

$$\int a(\xi)\,d\xi = \frac{\delta}{r}\,\rho(\xi)$$

$$\rho(\xi) = F + \frac{\delta}{r}\left(F^2 + \int F'(\xi)F''(\xi)\,d\xi\right)$$

$$\exp\left(\int a(\xi)d\xi\right) = \exp\left(\frac{\delta}{r}\rho(\xi)\right)$$

$$\approx 1 + \frac{\delta}{r}\rho(\xi) = \rho_1(\xi) \qquad (2.6)$$

$$\int b(\xi)\exp\left(\int a(\xi)\,d\xi\right)\,d\xi = q\delta Q(\xi)$$

$$Q(\xi) \approx F\left(1 + \frac{\delta}{2r}F\right) \qquad (2.7)$$

Следовательно, равенство (2.5) можно представить в виде

$$T_1^0 = \frac{C + qr\frac{\delta}{r}Q(\xi)}{\rho_1(\xi)} \qquad (2.8)$$

Если по краю оболочки приложено продольное усилие P:

$$T_1^0\left(\xi = \frac{l}{r}\right) = P,$$

тогда

$$C = \rho_1\left(\frac{l}{r}\right)P - qr\frac{\delta}{r}Q\left(\frac{l}{r}\right)$$

и, следовательно,

$$T_1^0 = P\rho_1\left(\frac{l}{r}\right)/\rho_1(\xi) + \frac{q\delta}{\rho_1(\xi)}\left[Q(\xi) - Q\left(\frac{l}{r}\right)\right] \qquad (2.9)$$

где $\rho_1(\xi)$, $Q_1(\xi)$ определяются соответственно равенствами (2.6), (2.7). Подставляя выражение (2.9) в равенство (2.2), получаем

$$T_2^0 = -Rr\Big[\frac{\delta}{r}F''(\xi)\Big(P\rho_1\left(\frac{l}{r}\right)/\rho_1(\xi)$$

$$+ \frac{qr}{\rho_1(\xi)}\left[Q(\xi) - Q\left(\frac{l}{r}\right)\right]\Big) + qr\Big]$$

В случае, если $P = 0$, то

$$T_1^{\,0} = \frac{q\delta}{\rho_1(\xi)} \left[Q(\xi) - Q\left(\frac{l}{r}\right) \right]$$

$$T_2^{\,0} = -\frac{qR}{\rho_1(\xi)} \left[1 + \left(\frac{\delta}{r}\right)^2 F''(\xi) \left[Q(\xi) - Q\left(\frac{l}{r}\right) \right] \right] \tag{2.10}$$

Пренебрегая во втором равенстве (2.10) вторым членом в сравнении с единицей и учитывая, что в рассматриваемых случаях $F\left(\frac{l}{r}\right) = 0$, получаем

$$T_1^{\,0} = \frac{q\delta}{\rho_1(\xi)} \, Q(\xi) \, , \quad T_2^{\,0} = qR \tag{2.11}$$

Если по краю оболочки приложено сдвигающее усилие: $S^{\,0}\left(\frac{l}{r}\right) = S_0$, то, как известно, получаем $S^{\,0} = S_0 \frac{r^2}{R^2}$.

В случае $q \neq 0$, $P = 0$, на основании соотношений (1.7), (2.11) получаем, что

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(T_1^{\,0}\frac{\partial w}{\partial\xi}\right) << T_2^{\,0}\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} \tag{2.12}$$

Кроме того, учитывая близость R и r, можно принять $T_2^{\,0} \approx qr$.

3. Рассмотрим оболочку, когда ее образующая определяется параболической функцией

$$F(\xi) = 1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \xi^2$$

Тогда учитывая соотношения (2.12), для случая $q \neq 0$ $P = 0$, $s^{\,0} = 0$ уравнение (1.9) принимает вид

$$\varepsilon \frac{\partial^8 w}{\partial\varphi^8} + \frac{\partial^4 w}{\partial\xi^4} + 4\frac{\delta r}{l^2} \frac{\partial^4 w}{\partial\xi^2\partial\varphi^2}$$

$$+ 4\frac{\delta^2 r^2}{l^4} \frac{\partial^4 w}{\partial\varphi^4} - \frac{qr}{Eh} \frac{\partial^6 w}{\partial\varphi^6} = 0 \tag{3.1}$$

Это уравнение отличается от уравнения, приведенного в [1], дополнительным четвертым членом, который согласно соотношению (1.7) может быть одного порядка с предыдущим членом этого уравнения. Поэтому оценим влияние этого члена.

Рассмотрим случай, когда края оболочки свободно оперты. В работе [1] показано, что выражения

$$u = A\sin(\lambda_m\xi)\sin(n\varphi)\,, \qquad v = B\cos(\lambda_m\xi)\cos(n\varphi)\,,$$

$$w = C\cos(\lambda_m\xi)\sin(n\varphi) \tag{3.2}$$

с точностью до малых величин удовлетворяют этим граничным условиям.

Подставляя выражение (3.2) в уравнение (3.1), получаем

$$t^{\,0} = \varepsilon n^2 + \lambda_m^{\,4} n^{-6} + 4\frac{\delta r}{l^2}\lambda_m^{\,2} n^{-4} + 4\frac{\delta^2 r^2}{l^4} n^{-2}$$

$$t^0 = \frac{qr}{Eh}, \qquad \lambda_m = \frac{m\pi r}{2l} \tag{3.3}$$

Без последнего слагаемого эта формула совпадает с формулой [1], а без двух последних слагаемых-с известной формулой для цилиндрической оболочки средней длины [2]. Из формулы (3.3) нетрудно видеть, что последний член влияет в сторону увеличения значения критического давления как для выпуклых, так и для вогнутых оболочек.

Найдем критическое значение $t^0 = t_*$, которое является наименьшим значением t^0 в зависимости от m и n.

Из выражения (3.3) нетрудно видеть, что при $\delta > 0$ наименьшее значение t^0 в зависимости от m будет при $m = 1$.

В случае $\delta < 0$ аналогично [1] нетрудно показать, что $m = 1$.

Обозначим $n^2 = x$, тогда выражение (3.3) примет вид

$$t^0 = \varepsilon x + \lambda_1^4 x^{-3} + 4\frac{\delta r}{l}\lambda_1^2 x^{-2} + 4\frac{\delta^2 r^2}{l^4} x^{-1}$$

Определим минимум величины t^0, как непрерывной функции от x, $(x > 0)$. Из выражения $(t^0)'_x = 0$ получаем

$$x^4 + cx^2 + dx + e = 0 \tag{3.4}$$

$$c = -4\frac{\delta^2 r^2}{l^4}\varepsilon^{-1}, \quad d = -8\frac{\delta r}{l^2}\lambda_1^2\varepsilon^{-1}$$

$$e = -3\lambda_1^4\varepsilon^{-1} \tag{3.5}$$

Известно, что корни уравнения (3.4) совпадают с корнями двух уравнений

$$x^2 + A_\pm \frac{x}{2} + y - \frac{d}{A_\pm} = 0$$

$$A_\pm = \pm\sqrt{8y - 4c} \tag{3.6}$$

$$x_{1,2} = \sqrt{\frac{a}{2}} \pm \sqrt{\frac{d}{\sqrt{8a}} - \frac{a}{2}}$$

$$x_{3,4} = \sqrt{\frac{a}{2}} \pm \sqrt{-\frac{d}{\sqrt{8a}} - \frac{a}{2}}$$

$$a = y - \frac{c}{2} \tag{3.7}$$

где y -какой-либо действительный корень кубического уравнения

$$8y^3 - 4cy^2 - 8ey + \left(4ce - d^2\right) = 0 \tag{3.8}$$

Произведя замену переменной

$$z = y - \frac{c}{6} \tag{3.9}$$

приведем уравнение (3.8) к виду

$$z^3 + 3pz + 2q = 0 \tag{3.10}$$

$$q = -2\left(\frac{\delta r}{l^2}\right)^2 \left[\lambda_1{}^4 - \frac{4}{27}\frac{\delta r}{l^2}\varepsilon^{-1}\right]\varepsilon^{-2}$$

$$p = [\,\lambda_1{}^4 - \frac{4}{9}\frac{\delta^4 r^4}{l^8}\varepsilon^{-1}\,]\,\varepsilon^{-1} \tag{3.11}$$

Если принять, что

$$(\pi/4)^4 \varepsilon >> (\delta/l)^4 \tag{3.12}$$

то выражения (3.11) принимают вид

$$p = \lambda_1{}^4 \varepsilon^{-1}\ ,\quad q = -\,2\left(\frac{\delta r}{l^2}\right)^2 \lambda_1{}^4 \varepsilon^{-2} \tag{3.13}$$

Так как дискриминант уравнения (3.10) больше нуля, то имеем один действительный корень этого уравнения

$$z = \frac{2}{\pi}\lambda_1{}^2\left(\frac{\pi}{2}\varepsilon^{-2}\right)^{1/3}\left[\sqrt[3]{2\frac{\delta^2}{l^2} + \sqrt{4\frac{\delta^4}{l^4} + \frac{\pi^4}{16}\varepsilon}}\right.$$
$$\left. + \sqrt[3]{2\frac{\delta^2}{l^2} - \sqrt{4\frac{\delta^4}{l^4} + \frac{\pi^4}{16}\varepsilon}}\,\right]$$

используя условие (3.12), это выражение можно упростить

$$z = \frac{4}{3}\frac{\delta^2 r^2}{l^4}\varepsilon^{-1} \tag{3.14}$$

Тогда на основании (3.7), (3.9), (3.14) имеем

$$\alpha = z - \frac{c}{3} = \frac{8}{3}\frac{\delta^2 r^2}{l^4}\varepsilon^{-1} \tag{3.15}$$

Подставляя значения d и α согласно равенствам (3.5), (3.15) в выражения (3.7) получаем, что при $\delta < 0$ положительным корнем является только корень x_1, а при $\delta > 0$ -только корень x_3. В результате получаем

$$n_\pm{}^2 = \left[\sqrt{1.732\,\varepsilon^{1/2} - 0.54\left(\frac{\delta}{l}\right)^2}\right.$$

$$\left.\pm 0.736\frac{\delta}{l}\right]\lambda_1\varepsilon^{-1/2} \tag{3.16}$$

Индекс $(+)$ соответствует $\delta > 0$, а $(-) - \delta < 0$.

Следовательно, с точностью до малых величин получаем формулы для $n_\pm$, совпадающие с формулами [1]. Отсюда следует, что дополнительный член практически не влияет на критическое число волн.

При $\delta = 0$ из выражения (3.16) получаем известную формулу для цилиндрической оболочки $n_*{}^2 = \sqrt[4]{3}\,\lambda_1{}^2\,\varepsilon^{-1/4}$.

Оценим теперь количественное влияние дополнительного члена $\dfrac{4\delta^2 r^2}{l^4 n^2}$ на величину критической нагрузки, определяемую формулой (3.3). Рассмотрим оболочку с геометрическими параметрами $l/r = 1$, $h/r = 10^{-2}$, $\delta/r = 10^{-2}$ и $\delta/r = -10^{-2}$. В этих случаях относительное расхождение с данными работы [1] составляет величина всего 2 - 3 %, тогда как для $\delta/r = 3 \cdot 10^{-2}$ расхождение составляет уже 12%, а при $\delta/r = -3 \cdot 10^{-2}$ около 85%. Следовательно, учет дополнительного члена может существенно повлиять на величину критической нагрузки и особенно, для вогнутых оболочек.

4. Рассмотрим другой практически интересный случай, когда

$$F(\xi) = [1 - (\tfrac{r}{l})^2 \xi^2]^2 \tag{4.1}$$

при этом, в отличие от предыдущего случая, $F'(\pm l/r) = 0$. В данном случае уравнение (1.10) будет с переменными коэффициентами.

Рассмотрим граничные условия свободного опирания. Учитывая, что коэффициенты уравнения зависят только от переменной ξ, а также, что имеется полная симметрия задачи в осевом направлении, ограничимся решением в виде ряда

$$w = \sin(n\varphi) \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} A_m \cos(\lambda_m \xi), \qquad \lambda_m = \frac{m\pi r}{2l} \tag{4.2}$$

При решении использовался метод Бубнова - Галеркина. В результате процесса ортогонализации получаем следующую систему однородных алгебраических уравнений, записанную в метричном виде:

$$(C - \lambda E) A = 0, \quad C = [C_{im}], \quad A = [A_i]$$

$$E = 1, \quad \lambda = \frac{qr}{Eh}$$

$$C_{im} = \delta_{i,m} \theta_i + \Delta_{i,m} (1 - \delta_{i,m}), \quad i, m = 1, 3, 5, \ldots,$$

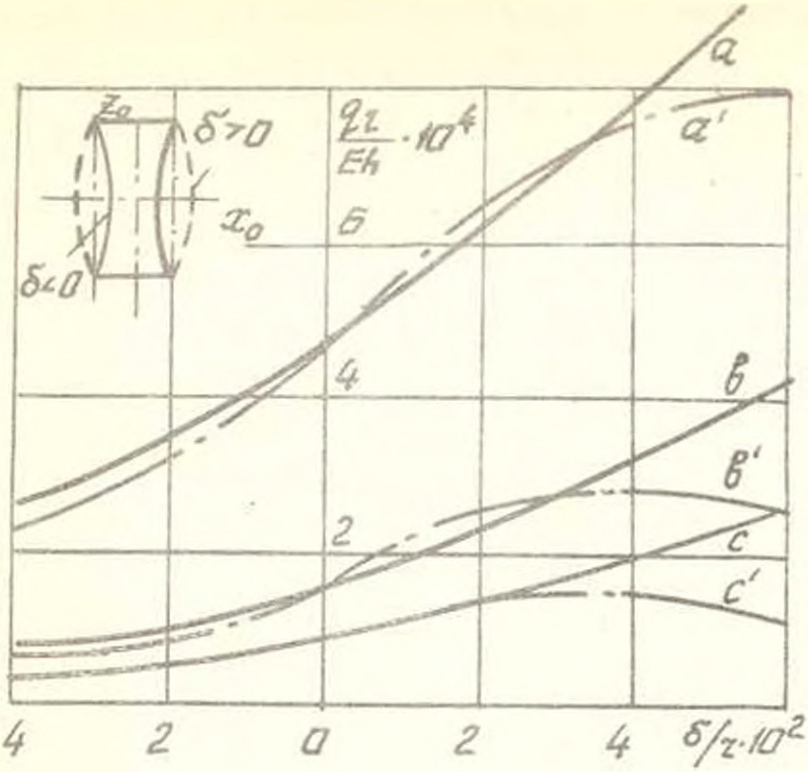
$$\theta_i = \varepsilon n^2 + \lambda_i^4 n^{-6} + R_i, \quad \varepsilon = \frac{h^2}{12 r^2 (1 - \nu^2)}, \quad \lambda_i = \frac{i\pi r}{2l}$$

$$\Delta_{i,m} = 48 \frac{\delta}{r} \left(\frac{r}{l}\right)^4 (-m a_{m,i} + c_{m,i}) m n^{-4}$$

$$+ \frac{768}{\pi^4} \left(\frac{\delta}{r}\right)^2 \left(\frac{r}{l}\right)^4 (-a_{m,i} + 3 b_{m,i}) n^{-2}$$

$$R_i = 12\pi^2 \frac{\delta}{r} \left(\frac{r}{l}\right)^4 \frac{1}{i n^6} + 16 \left(\frac{\delta}{r}\right)^2 \left(\frac{r}{l}\right)^4 \left[\left(\frac{12}{\pi^2 i^2} - 1\right)\right.$$

$$\left. + \frac{9}{5} \left[1 - \frac{20}{\pi^2 i^2}\left(1 - \frac{6}{\pi^2 i^2}\right)\right] \right] n^{-2}$$



Фиг.1

$$a_{m,i} = \frac{\cos\frac{(m+i)\pi}{2}}{(m+i)^2} + \frac{\cos\frac{(m-i)\pi}{2}}{(m-i)^2}$$

$$c_{m,i} = \frac{\cos\frac{(m+i)\pi}{2}}{(m+i)} + \frac{\cos\frac{(m-i)\pi}{2}}{(m-i)}$$

$$b_{m,i} = \cos\frac{(m+i)\pi}{2}\,\frac{(m+i)^2 - 6\left(\frac{2}{\pi}\right)^2}{(m+i)^4}$$

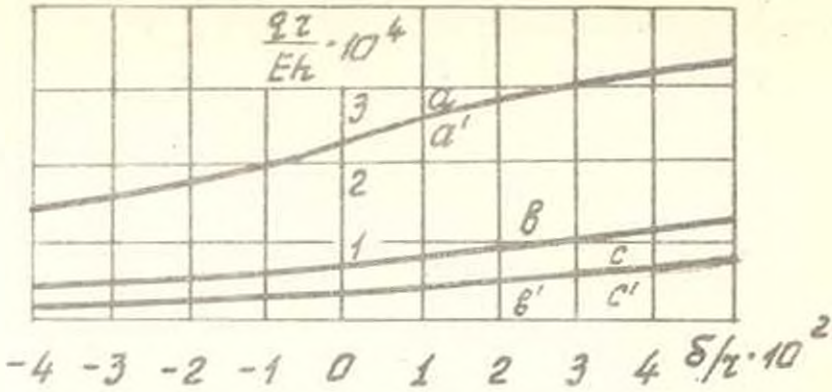
$$+ \cos\frac{(m-i)\pi}{2}\,\frac{(m-i)^2 - 6\left(\frac{2}{\pi}\right)^2}{(m-i)^4}$$

Таким образом, задача нахождения критической нагрузки сводится к определению наименьшего собственного значения матрицы $\| C_{mi} \|$ в зависимости от параметра n.

Ограничиваясь во втором приближении двумя членами ряда, получаем следующее выражение для меньшего корня:

$$\lambda^{(2)}(n) = \frac{\theta_1(n) + \theta_3(n)}{2} - \frac{\sqrt{[\theta_3(n) - \theta_1(n)]^2 + 4\Delta_{13}^2}}{2}$$

Учитывая интервалы убывания и возрастания функций θ_1, θ_2, Δ_{13}, нетрудно получить, что наименшее значение $\lambda(n)$ ре-



Фиг.2

ализуется в интервале $n_{\pm} \leq n \leq n_{03}$, где $n_{\pm}$ определяется равенством (3.16), а $n_{03} = \frac{3\pi r}{2l} \varepsilon^{-1/4}$.

Дальнейшие приближения рассчитывались на ЭВМ.Проведенные расчеты показали,что для получения практически точных результатов (когда расхождение между предыдущим и последующим приближениями составляет величина порядка 1%) для оболочек средней длины достаточно ограничиться вторым-третьим приближениями ($m = 1, 3, 5$) .

На основании проведенных расчетов построены кривые зависимости qr/Eh от δ/r ($\delta > 0$ соответствует выпуклым оболочкам , а $\delta < 0$ – вогнутым).На фиг.1 для $l = r$ ($L = 2l$) и различных толщин $\frac{h}{r} \cdot 10^2 = 1, 2, 3$, приведены соответственно кривые a,b,c, для формы образующей (3.1) и кривые a', b', c' для формы (4.1).Нетрудно заметить ,что влияние различных форм образующих становится более существенным по мере уменьшения толщины и увеличения амплитуды отклонения δ для выпуклых оболочек,в то время как для вогнутых оболочек этого практически не происходит.На фиг.2 приведены кривые, когда $l = 2r$ ($L = 4r$) , $\frac{h}{r} \cdot 10^2 = 1, 2, 3$ при этом кривые,соответствующие формам (3.1) и (4.1),практически сливаются,так как с увеличением длины оболочки влияние на критическую нагрузку различия форм образующей уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Даревский В.М. Устойчивость оболочки, близкой по форме к цилиндрической. Проблемы расчета пространственных конструкций. -М.: 1980, с. 35 - 45.*
2. *Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. - М.: Физматгиз, 1967. 984 с.*

Институт математики АН Грузии им. А.М. Размадзе

Поступила в редакцию 23.01.1991