ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 44, № 4, 1991 Механика

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ МАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ СЛОЯ И ПОЛУСЛОЯ С ТУННЕЛЬНЫМИ ПОЛОСТЯМИ И ТРЕЩИНАМИ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА

ОСТРИК В.И., ФИЛЬШТИНСКИЙ Л.А.

Օստրիկ Վ.Ի., Ֆիլշտինսկի Լ.Ա. Մագնիսաառաձգականության դինամիկական խնդիրներ երկայնական սահքի ճաքերով և թունելային խոռոչներով շերտի և կիսաշերտի համար

Հետազոտվում է ուժեղ մագնիսական դաշտի ազդեցությունը սահքի ալիքների և առաձգական իդեալական հաղորդիչ շերտում կամ կիսաշերտում թունելային խոռոչների ու ճաքերի փոխազդեցության վրա: Դիտարկվող եզրային խնդրում ստացված սինգուլյար ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումը հետազոտվում է թվային:

Изучается влияние сильного магнитного поля на взаимодействие волн сдвига с туннельными полостями и трещинами в упругом идеально-проводящем слое и полуслое. Полученное сингулярное интегро-дифференциальное уравнение рассматриваемой краевой задачи реализовано численно.

Ostrik V.I., Filshtinsky L.A. Dynamic Problems of Magnetic Elasticity for a Layer and a Semilayer With a Tunnel Cavities and a Cracks

На характер волновых полей в электропроводных телах значительное влияние оказывают внешние магнитные поля. Возникающие при этом силы Лоренца необходимо учитывать в уравнениях движения упругой среды, что приводит к появлению дополнительного тензора максвелловских напряжений [1,2].

В рамках этого подхода ниже изучается влияние сильного магнитного поля на взаимодействие волн сдвига с туннельными концентраторами напряжений в упругом идеально проводящем (диа пара) магнитном слое и полуслое (подобная задача для прямолинейной трещины в неограниченной среде рассмотрена в [3]). Используется метод решения динамических задач теории упругости для тел с криволинейными разрезами, предложенный в работах [4,5].

1. Будем рассматривать идеально проводящий упругий слой ($0 \le x \le a$, $-\infty \le y \le \infty$, $-\infty < z < \infty$) или полуслой ($0 \le x \le a$, $0 \le y < \infty$, $-\infty < z < \infty$), находящиеся в статическом магнитном поле с напряженностью $\vec{H}^{0} = (0, H_0, 0)$ и ослабленные цилиндрическими вдоль оси z трещинами и полостями.

В результате механического возбуждения, вызывающего движение частиц упругой среды, в теле возникает электромагнитное поле $\vec{H} = \vec{H}^{0} + \vec{h}$, $\vec{E} = \vec{e}$, где $\vec{h}$, $\vec{e}$ - малые флуктуации магнитного и электрического полей соответственно. Считая электромагнитное поле квазистатическим ($\vec{D} = 0$, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$, $\vec{D}$ -электрическое смещение , t - время), получаем из уравнений Максвелла и линеаризованных уравнений движения [1]:

$$\vec{h} = rot(\vec{U} \times \vec{H}^0) , \quad \vec{e} = -\mu_e \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H}^0 \right) \tag{1.1}$$

$$\mu \nabla^2 \vec{U} + (\lambda + \mu) \, grad \, div \vec{U} + \mu_e \, rot \vec{h} \times \vec{H}^0 = \rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t^2}$$

где $\vec{U}$ - вектор упругого смещения, λ , μ - параметры Ламе, μ_e - магнитная проницаемость, ρ - плотность среды, ∇^2 -дифференциальный оператор Лапласа.

Пусть из бесконечности излучается магнитоупругая сдвиговая волна смещения w_0 [3], а поверхности концентраторов либо свободны от сил, либо подвержены воздействию гармонической во времени и не зависящей от координаты z сдвиговой нагрузки. В этом случае в теле возникает стационарный волновой процесс, соответствующий состоянию антиплоской деформации: $\vec{U} = (0, 0, w)$, $w = Re(W(x, y) \times exp(-i \omega t))$ (ω - круговая частота). Исключая из (1.1) время, приходим к дифференциальному уравнению относительно амплитуды смещения $W(x, y)$

$$\nabla^2 W + \chi^2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \gamma_2^2 W = 0 \quad \left(\chi^2 = \frac{\mu_e H_0^2}{\mu} , \ \gamma_2^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu} \right) \tag{1.2.}$$

Суммарные напряжения σ_{xz} , σ_{yz} складываются из механических τ_{xz} , τ_{yz} и максвелловских t_{xz} , t_{yz} и выражаются через смещение $w(x, y)$ по формулам

$$\sigma_{xz} = \tau_{xz} + t_{xz} , \quad \sigma_{yz} = \tau_{yz} + t_{yz} \tag{1.3}$$

$$\tau_{xz} = \frac{\mu \, \partial w}{\partial x} , \quad \tau_{yz} = \frac{\mu \, \partial w}{\partial y} , \quad t_{xz} = 0 , \quad t_{yz} = \frac{\mu \chi^2 \, \partial w}{\partial y}$$

Предположим, что основания слоя (полуслоя) свободны от сил

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0 \qquad (x = 0 , \ x = a) \tag{1.4}$$

а торцевая граница полуслоя закреплена

$$W = 0 \qquad (y = 0) \tag{1.5}$$

или свободна

$$\frac{\partial W}{\partial y} = 0 \qquad (y = 0) \tag{1.6}$$

Считаем, что вдоль отрицательного направления оси oy распространяется магнитоупругая волна сдвига

$$w_0 = Re(W_0 (y) exp(- i \omega t)) , \quad W_0 = \tau \, exp \left(- \frac{i \gamma_2 y}{\sqrt{1 + \chi^2}} \right) \tag{1.7}$$

а на поверхности трещин S_j ($j = \overline{1, m_1}$ или полостей S_j ($j = \overline{m_1 + 1, m}$, $m = m_1 + m_2$) возможно действие гармонитеской во времени механической нагрузки.

Пусть L_j-линия пересечения поверхности S_j- с плоскостью x0y, n = ($\cos\psi$, $\sin\psi$)-единичная (внутренняя для полости) нормаль к L_j. Будем предполагать, что кривизна дуги L_j- функция класса H [6]. Краевое условие на контуре трещины (полости) запишется в виде:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial n} \right) \Big|_{L_j} = \frac{1}{\mu} \tau \qquad (j = \overline{1, m}) \tag{1.8}$$

Разрешающее уравнение (1.2) при переходе к новым координатам

$$x_1 = x \ , \ y_1 = \frac{y}{\sqrt{1 + \chi^2}}$$

преобразуется в уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y_1^2} + \gamma_2^2 W = 0 \tag{1.9}$$

Дифференциалы ds_1, ds дуги L_j в системах координат $x_1 0 y_1$ и $x\,0\,y$ связаны соотношением $(1 + \chi^2 \sin^2\psi)\,ds^2 = (1 + \chi^2)\,ds_1^2$.

2. Решение краевой задачи (1.2), (1.4)-(1.8) представим в виде суперпозиции падающей, отраженной и рассеянной волн:

$$W = W_0 + A W_1 + W_* \ , \quad W_1 = \tau \exp(i \gamma_2 y_1) \tag{2.1}$$

$$W_*(x, y) = - i \int_L [p(s) (\frac{\partial G}{\partial \zeta_1} d\zeta_1 - \frac{\partial G}{\partial \bar\zeta_1} d\bar\zeta_1) -$$

$$- \frac{i \chi^2 \sin 2\psi}{2 \sqrt{1 + \chi^2}} p(s)\, G\, ds] + \int_l p(s)\, G\, ds_1$$

$$\Gamma = L \cup l \ , \ L \cap l = 0 \ , \ L = \bigcup_{j=1}^{m_1} L_j \ , \ l = \bigcup_{j=m_1+1}^{m} L_j$$

$$G(\xi, x, \eta_1, y_1) = g(\xi, x, \eta_1 - y_1) + A g(\xi, x, -\eta_1 - y_1)$$

$$\zeta_1 = \xi + i \eta_1 \ , \ \eta_1 = \frac{\eta}{\sqrt{1 + \chi^2}} \ , \ \zeta = \xi + i \eta \in \Gamma \ , \ z = x + i y$$

Здесь $W_1(x, y)$-амплитуда отраженной от торцевой границы полуслоя волны, $W_*(x, y)$-амплитуда рассеянной концентраторами волны; Г- суммарный контур трещин и полостей, s -его дуговая координата; $p(s)$ - неизвестная плотность; G - функция Грина краевой задачи (1.9),(1.4), (1.5) или (1.6) для полуполосы $0 \le x_1 \le a$, $0 \le y_1 < \infty$; g- функция Грина краевой задачи (1.9),(1.4) для полосы $0 \le x_1 \le a$, $-\infty \le y_1 < \infty$; $A = 1$ в случае свободного, $A = -1$ защемленного торцевого края полуслоя, $A = 0$ в случае слоя.

Интегральное представление (2.1) удовлетворяет дифференциальному уравнению (1.2), граничным условиям (1.4), (1.5) или (1.6), условиям излучения [7], а также обеспечивает непрерывность механических напряжений и существование скачка перемещения на контуре L .

Функция Грина для полосы разыскивалась в форме ряда Фурье по координате x с последующим преобразованием Фурье по координате y_1 и имеет вид:

$$g(\xi, x, \eta_1 - y_1) = \frac{1}{2 i \gamma_2 a} \exp(i \gamma_2 |\eta_1 - y_1|)$$

$$- \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \exp(-\lambda_k |\eta_1 - y_1|) \cos(\alpha_k \xi) \cos(\alpha_k x) \tag{2.2}$$

$$\lambda_k = \sqrt{\alpha_k^2 - \gamma_2^2} \quad (\gamma_2 < \alpha_k), \quad \lambda_k = -i \sqrt{\gamma_2^2 - \alpha_k^2} \quad (\gamma_2 > \alpha_k)$$

$$\alpha_k = \frac{\pi k}{a}$$

В случае, если $\eta_1 = y_1$, ряд в формуле (2.2) сходится условно, а при $\xi = x$, $\eta_1 = y_1$ становится расходящимся. Для устранения этого явления выделим его главную часть. Получим

$$g(\xi, x, \eta_1 - y_1) = g_0 + g_1$$

$$g_0 = \left(g - \frac{1}{2 i \gamma_2 a} \exp(i \gamma_2 |\eta_1 - y_1|)\right)\Big|_{\gamma_2 = 0}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln \left| 4 \sin \frac{\pi}{2a}(\zeta_1 - z_1) \sin \frac{\pi}{2a}(\bar{\zeta}_1 + \bar{z}_1) \right| - \frac{1}{2a} |\eta_1 - y_1|$$

$$g_1 = \frac{1}{2 i \gamma_2 a} \exp(i \gamma_2 |\eta_1 - y_1|)$$

$$- \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\lambda_k} \exp(-\lambda_k |\eta_1 - y_1|) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\alpha_k} \exp(-\alpha_k |\eta_1 - y_1|) \right) \cos(\alpha_k \xi) \cos(\alpha_k x) \tag{2.3}$$

$$z_1 = x + i y_1$$

Отсюда видно, что функция $g(\xi, x, \eta_1 - y_1)$, а значит и функция Грина G, удовлетворяет уравнению (1.2), когда $\zeta \neq z$, а при $r_1 = |z - \zeta| \to 0$ имеет логарифмическую особенность. Общий член ряда для g_1 затухает как k^{-3} при $r_1 = 0$ и экспоненциально при $\eta_1 \neq y_1$. Ряд (2.2) для второй составляющей $g(\xi, x, -\eta_1 - y_1)$ функции Грина G сходится экспоненциально. Выполненное преобразование функции Грина дает возможность применить к ней операцию дифференцирования и обеспечивает существование ее вторых производных при $\zeta \neq z$.

Вычисляя нормальную производную от функции W (2.1), регуляризуя расходящиеся интегралы интегрированием по частям и подставляя затем предельное значение нормальной производной при $z \to \zeta_0 = \xi_0 + i\eta \in \Gamma$ в краевое условие (1.8), приходим к сингулярному интегро-дифференциальному уравнению по контуру Γ относительно функции $p(s)$

$$\int_L \{p'(s)\left(\operatorname{Im} \frac{c(\psi_0)}{\zeta_0 - \zeta_{01}} - \frac{\chi^2 \sin 2\psi}{2\sqrt{1+\chi^2}} \frac{\partial G}{\partial n_0} \right) ds$$

$$- i p(s) \left(\frac{\partial^2 G_1}{\partial n_0 \partial \zeta_1} d\zeta_1 - \frac{\partial^2 G_1}{\partial n_0 \partial \bar{\zeta}_1} d\bar{\zeta}_1 \right) \} + b(\psi_0) p(s_0)$$

$$+ \int_l p(s) \frac{\partial G}{\partial n_0} ds_1 = \frac{1}{\mu} Z - \frac{\partial}{\partial n_0} (W_0 + A W_1) \qquad (2.4)$$

$$c(\psi_0) = \cos\psi_0 + \frac{i}{\sqrt{1+\chi^2}} \sin\psi_0 , \quad p = \int_{a_j}^{\zeta} dp , \quad \zeta \in L_j$$

$$G_1 = G - \frac{1}{2\pi} \ln |\zeta_1 - \zeta_{01}| , \quad \zeta_{01} = \xi_0 + \frac{i\eta_0}{\sqrt{1+\chi^2}}$$

$$b(\psi_0) = -\frac{1}{2}(1 + \chi^2 \sin^2\psi_0)^{-\frac{1}{2}} \quad (\zeta_0 \in l), \quad b(\psi_0) = 0 \quad (\zeta_0 \in L)$$

Здесь a_j-начало трещины, $n_0 = (\cos\psi_0 , \sin\psi_0)$-единичная нормаль к контуру Γ в точке ζ_0, ядра $\operatorname{Im}\left[\frac{c(\psi_0)}{(\zeta_1 - \zeta_{01})} \right]$, $\frac{\partial G}{\partial n_0}$ - сингулярные. Уравнение (2.4) необходимо рассматривать совместно с дополнительными условиями

$$\int_{L_j} p(s)\, ds = 0 \qquad (j = \overline{1, m_1}) \qquad (2.5)$$

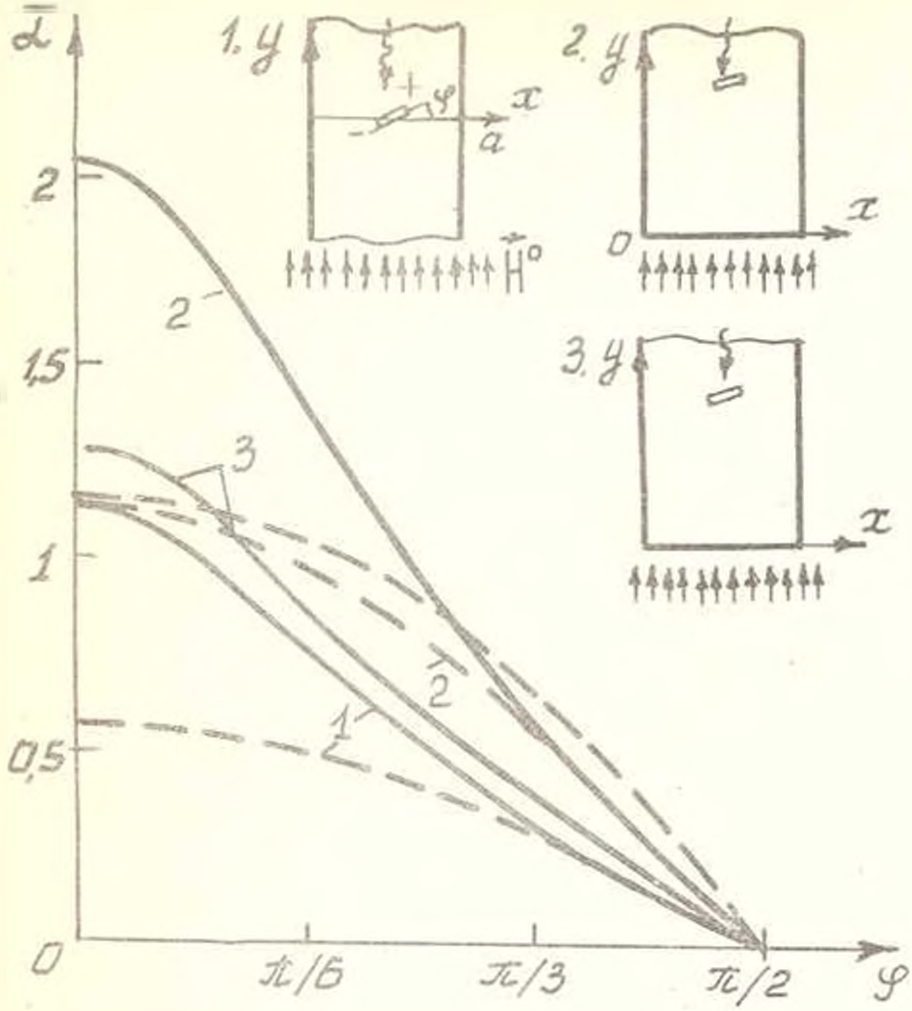
отражающими отсутствие скачков перемещения в вершинах разрезов. Уравнения (2.4), (2.5) однозначно определяют решение с неограниченной производной на концах разрезов. На контурах полостей $p(s) \in H$ [6].

Ряды для вторых производных функции G_1 в уравнении (2.4) при $\eta_1 = r_1$ сходится условно. После выделения главной части остаток ряда сходится не медленнее, чем k^{-3}.

3. Далее удобно ввести параметризацию контура разреза: $\zeta = \zeta(\beta)$ $(-1 \le \beta \le 1)$. В соответствии с этим

$$p'(s) = \frac{\Omega(\beta)}{s'(\beta)\sqrt{1-\beta^2}} , \qquad \Omega(\beta) \in H\,[-1, 1]$$

Для определения суммарных напряжений σ_{xz}, σ_{yz} в окрестности вершины дефекта воспользуемся интегральным представлением (2.1). Асимптотический анализ входящих в формулы для напряжений интегралов дает



Фиг.1 График зависимости величины $\bar{a}$ от угла ориентации φ

прямолинейной трещины.

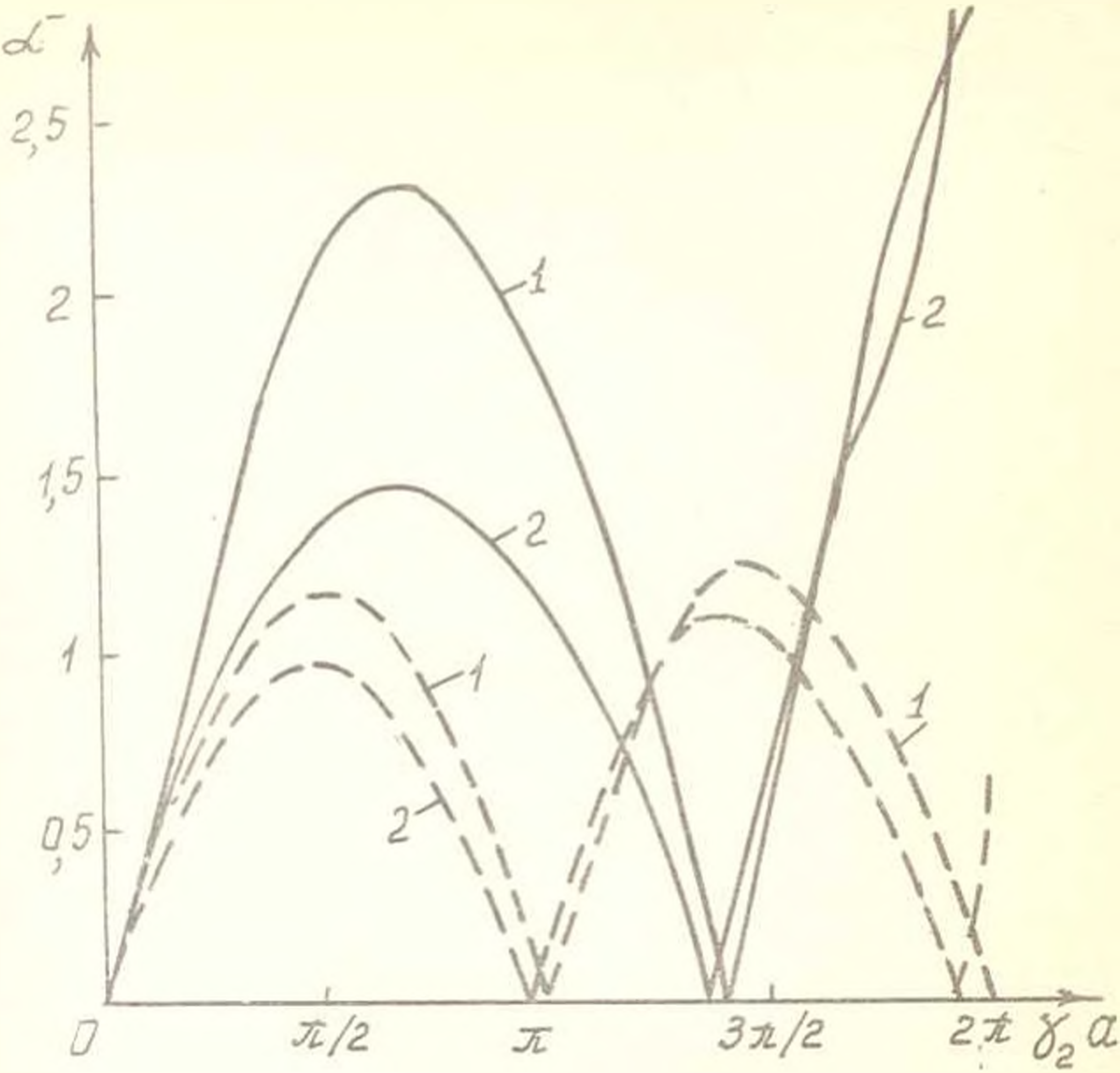
$$\sigma_{xz} - i\sigma_{yz} = -\frac{\mu}{2}\sqrt{1+\chi^2}\;\exp\left(i\frac{\psi_c}{2}\right)\operatorname{Re}\left[\Omega(\pm 1)\exp(-i\omega t)\right]$$

$$\times\left(\mp 2is'(\pm 1)(z-c)\right)^{-\frac{1}{2}} + O(1),\quad z\to c \qquad (3.1)$$

$$c = \zeta(\pm 1),\qquad \psi_c = \psi\,|_{\zeta=c}$$

С учетом (3.1) определяем динамический коэффициент интенсивности напряжений

$$K_{III} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\,\left(\sigma_{xz}\cos\psi_c + \sigma_{yz}\sin\psi_c\right) \qquad (3.2)$$

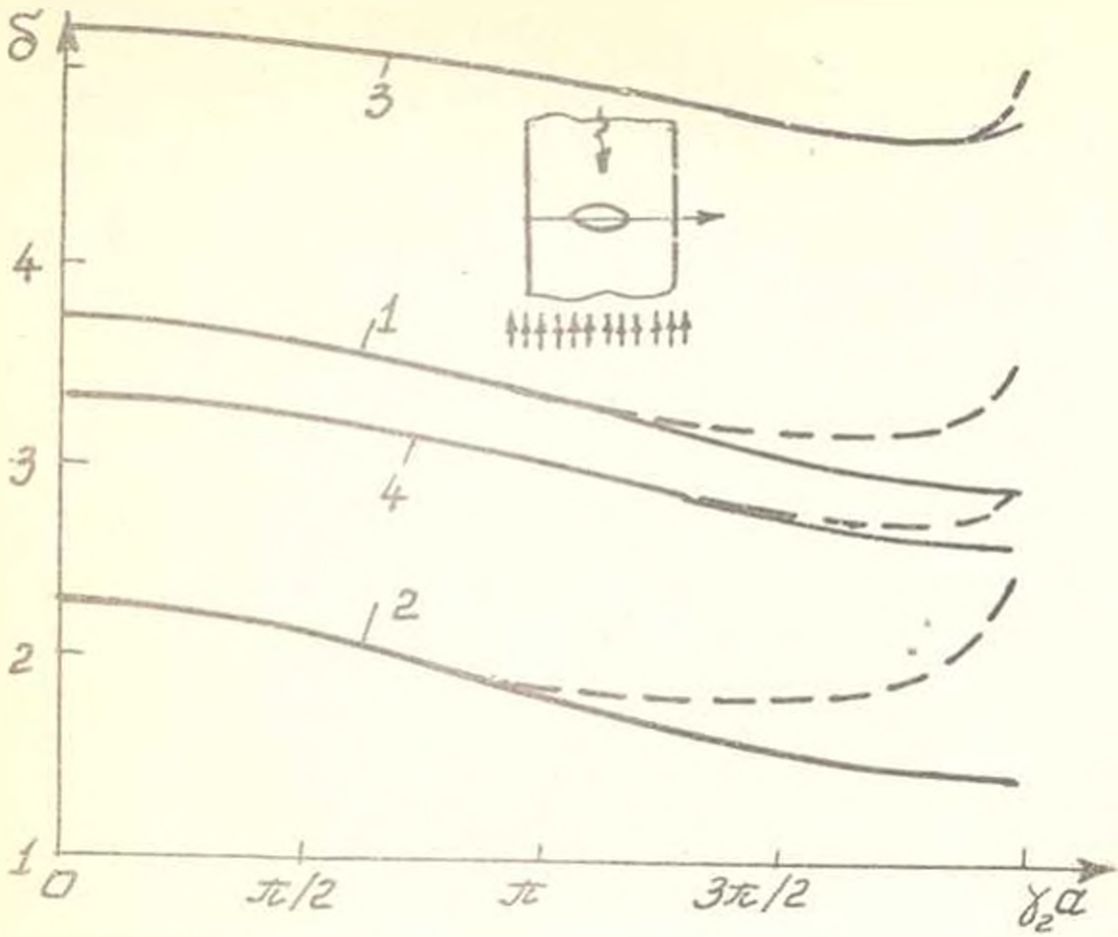


Фиг. 2 График зависимости величины α^- от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$ для прямолинейной поперечной и параболической трещины в полуслое со свободным торцом.

$$= \pm \frac{\mu}{2}\sqrt{\pi(1+\chi^2)(s'(\pm 1))^{-1}}\,|\Omega(\pm 1)|\cos(\omega t - \arg\Omega(\pm 1))$$

где r-расстояние от рассматриваемой точки на продолжении трещины до вершины c.

4 Численная реализация уравнений (2.4),(2.5) проводилась методом механических квадратур [8] для случая одного контура Г (трещина или полость). Уравнение (2.4) удовлетворялось в узлах $\beta_i = \cos\theta_i$, $\theta_i = \frac{\pi i}{n}$, $i = \overline{1, n-1}$ (для трещины), $\theta_j = \frac{2\pi(j-1)}{n}$, $i = \overline{1, n}$ (для полости) и сводилось к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений $\Omega(\beta_j)$, $\beta_j = \cos\theta_j$



Фиг.3. График зависимости величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$ для круговой и эллиптической полости в слое

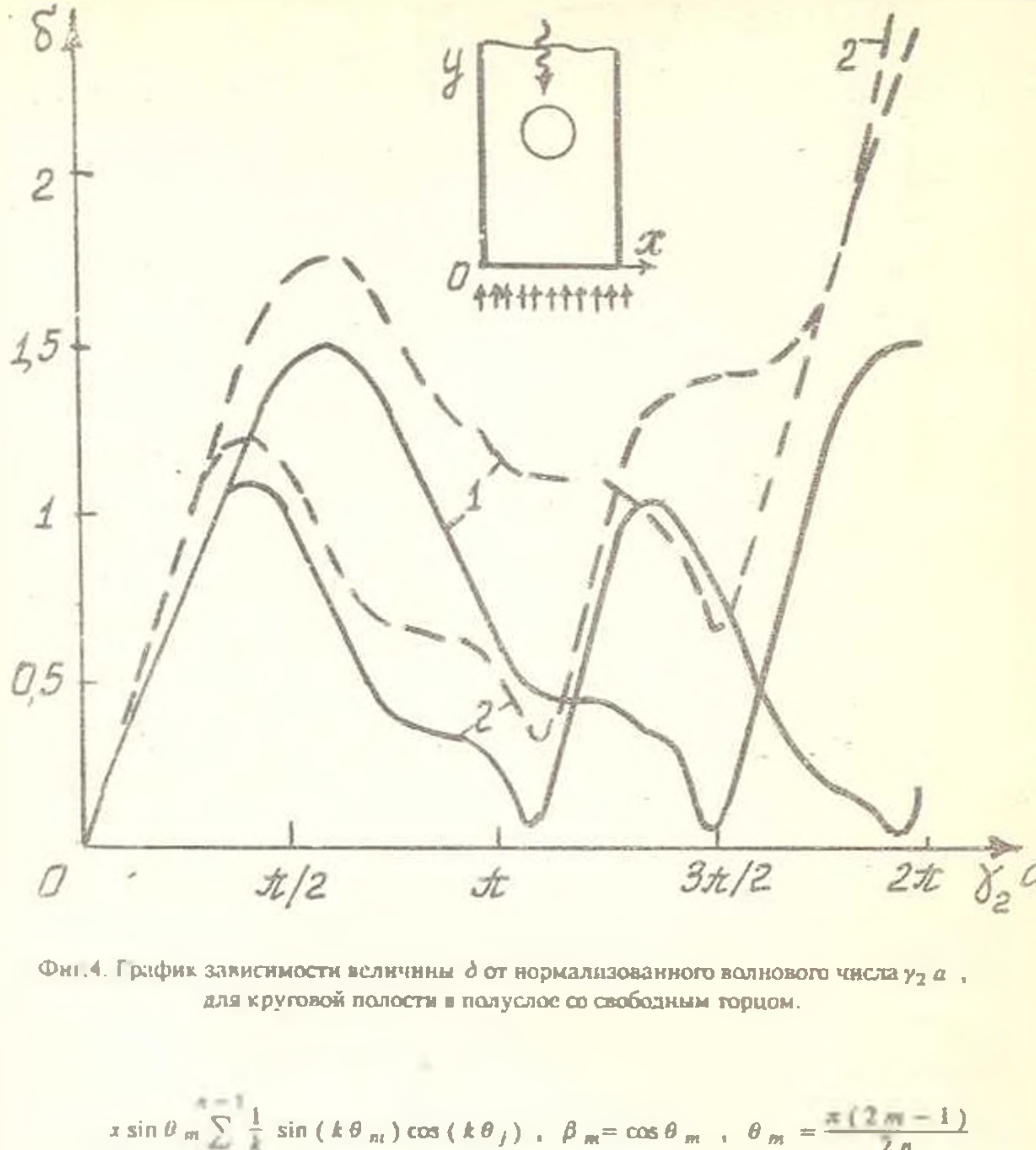
$\theta_j = \dfrac{\pi(2j-1)}{2n}$, $j = \overline{1, n}$ (для трещины), $p(s(\theta_j))$,

$\theta_j = \dfrac{\pi(2j-1)}{n}$, $j = \overline{1, n}$ (для полости). Для замыкания системы в случае трещины использовалось линейное алгебраическое уравнение, вытекающее из условия (2.5). При этом параметрическое представление контура полости бралось в виде $\zeta = \zeta(\theta)$, $0 \le \theta \le 2\pi$.

К интегралам в (2.4), (2.5) применялись квадратурные формулы Гаусса-Чебышева (для трещины) и прямоугольников (для полости), имеющие наивысшую алгебраическую степень точности как для регулярных, так и для сингулярных интегралов при указанном выборе узлов.

Квадратурная формула для интеграла по контуру трещины, содержащего функцию $p(s)$, получена с использованием интерполяционного многочлена функции $\Omega(\beta)$ по узлам β_j и имеет вид:

$$\int_{\Gamma} p(s) M(s, s_0)\, ds = -\frac{2\pi}{n^2} \sum_{j=1}^{n} \Omega(\beta_j) \sum_{m=1}^{n} M(s(\beta_m), s_0)\, s'(\beta_m)$$



Фиг.4. График зависимости величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$, для круговой полости в полуслое со свободным торцом.

$$x \sin\theta_m \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \sin(k\theta_m)\cos(k\theta_j)\ ,\quad \beta_m = \cos\theta_m\ ,\quad \theta_m = \frac{\pi(2m-1)}{2n}$$

(4.1)

Значения внеинтегральной плотности для контура полости в узлах θ_i определялись при помощи интерполяционного многочлена функций $p(s(\theta))$ по узлам θ_j (n - нечетное):

$$p(s(\theta_i)) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} p(s(\theta_j))(-1)^{i+j}\,\mathrm{cosec}\,\frac{\pi}{2n}(2i-2j+1) \qquad (4.2)$$

Расчеты безразмерных величин a^*, δ проведены для случая дифракции падающей сдвиговой волны ($\tau \neq 0$) на свободной от сил трещине или полости ($Z = 0$). Коэффициент интенсивность напряжений выражается через α^{*} следующим образом:

$$K_{III} = \sqrt{a}\ \alpha^{*}\ |T_y| \cos(\omega t - \arg\Omega(\pm 1)),$$

где $|T_y| = \dfrac{\mu\gamma_1\tau}{\sqrt{1+\chi^2}}$ - модуль амплитуды механического напряжения τ_{yz} в падающей волне, причем верхний знак отвечает вершине разреза $\zeta(1)$, нижний - $\zeta(-1)$. Величина δ равна отношению модуля амплитуды напряжения $\sigma_{sz} = -\sigma_{xz}\sin\varphi + \sigma_{yz}\cos\varphi$ на контуре полости к величине $|T_y|$.

На фиг.1 показано изменение величины α^- от угла ориентации φ прямолинейной трещины длины $0,2a$. Параметрическое представление контура Г следующее: $\frac{\xi}{a} = 0.5 + 0.1\,\beta\cos\varphi$, $\frac{\eta}{a} = |A| + 0.1\,\beta\sin\varphi$, $-1 \leq \beta \leq 1$. Кривые 1 соответствуют распространению упругой волны в слое ($A = 0$) с нормализованным волновым числом $\gamma_2 a = 1.5$, кривые 2 и 3 построены для свободной ($A = 1$) и закрепленной ($A = -1$) торцевой границы полуслоя при $\gamma_2 a = 1.5$ и 3 соответственно. Сплошные кривые отвечают дифракции в присутствии магнитного поля ($\chi = 1$), пунктирные - без него ($\chi = 0$). Характер влияния магнитного поля на коэффициент интенсивности напряжений K_{III} зависит как от угла ориентации трещины, так и от вида граничного условия на торце $y = 0$. Если для поперечной трещины ($\varphi = 0$) внесение внешнего магнитного поля приводит к возрастанию величины α^-, то с увеличением угла φ магнитное поле создает обратный эффект. Так, при $\varphi > \frac{\pi}{3}$ в случае полуслоя со свободным торцом величина α^- несколько уменьшается, при $\varphi > \frac{\pi}{6}$ в случае полуслоя с закрепленным торцом уменьшение величины α^- становится значительным.

Значения параметра $\gamma_2 a$ для полуслоя (фиг.1) были взяты в районе локальных максимумов зависимости α^- от $\gamma_2 a$ при $\varphi = 0$, $\chi = 0$. Эти максимумы наблюдаются вблизи значений $\gamma_2 a = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$ ($A = 1$), $0, \pi, \ldots$ ($A = 1$). При увеличении $\gamma_2 a$ для слоя ($A = 0$) α^- увеличивается незначительно.

Фиг.2 иллюстрирует зависимость коэффициента интенсивности напряжений от волнового числа в случае свободного от сил торцевого края полуслоя с трещиной. Уравнения контура Г имеют вид: $\frac{\xi}{a} = 0.5 + 0.1$, $\frac{\eta}{a} = 1 + p_1\beta^2$, $-1 \leq \beta \leq 1$. Кривые 1 соответствуют прямолинейной поперечной трещине ($p_1 = 0$), кривые 2 - параболической трещине ($p_1 = 0.1$). Для сплошных кривых $\chi = 1$, для пунктирных - $\chi = 0$. Увеличивая значения α^- в широком диапазоне частот, приложенное магнитное поле сдвигает точки экстремумов в сторону больших значений $\gamma_2 a$.

На фиг. 3, 4 показано изменение величины δ от нормализованного волнового числа $\gamma_2 a$ в случае полости в слое (фиг. 3) и полуслое со свободным торцом (фиг.4). Уравнения контура Г имеют вид: $\frac{\xi}{a} = 0.5 + 0.2\cos\theta$, $\frac{\eta}{a} = A - p_2 \sin\theta$, $0 \le \theta \le 2\pi$; для круговой полости ($p_2 = 0.2$) , для эллиптической - ($p_2 = 0.1$). Кривые 1 - ($\chi = 1$) , 2 - ($\chi = 0$) соответствуют круговой полости, кривые 3- ($\chi = 1$) ,4 - ($\chi = 0$) - эллиптической . Сплошные линии отвечают напряжению σ_{sz} в точке $\theta = 0$, пунктирные-максимальному напряжению на контуре полости . Напряжения σ_{sz} достигают максимума, как правило, внутри интервала $-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}$.Так, например, в случае круговой полости в слое максимальные напряжения наблюдаются при $\theta = -\frac{\pi}{23}$, если $\gamma_2 a = \pi$ и при $\theta = -\frac{\pi}{6}$,если $\gamma_2 a = \frac{11\pi}{6}$; в полуслое - при $\theta = \frac{\pi}{6}$, если $\gamma_2 a = \frac{\pi}{2}$ и при $\theta = -\frac{\pi}{6}$, если $\gamma_2 a = \frac{3\pi}{2}$.

Магнитное поле, воздействующее на проводящий слой с распространяющейся в нем сдвиговой волной, значительно увеличивает напряжения на контуре полости и несколько препятствует смещению максимума σ_{sz} от значения $\theta = 0$. В случае полуслоя влияние магнитного поля на напряженное состояние носит более сложный характер: увеличивая напряжение σ_{sz} на контуре полости при одних частотах нагружения, уменьшает его при других частотах. Например, для значений $A = 1$, $p_2 = 0.2$, $\theta = 0$ (фиг.4,сплошные кривые) при $\gamma_2 a = 3.37$ приложенное магнитное поле ($\chi = 1$) увеличивает значение $\frac{\sigma_{sz}}{|T_y|}$ в 7.3 раза , а при $\gamma_2 a = 4.7$ уменьшает его в 13 раз. Таким образом, за счет внешнего магнитного поля можно управлять (в некоторых пределах) напряженностью тела.

Следует отметить, что принятая модель идеально проводящей среды приводит к погрешностям при значениях $\gamma_2 a$, близких к нулю. Для устранения возникающей в этой области некорректности решения необходимо рассматривать существенно более сложную модель, учитывающую конечную проводимость среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. - М.:Мир, 1986. 160 с.
2. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. - М.: Наука, 1977. 272 с.
3. Shindo Y. Diffraction of antiplane shear waves by a finite crack in the presence of the magnetic field - Z. Angew. Math. und Mech. - 1976. - 56, N 1. - P. 33-41.
4. Фильштинский Л.А. Динамическая задача теории упругости для области с криволинейными разрезами (деформация продольного сдвига)-Докл. АН СССР. 1977. , 236, N 6, С. 1327-1330.
5. Волкова Л.А., Фильштинский Л.А. Взаимодействие волн напряжений с периодической системой криволинейных трещин продольного сдвига -Журн. прикл. механики и техн. физики. , 1981., N 2, С. 164 - 169.
6. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.: Физматгиз, 1962. 599 с.
7. Свешников А.Г. Принцип предельного поглощения для волновода - Докл. АН СССР.

1951, 80, N 3. С.345-347.
8.Erdogan F.E., Gupta G.D., Cook T.S. The numerical solutions of singular integral equations - Mechanics of Fract. Leyden: Int. Publ. 1973, V. 1 -P. 368-425.

Сумский сельскохозяйственный институт
Поступила в редакцию 18.03.1991