

УДК 539.3

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛАСТИНКИ В
 ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

БАГДАСАРЯՆ Դ. Ե., ԽԱՇԱՏՐՅԱՆ Դ. Մ.

В работе, исходя из магнитоупругой теории гибких пластин, изучены нелинейные колебания пластинки-полосы в продольном постоянном магнитном поле. Получено алгебраическое уравнение, которое связывает комплексную частоту и амплитуду колебаний.

Численным исследованием этого уравнения выявлено влияние амплитуды и магнитного поля на основные характеристики магнитоупругих колебаний.

1. Пусть упругая изотропная пластинка-полоса постоянной толщины $2h$ отнесена к декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 так, что срединная плоскость недеформированной пластинки совпадает с координатной плоскостью x_1, x_2 . Пластинка, занимающая область $(0 \leq x_1 \leq a, -\infty < x_2 < \infty, -h \leq x_3 \leq h)$, изготовлена из проводящего материала и колеблется в вакууме при наличии внешнего постоянного магнитного поля с заданным вектором напряженности $H_0(H_{01}, 0, 0)$. Граничные условия на длинных сторонах пластинки ($x_1=0, x_1=a$) таковы, что она колеблется по форме цилиндрической поверхности с образующими параллельными координатной линии Ox_2 (все величины не зависят от координаты x_2) магнитная проницаемость материала пластинки считается равной единице.

Будем пользоваться основными предположениями нелинейной теории пластин, считая справедливой гипотезу магнитоупругости тонких тел [1]. Будем считать также, что влиянием тангенциальных составляющих сил инерции и токов смещения на характеристики магнитоупругих колебаний пластинки можно пренебречь.

В силу принятых предположений система уравнений нелинейных магнитоупругих колебаний, полученная в работе [2], принимает вид.

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_1} + \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{4\pi\sigma}{c} \left(\psi + \frac{H_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \frac{h_1^- - h_1^+}{2h}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\nu(1-\nu^2)}{cE} \left(f + H_{01} \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \left(\psi + \frac{H_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = 0$$

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{2ch}{c} H_{01} \left(\psi + \frac{H_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) =$$

$$-\frac{2Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x_1} \left[\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \right] \right\} = 0 \quad (1.1)$$

где $u(x_1, t)$, $w(x_1, t)$ — искомые перемещения точек срединной плоскости пластинки; $\psi(x_1, t)$ — искомая тангенциальная компонента индуцированного в пластинке электрического поля, $f(x_1, t)$ — искомая нормальная компонента индуцированного в пластинке магнитного поля $\vec{h}(h_1, 0, f)$; $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$ — цилиндрическая жесткость, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, σ — электропроводность, ρ — плотность материала пластинки; h_1^\pm — неизвестные граничные значения тангенциальной компоненты $h_1(x_1, x_2, t)$ на поверхностях $x_2 = \pm h$ пластинки.

Величины h_1^\pm , входящие в (1.1), определяются из решения уравнений Максвелла для окружающей среды

$$\operatorname{rot} \vec{h}^{(e)} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h}^{(e)} = 0 \quad (1.2)$$

при граничном условии

$$h_1^{(e)} = f \quad (1.3)$$

на поверхности пластинки и условии затухания электромагнитных возмущений на бесконечности. При решении краевой задачи (1.2) — (1.3) принимается, что пластинка бесконечна. Тогда указанная краевая задача легко решается, а для неизвестных h_1^\pm получаются выражения

$$h_1^\pm = \frac{1}{k} \frac{\partial f}{\partial x} \quad (1.4)$$

В (1.4) k — волновое число, которое, в зависимости от граничных условий на контуре пластинки и от напряженности внешнего магнитного поля, определяем асимптотическим методом решения соответствующей линейной задачи, предложенный в работе [3]. Причем, как показано в [3], ошибка, вносимая асимптотическим методом и предположением бесконечности пластинки при определении h_1^\pm и характеристик магнитоупругих колебаний, пренебрежимо мала.

Учитывая (1.4) из (1.1), путем исключения функции ψ

$$\psi + \frac{H_{0z}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{ck_0}{4\pi\sigma} \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad k_0 = \frac{1+kh}{kh} \quad (1.5)$$

получим следующую систему дифференциальных уравнений, описывающую нелинейные колебания проводящей пластинки-полосы в продольном магнитном поле:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - \frac{(1-\nu^2)k_0}{4\pi E} \left(f + H_{0z} \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \frac{\partial f}{\partial x_1} = 0$$

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + 2\nu h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{khH_{0z}k_0}{2\pi} \frac{\partial f}{\partial x_1} =$$

$$\left. - \frac{2Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{\partial w}{\partial x_1} \right] \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \right] = 0 \quad (1.1)$$

где $u(x_1, t)$, $w(x_1, t)$ — искомые перемещения точек срединной плоскости пластинки; $\psi(x_1, t)$ — искомая тангенциальная компонента индуцированного в пластинке электрического поля, $f(x_1, t)$ — искомая нормальная компонента индуцированного в пластинке магнитного поля $\vec{h}(h, 0, f)$; $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$ — цилиндрическая жесткость, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, σ — электропроводность, ρ — плотность материала пластинки; h_i^{\pm} — неизвестные граничные значения тангенциальной компоненты $h_1(x_1, x_2, t)$ на поверхностях $x_2 = \pm h$ пластинки.

Величины h_i^{\pm} , входящие в (1.1), определяются из решения уравнений Максвелла для окружающей среды

$$\text{rot} \vec{h}^{(e)} = \vec{j}, \quad \text{div} \vec{h}^{(e)} = 0 \quad (1.2)$$

при граничном условии

$$h_1^{(e)} = \vec{j} \quad (1.3)$$

на поверхности пластинки и условии затухания электромагнитных возмущений на бесконечности. При решении краевой задачи (1.2) — (1.3) принимается, что пластинка бесконечна. Тогда указанная краевая задача легко решается, и для неизвестных h_i^{\pm} получаются выражения

$$h_i^{\pm} = \frac{1}{k} \frac{\partial f}{\partial x} \quad (1.4)$$

В (1.4) k — волновое число, которое, в зависимости от граничных условий на контуре пластинки и от напряженности внешнего магнитного поля, определяем асимптотическим методом решения соответствующей линейной задачи, предложенный в работе [3]. Причем, как показано в [3], ошибка, вносимая асимптотическим методом в предположении бесконечности пластинки при определении h_i^{\pm} и характеристик магнитоупругих колебаний, пренебрежимо мала.

Учитывая (1.1) из (1.1), путем исключения функции ψ

$$\psi + \frac{H_{01}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{ck_0}{4\pi\epsilon} \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad k_0 = \frac{1 + kh}{kh} \quad (1.5)$$

получим следующую систему дифференциальных уравнений, описывающую нелинейные колебания проводящей пластинки-полосы в продольном магнитном поле:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - \frac{(1-\nu^2)\rho_0}{4\pi\epsilon} \left(f + H_{01} \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \frac{\partial j}{\partial x_1} = 0$$

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + 2\rho_0 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{hH_{01}\rho_0}{2\pi} \frac{\partial f}{\partial x_1} =$$

$$-\frac{2Fh}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x_1} \left[\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \right] \right\} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} - \frac{4-\nu}{k_0 \nu^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(j - H_{01} \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) = 0 \quad (1.6)$$

В случае идеально проводящей пластинки $\sigma \rightarrow \infty$ уравнения (1.6) принимают вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial x}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - 2 \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0$$

$$D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} - 2\nu h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{E h \nu}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} -$$

$$-\frac{2Fh}{1-\nu^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x_1} \left[\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \right] \right\} = 0 \quad (1.7)$$

где

$$\alpha = \frac{(1-\nu^2) H_{01}^2}{2-E} \left(1 - \frac{1}{kh} \right) \quad (1.8)$$

При решении конкретных задач к уравнениям (1.5) должны быть присоединены обычные условия закрепления краев пластинки и граничные условия для нормальной компоненты f индуцированного в пластинке магнитного поля на торцах пластинки. Если край пластинки неподвижен в поперечном направлении, то можно принять, что компонента φ индуцированного электрического поля на этом краю равна нулю [1].

Поэтому для рассматриваемой задачи, если принять, что края пластинки $x_1=0$ и $x_1=a$ в поперечном направлении неподвижны, то граничными условиями задачи помимо известных условий закрепления краев пластинки, согласно (1.5), будут также условия

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0 \quad \text{при } x_1=0, \quad x_1=a \quad (1.9)$$

Заметим, что нелинейные члены, входящие в (1.6), по своему происхождению, бывают двух типов: члены, характеризующие электродинамическую нелинейность (третий член первого уравнения системы (1.6)) и члены, характеризующие геометрическую нелинейность (второй член первого уравнения и четвертый член третьего уравнения системы (1.6)). Сказанное относится также к системе (1.7), описывающей нелинейные магнитоупругие колебания идеально проводящей пластинки. Как видно из первого уравнения системы (1.7), если $\alpha = [(1-\nu^2)k_0 H_{01}^2 / 2-E] \gg 1$, то третий член этого уравнения, учитывающий электродинамическую нелинейность, пренебрежимо мал по сравнению со вторым членом, учитывающим геометрическую нелинейность рассматриваемой задачи. Это заключение вытекает также из системы (1.6), если помимо $\alpha \ll 1$ учесть также, что для реальных

проводящих материалов и конструкций $\omega H_{01}^2 c^2 E \ll 1$, где ω — частота колебаний.

Таким образом, если пластинка не слишком тонкая ($\kappa h \geq 10^{-3}$), а интенсивность внешнего магнитного поля не слишком велика ($H_{01} \leq \leq 3 \cdot 10^4$ эрстед), то преобладающей является геометрическая нелинейность.

2. На основе уравнений (1.6) исследуем нелинейные магнитоупругие колебания пластинки-полосы, длинные стороны которой шарнирно оперты и неподвижны. Тогда граничными условиями задачи, согласно (1.9), будут:

$$w=0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0 \quad \text{при} \quad x_1=0, \quad x_1=a \quad (2.1)$$

$$u(x_1, t) = 0 \quad \text{при} \quad x_1=0, \quad x_1=a \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0 \quad \text{при} \quad x_1=0, \quad x_1=a \quad (2.3)$$

Принимая $\alpha \ll 1$, из первого уравнения системы (1.6), где нелинейные члены электромагнитного проникновения согласно условию $\alpha \ll 1$ будут пренебрегаться, после удовлетворения граничным условиям (2.2), находим

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 = \frac{1}{2a} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 dx_1 \quad (2.4)$$

которое позволяет исключить функцию u из системы (1.6)

Остальные неизвестные функции $w(x_1, t)$ и $f(x_1, t)$, удовлетворяющие граничным условиям (2.1) и (2.3), будем искать в виде

$$w = w(t) \sin \kappa x_1, \quad f = f(t) \cos \kappa x_1 \quad (2.5)$$

где $\kappa = \pi/a$; $w(t)$ и $f(t)$ — неизвестные функции, подлежащие определению.

Подставляя (2.5) в третье уравнение системы (1.6), получим уравнение

$$\frac{df}{dt} + \frac{k_2 c^2}{4\pi a} f = k H_{01} \frac{dw}{dt} \quad (2.6)$$

которое представляет первое уравнение для определения неизвестных $w(t)$ и $f(t)$.

Подставляя (2.5) во второе уравнение системы (1.6), и, применяя метод Галеркина, с учетом (2.4), получим второе уравнение относительно $w(t)$ и $f(t)$ в следующем виде:

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \Omega_0^2 \left(1 + \frac{3}{4k^2} w^2 \right) w + \frac{k k_2 H_{01}}{4\pi a} f = 0, \quad \Omega_0^2 = \frac{Dh^3}{2\gamma h} \quad (2.7)$$

где Ω_0 — частота собственных малых колебаний пластинки при отсутствии магнитного поля.

Наконец, из (2.6) и (2.7), путем исключения функции $f(t)$, приходим к следующему уравнению:

$$\left(1 + \frac{4\pi\epsilon}{k_0 k^2 c^2} \frac{d}{dt}\right) \left[\frac{d^2 \omega}{dt^2} + \Omega_0^2 \left(1 + \frac{3}{4h^2} \omega^2\right) \omega \right] + \frac{2H_0}{c^2} \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad (2.7)$$

описывающему нелинейные колебания пластинки-полосы конечной электропроводности в продольном постоянном магнитном поле.

3. Решение уравнения (2.8) представим в виде

$$\omega(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \quad (3.1)$$

где A_1 и A_2 — постоянные, ω — частота колебаний.

Подставляя (3.1) в уравнение (2.8), и приравнявая к нулю коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ (члены с утроенной частотой отбрасываются), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} (\omega^2 - \Omega_1^2 - \gamma A^2) A_1 + (\Omega_0^2 - \omega^2 + \gamma A^2) A_2 &= 0 \\ \gamma_1 (\Omega_0^2 - \omega^2 + \gamma A^2) A_1 - (\omega^2 - \Omega_1^2 - \gamma A^2) A_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{k_0 k^2 c^2}{4\pi\epsilon}, \quad \Omega_1^2 = \Omega_0^2 - \frac{k_0 k^2}{4\pi\rho} H_{01} \\ \gamma &= \frac{9\Omega_0^2}{16h^2}, \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 \end{aligned}$$

Ω_1 — частота малых магнитоупругих колебаний идеально проводящей пластинки в продольном магнитном поле, A — амплитуда магнитоупругих колебаний.

Требую, чтобы система (3.2) имела нетривиальное решение, получим следующее характеристическое уравнение:

$$\gamma_0 \Omega^3 - 9\Omega^2 + \gamma_0 (1 - \gamma_1 + 2,25 A_0^2) \Omega + 3(1 + 2,25 A_0^2) = 0 \quad (3.3)$$

связывающее комплексную частоту нелинейных магнитоупругих колебаний с их амплитудой и напряженностью внешнего магнитного поля.

В (3.3) введены следующие безразмерные обозначения:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{4\pi\epsilon}{\Omega_0^2}, \quad \gamma_1 = \frac{k_0 c^2}{v_0^2}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\Omega_0}, \\ \gamma_0 &= \frac{\Omega_0}{k}, \quad \gamma_1 = \frac{\pi^2}{c^2}, \quad \gamma_1 = \frac{H_{01}^2}{4\pi\rho}, \quad A_0 = \frac{A}{2h} \end{aligned}$$

Здесь σ_0 — параметр, характеризующий проводимость материала пластинки, v_0 — фазовая скорость распространения упругих волн в пластинке, β — величина, пропорциональная отношению скорости распространения электромагнитных волн в вакууме к фазовой скорости распространения упругих волн в пластинке, \mathcal{H}_A — величина, характеризующая напряженность заданного магнитного поля и численно равная скорости распространения электромагнитных волн Альвена, A — безразмерная амплитуда магнитоупругих колебаний пластинки.

При отсутствии магнитного поля ($H_{01} = 0$) из (3.3) получается известная формула [4]

$$\frac{\omega^2}{\Omega_0^2} = 1 + 2,25A_0^2 \quad (3.4)$$

характеризующая амплитудно-частотные зависимости нелинейных колебаний и показывающая монотонно возрастающий характер указанной зависимости.

В случае же линейной задачи ($\beta=0$) из (3.3) получается известное уравнение [1]

$$\sigma_0 \Omega^3 + 3\Omega^2 - \sigma_0(1 + 3\beta)\Omega + \beta = 0 \quad (3.5)$$

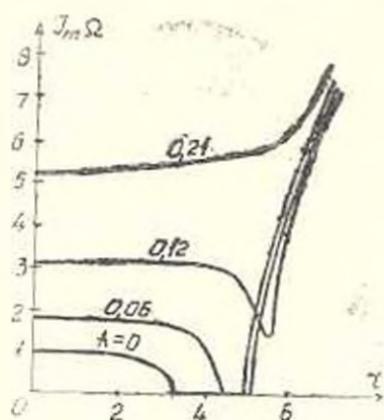
определяющее зависимость частоты малых магнитоупругих колебаний от величины напряженности внешнего магнитного поля. Исследование уравнения (3.5) показывает следующий характер этой зависимости [5]. Для сравнительно толстых пластин частота колебаний увеличивается с увеличением величины напряженности H_{01} магнитного поля. Для очень тонких пластин картина существенно меняется. В этом случае, начиная с некоторого значения H_{01} , при дальнейшем увеличении величины напряженности магнитного поля, частота малых колебаний быстро убывает, достигая нулевого уровня, который сохраняется в определенном интервале изменения H_{01} . Дальнейшее увеличение его значения приводит к резкому увеличению частоты колебаний пластинки. Для пластинки средней толщины зависимость частоты колебаний от H_{01} имеет экстремальный характер (существует точка минимума).

Ниже, на основе уравнения (3.3) проведено численное исследование с целью выявления влияния амплитуды колебания на указанную выше зависимость частоты магнитоупругих колебаний от величины напряженности магнитного поля, а также установлено влияние магнитного поля на амплитудно-частотную зависимость нелинейных колебаний.

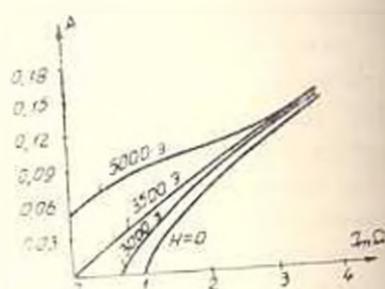
Для расчетов принято $E=8 \cdot 10^{11}$ дин/см², $\nu=0,3$, $\sigma=1,5 \cdot 10^{12}$ Г/сек, $\rho=7,1 \cdot 10^{-3}$ г/см³ (цинк), $a=20$ см, $h=0,025$ см, $H_{01}=\tau \cdot 10^3$ э.

Размеры пластинки выбраны таким образом, чтобы для линейной задачи существовала область нулевых значений частоты магнитоупругих колебаний пластинки. Результаты расчетов представлены на фиг. 1, 2 и 3. Из фиг. 1 (где показана зависимость частоты магнитоупругих колебаний от величины напряженности магнитного поля при различных значениях амплитуды колебаний), видно, что с увеличением амплитуды колебаний ширина области нулевых значений частоты колебаний уменьшается и при определенном значении A_* полностью исчезает. При $A_{01} > A > A_*$ зависимость частоты колебаний от H_{01} имеет экстремальный характер с точкой минимума. При дальнейшем увеличении амплитуды колебаний ($A > A_{**}$) исследуемая зависимость $\text{Im}\Omega$ от H_{01} становится монотонно-возрастающей. Аналогичный результат виден также из фиг. 2, где показана амплитудно-частотная зависимость колебаний пластинки при различных значениях величины напряженности магнитного поля. Из фиг. 2 видно, что если напряженность магнитного поля меньше некоторого зна-

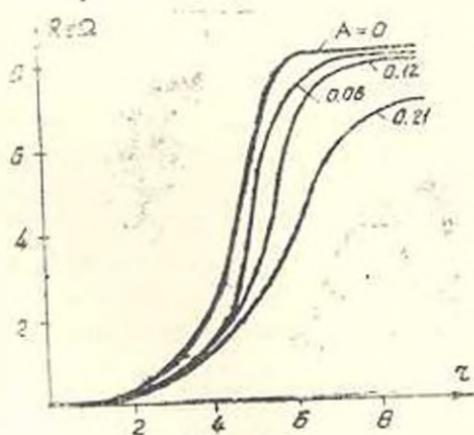
чения, то с увеличением A частота увеличивается, а если напряженность достаточно велика, то существует область изменения A ($0 \leq A \leq A_*$), где $\text{Im} \Omega = 0$. При $A > A_*$ зависимость вновь имеет возрастающий характер. На фиг. 3 показана зависимость коэффициента затухания магнитного прохождение от напряженности магнитного поля при



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

различных значениях амплитуды колебаний. Отсюда видно, что с увеличением H_{01} коэффициент затухания достаточно быстро увеличивается и, достигнув определенного значения, далее практически не изменяется. Влияние амплитуды колебаний уменьшает демпфирующее действие магнитного поля.

В заключение отметим, что если толщина пластинки такова, что при $A=0$ зависимость частоты колебаний от H_{01} имеет монотонно возрастающий характер, то учет нелинейности колебаний приводит к существенному увеличению частоты колебаний и уменьшению затухания.

NON-LINEAR VIBRATIONS OF CONDUCTIVE PLATES IN LONGITUDINAL MAGNETIC FIELD

G. E. BAGDASARIAN, G. M. KHACHATRIAN

ՀԱՎՈՐԴԻՉ ՍԱՎԻ ՈՉ ԳՆԱՅԻՆ ՏՆՏՆԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԵՐԳԱՅՆԱԿԱՆ ԲԱԳՆԻՍՈՒՄԱՆ ԳԱՇՏՈՒՄ

Գ. Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Գ. Մ. ԿԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքում, ելնելով ճկուն սավերի մագնիսաառնադուկանությունից, ստացվում է, որ ուղիղ շարժման և շրջանաձև շարժման մագնիսական դաշտում: Առաջված է հանրահաշվական հավասարում, որը կապ է ստեղծում առանձին կոմպլեքս հաճախության և ամպլիտուդի միջև: Այդ հավասարման լուծումը և արդյունքում է հանրահաշվական հավասարումից և մագնիսական դաշտի ազդեցությունները մագնիսաառնադուկան տատանումների հիմնական բնութագրիչների վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин — М. Наука, 1977.
2. Багдасарян Г. Е., Диноян Э. П. Основные уравнения и соотношения нелинейных магнитоупругих колебаний тонких электропроводящих пластинок — Изв. АН АрмССР, Механика, 1985, т. 38, № 2, с. 17—29.
3. Акопян П. Э., Багдасарян Г. Е. Колебания прямоугольной проводящей пластины в продольном магнитном поле — Изв. АН АрмССР, Механика, 1987, т. 40, № 3, с. 11—18.
4. Волымир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек — М. Наука, 1972.
5. Амбарцумян С. А. Некоторые особенности колебаний пластинок в магнитном поле — Изв. АН СССР, Механика твёрдого тела, 1983, № 4.

Երևանский государственный
университет

Поступила в редакцию
28.I.1991