

УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЫ

БАГДОЕВ А. Г. МОВСИСЯН Л. А.

Изучаются две антиплоские задачи полубесконечной трещины, движущейся с постоянной скоростью по направлению ее залегания в идеально-проводящей упругой среде. Начальное постоянное магнитное поле имеет по отношению к трещине произвольное направление. Для изотропной среды подобные задачи в отсутствие магнитного поля рассматривались [1, 2 и др.]. Роль магнитного поля приводит к явлениям типа анизотропии [3].

1. В плоскости xy трещина до момента $t=0$ занимает отрицательную полуось ($x \leq 0$) и, начиная с этого момента, движется с постоянной скоростью c по направлению оси x . На берегах трещины задано постоянное напряжение

$$\tau_{yz}/y=0 = T H(ct-x) H(t) \quad (1.1)$$

где $H(z)$ — единичная функция.

Так как для антиплоской задачи нормальная к плоскости движения компонента начального магнитного поля не вызывает индукционных полей, будем считать, что магнитное поле имеет вид $(H_1, H_2, 0)$, который приводит к индуцированному полю

$$H_x = H_1, H_y = H_2, H_z = H_1 \frac{\partial w}{\partial x} + H_2 \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.2)$$

где w — перемещение по оси z .

Для силы Лоренца получится ненулевая компонента по оси z , равная

$$\left[\left(H_1 \frac{\partial}{\partial x} + H_2 \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 w \right] \quad (1.3)$$

тогда уравнение движения примет вид

$$\rho \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{4\pi} \left[H_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2H_1 H_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} + H_2^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (1.4)$$

Учитывая выражение тензора Максвелла, для напряжения τ_{yz} имеем:

$$\tau_{yz} = G \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{H_2}{4\pi} \left(H_1 \frac{\partial w}{\partial x} + H_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (1.5)$$

Таким образом, условия на оси x будут

$$G \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{H_2}{4\pi} \left(H_1 \frac{\partial w}{\partial x} + H_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right) = TH(ct-x)H(t), \quad x \leq ct \quad (1.6)$$

$$w=0, \quad x > ct$$

Вводя переменное $\xi = x - ct$ и производя преобразования Лапласа и Фурье

$$\bar{w}(\lambda, y, s) = \int_0^\infty \int_0^\infty w \exp(-s(t+\lambda\xi)) d\xi dt \quad (1.7)$$

полученное из (1.4) уравнение относительно $\bar{w}$ допускает решение

$$\bar{w} = c_1 \exp(\alpha sy) + c_2 \exp(-\alpha sy), \quad \operatorname{Re} \alpha \geq 0 \quad (1.8)$$

$$\alpha = \frac{1}{a_2^2} \left[-a_{12}^2 \lambda + \sqrt{a_2^2 (1 - \lambda c)^2 - a_{12}^4} \right]$$

$$a_1^2 = b^2 + \frac{H_1^2}{4\rho\pi}, \quad a_2^2 = b^2 + \frac{H_2^2}{4\rho\pi}, \quad a_{12}^2 = \frac{H_1 H_2}{4\rho\pi}$$

$$b^2 = \frac{G}{\rho}, \quad a^2 = a_1^2 a_2^2 - a_{12}^4$$

Вводя функции $\bar{T}_+$ и $\bar{w}_-$, аналитические соответственно в правой и левой полуплоскости λ , и удовлетворяя условиям (1.6), получим

$$(a_2^2 \alpha + a_{12}^2 \lambda) \bar{w} = -\frac{T}{\lambda \rho s^3} + \frac{\bar{T}_+}{\rho s^3} \quad (1.9)$$

$$\bar{w} = \bar{w}_-$$

Представив $\bar{\alpha} = a_2^2 \alpha + \lambda a_{12}^2$ в виде

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_+ \bar{\alpha}_- = \sqrt{[a_2 + \lambda(a - a_2 c)][a_2 - \lambda(a - a_2 c)]} \quad (1.10)$$

и решая уравнение Винера-Хопфа, получим

$$\bar{T}_+ = \frac{T}{\lambda} \left[1 - \frac{\bar{\alpha}_+(\lambda)}{\bar{\alpha}_+(0)} \right], \quad \bar{w}_- = \frac{T}{\rho h s^2} \frac{1}{\bar{\alpha}_-(\lambda) \bar{\alpha}_+(0)} \quad (1.11)$$

В плоскости λ , проводя разрез от $-\infty$ до $-a_2/(a - a_2 c)$, после обратных преобразований получим

$$\frac{\partial \tau_{yz}(\xi, 0, t)}{\partial t} = -2 \operatorname{Re} \frac{T}{2\pi i} \int_{-\infty}^{-a_2/(a-a_2c)} \frac{\int_0^t \delta(t-\lambda\xi) d\lambda}{\lambda} \frac{\bar{\alpha}_+(\lambda)}{\bar{\alpha}_+(0)} d\lambda = \frac{T}{\pi t} \left[\frac{t}{\xi} \left(\frac{a}{a_2} - c \right) - 1 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\xi < t \left(\frac{a}{a_2} - c \right) \quad (1.12)$$

Для τ_{yz} при $y=0$ будем иметь

$$\tau_{yz}|_{y=0} = \frac{2T}{\pi} \left(Y - \operatorname{arctg} Y \right) \quad (1.13)$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{X} - 1}, \quad X = \frac{\xi}{t} \left(\frac{a}{a_2} - c \right)^{-1}$$

откуда для коэффициента интенсивности имеем

$$K = \frac{2T}{\pi} \sqrt{t} \left(\frac{a}{a_2} - c \right)^{1/2} \quad (1.14)$$

Из приведенной формулы видно, что магнитное поле увеличивает коэффициент интенсивности и наибольшее влияние оказывает, когда оно направлено по линии трещины, а в случае, когда оно перпендикулярно к трещине, его влияние сводится к нулю. Следует отметить, что для металлов учет магнитного поля существенен для полей порядка 10^5 эрстед.

2. Теперь рассмотрим случай, когда на границе трещины задана сосредоточенная сила Q . Тогда вместо (1.6) будем иметь условия:

$$\begin{aligned} \tau_{yz}|_{y=0} &= Q\delta(x)H(t), & x < ct \\ w|_{y=0} &= 0, & x > ct \end{aligned} \quad (2.1)$$

которые после преобразований дадут

$$\begin{aligned} (a_2^2 + a_1^2)\bar{w} &= \frac{Q}{\rho s^2(1-c)} + \frac{1}{\rho s^2} \bar{T}_+ \\ \bar{w} &= \bar{w}_+ \end{aligned} \quad (2.2)$$

Факторизация здесь приводит к

$$\bar{T}_+ = \frac{Q}{1-c} \left| 1 - \frac{\bar{a}_+(\lambda)}{\bar{a}_+(1/c)} \right| \quad (2.3)$$

что в свою очередь, дает выражение для τ_{yz}

$$\left. \frac{d\tau_{yz}}{dt} \right|_{y=0} = - \frac{Q}{\pi t} \left\{ \frac{a_2 c}{a} \left| \frac{t}{\xi} \left(\frac{a}{a_2} - c \right) - 1 \right| \right\}^{1/2} \frac{1}{\xi + ct} \quad (2.4)$$

Коэффициент интенсивности теперь будет

$$K = \frac{2Q}{\pi \sqrt{t}} \left| \frac{1}{c} - \frac{a_2}{a} \right|^{1/2} \quad (2.5)$$

Роль магнитного поля на коэффициент интенсивности такая же, что и в предыдущем примере.

В частности, при отсутствии магнитного поля получаем известные результаты.

INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON STRESS INTENSIVITY COEFFICIENT FOR MOVING CRACK

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

ՇԱՐԺՎՈՂ ՃԱՔԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՎՐԱ ՄԱԳՆԵՏԻԿԱՆ
ԴԱՇՏԻ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈՅՎ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Ո Ւ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ուսումնասիրված էին հաստատուն արագությամբ շարժվող կիսաանվերջ, ճաքի երկու հակահարթ խնդիրներ (համասարաչափ բաշխված լարումներ և ճաքի ափերում կենտրոնացված ուժեր)։ Հաստատուն մագնիսական դաշտը ճաքի նկատմամբ ունի կամայական ուղղություն։ Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտը բերում է անիզոտրոպային հաստեկ երեւոյթներին, նա մեծացնում է ինտենսիվության գործակիցը և ամենամեծ ազդեցությունն ունի ճաքի ուղղությամբ ազդելու դեպքում։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Костров Б. В. Неуставовившееся распространение трещины продольного сдвига.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 6, с. 1042—1050.
2. Freund L. B. Crack propagation in an Elastic Solid Subjected to General Loading.—III Stress Wave Loading. I. mech. and Phys. Solids, 1975, vol. 21, pp. 47—6.
3. Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А. Приближенное решение антиплоской анизотропной задачи о распространении трещины.—Механика (междуз сб. и. тр.), Ереван, 1989, вып. 7, с. 48—55.

Институт механики АН Армении

Поступила в редакцию
25.X.1990