

УДК 624.04

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
 ПАНЕЛИ ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА,
 РАБОТАЮЩЕЙ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО
 РЕЗОНАНСА

ИШХАНОВ С. И.

Рассматривается вопрос проектирования прямоугольной в плане ($a \times b$) цилиндрической панели, изготовленной из композиционного материала.

В качестве критериев оптимальности рассматриваются: максимальное удаление центра области первого (главного) параметрического резонанса, минимум амплитуд установившихся резонансных колебаний в области главного параметрического резонанса.

Пусть шарнирно-опертая по краям цилиндрическая панель толщины h , изготовленная из монослоев ортотропного композиционного материала, уложенных поочередно под углами $\pm\varphi$ к образующей, подвержена действию параметрических усилий $T^0 = P_0 + P_1 \cos \beta t$.

Предполагается, что для ортотропного пакета оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей [1].

Оболочка отнесена к криволинейной системе координат (x, y, z) так, что поверхность $z=0$ совпадает со срединной поверхностью оболочки, причем ось Ox направлена по образующей, а Oy — по дуге поперечного сечения.

В работе [2] получены следующие формулы для амплитуд установившихся резонансных колебаний и границы главной области параметрического резонанса, шарнирно-опертой по краям ортотропной цилиндрической панели.

$$f_{\text{гнм}} = \frac{e_{\text{гн}} f_{\text{гн}}^2}{2\Omega_{\text{гн}}^2 - 3d_{\text{гн}} f_{\text{гн}}},$$

$$f_{\text{гнм}} = \frac{1}{\sqrt{6d_{\text{гн}}}} \left[\Omega^2 - \Omega_{\text{гн}}^2 + A_{\text{гн}} - \sqrt{(\Omega^2 - \Omega_{\text{гн}}^2 + A_{\text{гн}})^2 + 8\Omega_{\text{гн}}^2 (\Omega^2 - \Omega_{\text{гн}}^2)} \right]^{1/2}$$

$$\Omega_{\text{гн}} = 2\Omega_{\text{гн}} \left[1 + (-1)^{j_{\text{гн}}} \right]^{1/2} \quad (1)$$

где

$$A_{\text{гн}} = \frac{8e_{\text{гн}}^2}{3d_{\text{гн}}} - 2\Omega_{\text{гн}}^2$$

соответственно для нижней и верхней грани области ($i=1,2$).

Формулы (1) являются обобщением известных результатов [3], полученных для однородной изотропной пластинки.

Здесь введены обозначения:

$$\Omega_{mn} = \omega_{0in} \left(1 - \frac{P_0}{P_{*mn}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

— частота собственных колебаний цилиндрической панели, нагруженной по краям постоянными по времени усилиями P_0

$$P_{*mn} = \frac{1}{2} \frac{P_0}{P_{*mn} - P_0} \quad (3)$$

— коэффициент возбуждения,

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{K_{mn}}{ch}}, \quad P_{*mn} = \frac{K_{*mn}}{i^2 m} \quad (4)$$

— соответственно частота свободных собственных колебаний, P_{*mn} — критическое значение усилия T^0 при его статическом действии

$$K_{*mn} = D_{11} \alpha_m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \alpha_m^2 \alpha_n^2 + D_{22} \alpha_n^4 +$$

$$+ \frac{1}{R^2} \frac{\alpha_m^2 \alpha_n^2}{\alpha_{11} i_m^4 + (\alpha_{66} - 2\alpha_{12}) i_m^2 \alpha_n^2 + \alpha_{22} \alpha_n^4}$$

$$i_m = m\pi/a, \quad \alpha_n = n\pi/b$$

m, n — число полуволн по направлениям Ox и Oy .

$$c_{*mn} = \frac{16}{\psi_0 ab R} \frac{i_m^2 \alpha_n^2}{\alpha_{11} i_m^4 + (\alpha_{66} - 2\alpha_{12}) i_m^2 \alpha_n^2 + \alpha_{22} \alpha_n^4} \quad (5)$$

$$d_{*mn} = \frac{512}{\psi_0 h a^2 b^2} \frac{i_m^2 \alpha_n^2}{\alpha_{11} i_m^4 + (\alpha_{66} - 2\alpha_{12}) i_m^2 \alpha_n^2 + \alpha_{22} \alpha_n^4}$$

Для коэффициентов a_k имеются формулы

$$a_{11} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_{22} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \quad a_{12} = \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_{66} = \frac{1}{C_{66}}, \quad \Omega = C_{11}C_{22} - C_{12}^2$$

$C_{1k} = B_{1k}h$ — жесткости на растяжение (сжатие) и сдвиг.

$D_{1k} = B_{1k}h^3/12$ — жесткости на изгиб и кручение, ψ_0 — плотности материала оболочки.

$$B_{11}^0 = B_{11}^0 \cos^4 \varphi_0 + 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 + B_{22}^0 \sin^4 \varphi_0$$

$$B_{22}^0 = B_{22}^0 \sin^4 \varphi_0 + 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 + B_{11}^0 \cos^4 \varphi_0$$

$$B_{12}^0 = B_{12}^0 + (B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0)) \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \varphi_0$$

$$B_{66}^0 = B_{66}^0 + (B_{11}^0 + B_{22}^0 - 2(B_{12}^0 + 2B_{66}^0)) \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \varphi_0$$

где B_{ij}^0 — упругие характеристики монослоя, которые выражаются через технические постоянные следующим образом:

$$B_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad B_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad B_{00}^0 = G_{12}$$

$$B_{12}^0 = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

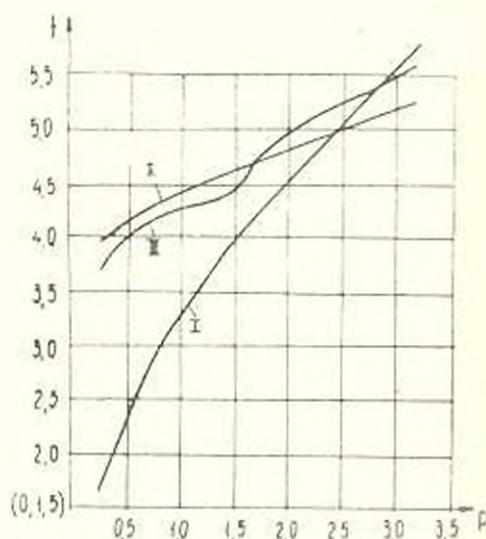
Следует отметить, что через f_{01mn} и f_{12mn} прогибы $W_i(x, y, t)$ оболочки определяются следующим образом:

$$W_1(x, y, t) = \left(f_{01mn} + f_{12mn} \cos \frac{\theta t}{2} \right) \sin \alpha_n x \sin \alpha_m y \quad (6)$$

$$W_2(x, y, t) = \left(f_{02mn} + f_{12mn} \sin \frac{\theta t}{2} \right) \sin \alpha_n x \sin \alpha_m y$$

Ставятся следующие две задачи проектирования оптимальной цилиндрической панели из композиционного материала:

1. Найти угол укладки монослоев φ так, что:



Фиг. 1

$$\min_{(\varphi, \alpha)} \Omega_{m,n}(\varphi) \longrightarrow \max, \quad \text{где } (0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ) \quad (7)$$

2. Для m_* и n_* , при которых достигается низшая частота собственных колебаний, найти φ так, что

$$\max_{(\varphi, \alpha)} W'_{m_*, n_*}(x, y, \theta, t) \longrightarrow \min \quad (8)$$

где $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq t < \infty$, $0 \leq \omega \leq \omega_0$, $0 \leq \varphi \leq \pi$.

ω — частота в возбуждающего усилия.

Очевидно, что решение первой задачи обеспечивает возможно наибольшее удаление центра области главного параметрического резонанса.

В качестве примера рассматривается прямоугольная в плане панель при $P_0=0$, $P_1=P$. Рассматриваются три варианта композиционного материала со следующими характеристиками.

- I $B_{22}^0 = 0,1 B_{11}^0$, $B_{12}^0 = 0,03 B_{11}^0$, $B_{66}^0 = 0,034 B_{11}^0$;
- II $B_{22}^0 = 0,025 B_{11}^0$, $B_{12}^0 = 0,0036 B_{11}^0$, $B_{66}^0 = 0,012 B_{11}^0$;
- III $B_{22}^0 = 0,52 B_{11}^0$, $B_{12}^0 = 0,12 B_{11}^0$, $B_{66}^0 = 0,16 B_{11}^0$.

Для квадратной в плане панели в табл. 1 приведены наименьшие по m, n значения приведенной частоты собственных колебаний

$$\bar{\omega}_k = \left(\frac{h^3}{12a^3} 10^9 A_k + \chi B_k \right)^{0,5}$$

для различных значений угла φ и соответствующие n_k , причем $m_k = 1$. Как видно из табл. 1, отношение

$$r = \max_{\varphi} \min_{m,n} \bar{\omega}_{m,n}(\varphi) / \min_{\varphi} \min_{m,n} \bar{\omega}_{m,n}(\varphi) \quad (9)$$

Таблица 1

φ	Материал					
	I		II		III	
	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{m,n}$	n_k	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{m,n}$	n_k	$\min_{m,n} \bar{\omega}_{m,n}$	n_k
0°	2,343753	2,0	2,39	3,0	5,23	2,0
5°	2,450756	2,0	2,42	3,0	5,21	2,0
10°	2,718010	2,0	2,34	2,0	5,16	2,0
15°	3,050055	2,0	2,29	2,0	5,09	2,0
20°	3,378249	2,0	2,36	2,0	5,01	2,0
25°	3,647292	2,0	2,22	1,0	4,93	2,0
30°	3,892189	2,0	2,11	1,0	4,87	2,0
35°	3,829591	2,0	2,04	1,0	4,83	2,0
40°	3,810605	2,0	1,99	1,0	4,83	2,0
45°	3,826617	2,0	1,95	1,0	4,85	2,0
50°	3,888099	2,0	1,99	1,0	4,90	2,0
55°	3,973312	2,0	2,04	1,0	4,97	2,0
60°	4,057177	2,0	2,11	1,0	5,06	2,0
65°	4,131452	2,0	2,22	1,0	5,15	2,0
70°	4,188385	2,0	2,37	1,0	5,23	2,0
75°	4,041702	1,0	2,53	1,0	5,31	2,0
80°	3,585971	1,0	2,69	1,0	5,37	2,0
85°	3,164353	1,0	2,81	1,0	5,41	2,0
90°	2,975698	1,0	2,86	1,0	5,42	2,0

которое показывает возможное удаление центра области главного параметрического резонанса, принимает следующие значения:

$$r_1 = 1,787, \quad r_2 = 1,444, \quad r_3 = 1,122$$

Таким образом, оптимальным выбором угла укладки монослоев φ можно существенно отдалить возможность появления параметрического резонанса.

Таблица 2

P	М а т е р и а л					
	I		II		III	
	\bar{f}_{opt}	φ_{opt}	\bar{f}_{opt}	φ_{opt}	\bar{f}_{opt}	φ_{opt}
0.25	1.6349	70°	4.0192	5°	3.7272	50°
0.5	2.3178	70°	4.1661	5°	3.9835	50°
1.0	3.2684	70°	4.4231	5°	4.3813	50°
1.5	3.9798	70°	4.6151	5°	4.6960	50°
2.0	4.5658	70°	4.8433	5°	4.9622	50°
2.5	5.0712	70°	5.0235	5°	5.1958	50°
3.0	5.5199	70°	5.1902	5°	5.4057	50°

В табл. 2 для различных $P=12\rho a^2 \tau^2 B_1^0 k^0$ приведены значения

$$\bar{f}_{opt} = \min_{\varphi} \max_{b, l} \bar{f}_{1m^*n^*}(\varphi, l, \varphi)$$

где $\bar{f} = f/b$, $f_{1m^*n^*} = f_{1m^*n^*} + f_{1m^*n^*} \cos \frac{bl}{2}$

m^* , n^* — те значения чисел полуволн, при которых достигается первая частота собственных колебаний.

В табл. 3 приводятся значения отношения

$$\gamma = \max_{\varphi} \max_{b, l} f_{1m^*n^*} / \min_{\varphi} \max_{b, l} f_{1m^*n^*}$$

для рассмотренных выше материалов и различных P

Таблица 3

P	М а т е р и а л		
	I	II	III
	γ	γ	γ
0.25	9.7470	3.9262	1.8467
0.5	6.8827	3.8017	1.7340
1.0	4.8914	3.6077	1.5875
1.5	4.0257	3.4701	1.4911
2.0	3.5166	3.3119	1.4204
2.5	3.1728	3.2651	1.3652
3.0	2.9233	3.2111	1.3204

Как показывают результаты расчета оптимальным выбором φ можно существенно улучшить проект панели в смысле уменьшения амплитуд установившихся резонансных колебаний в зоне главного параметрического резонанса.

THE PROJECT OF OPTIMAL CYLINDRICAL PANEL FROM
COMPOSITE MATERIAL, WORKING IN CONDITIONS
OF PARAMETRICAL RESONANCE

S. I. ISHCHANOV

ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՌԵԶՈՆԱՆՍԻ ՊԱՅՄԱՆԱԿՐՈՒՄ ԱՇԽԱՏՈՂ
ԿՈՄՊՈԶԻՑԻՈՆ ՆՅՈՒԹԻՅ ՊԱՏՐԱՍՏՎԱԾ ԹՊՏԻՄԱԿ
ԳՎԱՆԱՑԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ

Ս. Ի. ԻՇԽԱՆՈՎ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Գլխավոր պարամետրական սեղոնախի ախրայթի կենտրոնի մաքսիմալ հեռացման և հաստատված սեղոնանային տատանումների ամպլիտուդների մինիմումի հալսանիշներով բերված են կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված օպտիմալ դանոշին թաղանթի նախագծման խնդիրների դրվածքը:

Թաղանթի կողմերի տարբեր հարաբերությունների համար որոշված են որթոտրոպ կոմպոզիցիոն նյութի տարրական շարտերի դասավորման օպտիմալ անկյունները և ջույց է տրված թաղանթի շահագործման ընթացիչների էական մեծագրման հնարավորությունը:

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек.—М.: Физматгиз, 1961.—384 с.
2. Гнуки В. Ц. К нелинейной теории устойчивости ортотропных неоднородных полых оболочек.—Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 1965, т. 18, № 1, с. 34—42.
3. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем.—М.-Л.: ГИИТЛ, 1956.—600 с.

Институт механики
АН Армени

Поступила в редакцию
11.X.1989