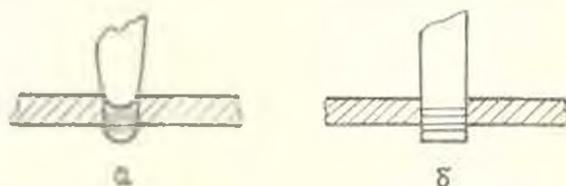


УДК 539.3

РАЗРУШАЮЩИЙ СДВИГ В ЗАДАЧЕ ПРОБИВАНИЯ ПРЕГРАД  
 СЛОМОНИЯН А. Я

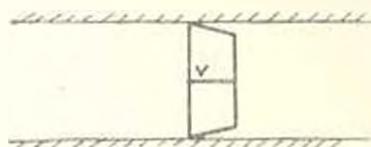
В задачах пробивания преград жесткими и деформируемыми ударниками нередки случаи выбивания части материала преграды, которая называется «отходом» или «пробкой». Например, при нормальном ударном пробивании металлической пластины цилиндрическим бойком с плоским передним срезом отход представляет собой цилиндр с радиусом, примерно равным радиусу расширившегося при ударе переднего среза бойка. Удаление откола, которое никуда имеет место при отражении волн напряжения от тыльной свободной поверхности преграды, может привести к отрывному разрушению отхода. Тогда отход будет состоять из нескольких частей. При ударе на месте контакта тела возникают упругоэластические волны, которые в дальнейшем распространяются во взаимодействующих телах, вызывая в них упругоэластические деформации, и, как следствие этого, упрочнение материалов. Одновременно процессе взаимодействия приводит к тепловыделению и образованию градиентов температур за счет местного выделения тепла. Следствием этого процесса является разупрочнение материалов. Если скорость уменьшения прочности из-за местного роста температуры равна или превосходит скорости увеличения прочности от упрочнения, то деформации в материале остаются локализованными. Бойком можно предположить, что основное действие ударника локализовано в объеме части преграды непосредственно под поверхностью контакта. Материал преграды вне этого объема практически не испытывает пластических деформаций и его механические свойства остаются прежними. Тогда можно считать, что пластические деформации на полне, образовавшейся в преграде, происходят только на ее участке непосредственно под поверхностью контакта. На остальных участках волны имеют чисто упругие возмущения, которыми в первом приближении можно пренебречь. Так, в случае цилиндрического бояка с плоским передним срезом образуется отход в цилиндрическом объеме под поверхностью контакта. Передним торцом отхода будет плоский участок ударной волны. После выхода волны на тыльную поверхность заканчивается формирование объема и массы отхода. В процессе пробивания отход движется под действием сил давления на его торцевых сечениях и сил сдвига, действующих на его боковой поверхности. Последние называются силами «разрушающего сдвига». Сам этот про-

цесс известен как неустойчивый «адиабатический сдвиг». По проблеме определения разрушающего сдвига некоторые выводы сделаны в работе [1]. Однако следует отметить, что эффективные методы определения этой величины в настоящее время отсутствуют. Картина процесса выбивания пробки из преграды (илиты) показана на фиг. 1а. При баллистически скоростях нормального удара бойка образовавшийся отход обычно находится в разупрочненном пластическом состоянии. В этих условиях, в некоторых работах принимают, что разрушающий сдвиг равен пределу прочности  $\sigma_s$  [2]. Дальнейшее увеличение скорости бойка приводит материал отхода в состояние вязкопластического



Фиг. 1.

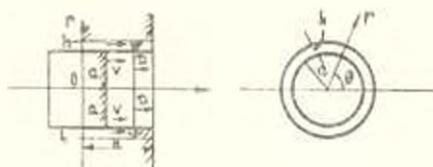
течения. Ниже рассматривается этот случай; определяется сдвиг на боковой поверхности отхода, образовавшегося за ударной волной, в условиях линейно вязкопластического течения несжимаемого материала. Пробивание производится нормальным ударом по плите цилиндрическим жестким бойком кругового сечения с плоским передним срезом (фиг. 1б). Линейную вязкопластическую среду называют еще телом Бингамма [3]. Эта среда представляет собой линейную вязкую жидкость, в которой напряжения превышают некоторое критическое значение—предел текучести. Ниже этого предела тело обычно предполагается твердым. Качественно движение вязкопластического материала отхода перед плоским срезом бойка можно рассматривать как движение в трубе перед поршнем. Эксперименты и теоретические исследования показывают, что при движении в трубах линейно вязкопластических сред (тел Бингамма) и вязких жидкостей в начальный период времени движения, почти по всему радиусу трубы, в поперечных сечениях, градиент скорости ничтожно мал, скорость  $V(t)$  частиц одинакова, а движение в целом плоское, одномерное [3, 4, 5]. Одномер-



Фиг. 2.

ное движение нарушается лишь в тонком слое, примыкающем к стенке трубы, показанном схематично на фиг. 2. В быстротечном явлении высокоскоростного пробивания преград с образованием вязкопластического отхода принимается приведенная выше модель движения сре-

ды в трубе. В центральной части под бойком вязкопластический материал отхода движется как целое с одинаковой скоростью в виде цилиндрического ядра, радиус которого равен радиусу бойка  $a$ . В ядре практически сосредоточена вся масса отхода. Внешней границей движущейся части преграды является поверхность образования вязкопластического материала переменного радиуса  $R$  (фиг. 3). Предполагается, что за весь процесс взаимодействия эта поверхность расположена весь-



Фиг. 3.

ма близко к поверхности ядра. Градиент скорости в поперечных сечениях тонкого слоя между этими поверхностями отличен от нуля и принимает большие значения. Вязкопластическую среду в слое можно рассматривать как своего рода смазку между поверхностями [5]. Толщина слоя  $h$  составляет сотые доли диаметра бойка, но ее роль существенна при определении сдвига на боковой поверхности отхода. Из приведенного выше следует, что

$$h = R - a, \quad \frac{h}{R} < \frac{h}{a} \ll 1 \quad (1)$$

Величина  $h$  подлежит определению в ходе решения задачи. В предположении однонаправленности скорости вдоль оси ядра отхода, ставится задача определить движение несжимаемой вязкопластической среды в указанном тонком слое толщиной  $h$ . Начало эйлеровой цилиндрической системы координат  $r, \theta, z$  возьмем на плоскости удара по плите толщины  $H$ , ось  $z$  направим по оси ядра, координаты  $r, \theta$  помещены на плоскости  $z=0$ . Из постановки задачи следуют значения компонент скорости  $\bar{v}$  по осям координат и ускорения  $\frac{d\bar{v}}{dt}$

$$v_r = 0, \quad v_\theta = 0, \quad \frac{\partial v_r}{\partial z} = 0, \quad v_z = v(r, t), \quad \frac{dv_r}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2)$$

Следовательно, скорость не зависит от продольной координаты  $z$ . При этом, нормальные и сдвиговые компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  определяются равенствами [4, 5]

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = -p, \quad \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0, \quad \tau_{rz} = \tau = -k + \mu \frac{\partial v}{\partial r} \quad (3)$$

где  $p$  — гидростатическое давление,  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости,  $k$  — пластическая постоянная.

Из общих уравнений движения для рассматриваемой задачи получим

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\tau_{rz}}{r}$$

или после подстановки значения  $\tau_{rz}$  из (3)

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{k}{r} \quad (4)$$

Приведенные уравнения показывают, что гидростатическое давление есть функция времени и осевой координаты  $z$  и одинаково во всех точках поперечных сечений в слое. Из дифференциального уравнения (4) следует, что производная от давления  $p$  по координате  $z$  есть функция только времени  $t$ . Обозначив эту производную через  $\omega(t)$  и представим уравнение (4) в виде

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{\partial p}{\partial z} = \omega(t), \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \omega(t) = \rho \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{k}{r} \quad (5)$$

На внешней границе слоя вязкопластической среды  $R=a+h$  скорость движения и скорость скольжения исчезают

$$r=a+h, \quad v=0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

На внутренней границе слоя — поверхности ядра, скорость частиц среды равна скорости движения ядра

$$r=a, \quad v=v(a, t) = V(t) \quad (7)$$

Нетрудно убедиться в том, что давление  $p$  и градиент давления  $\omega$  в ядре и слое одинаковы. Нормальный удар бойком со скоростью  $V_0$  по поверхности  $z=0$  неподвижной плиты производится в момент  $t=0$ . На этой поверхности при  $t > 0$  в слое давление равно атмосферному. В другом сечении  $z=z_0$  (плоскость подпы) давление в слое равно давлению  $p_0$  за плитой. После выхода ударной волны на тыльную поверхность плиты ( $z_0 = H$ ) давление в слое в этом сечении становится равным атмосферному. В проблеме выбивания отхода из преграды очень важно получить приближенные, но достаточные формулы, определяющие напряжение сдвига на боковой поверхности ядра отхода. Для этой цели произведем оценку сравнительной роли сил инерции в уравнении движения (5). Введем следующие безразмерные переменные величины при условии  $h < H < a$  и предложении, что  $H$  и  $a$  имеют одинаковый порядок

$$v = V_0 v', \quad z = az', \quad r - a = hr', \quad t = \frac{a}{V_0} t' \quad (8)$$

В этих равенствах безразмерные величины, имеющие один и тот же порядок, снабжены штрихами сверху. Составив отношение сил инерции к вязким силам в уравнении (5), используя (8), приходим к выражению

$$\frac{\rho \frac{\partial v}{\partial t}}{\mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right)} = \left( \frac{aV_0}{v} \right) \left( \frac{h}{a} \right)^2 = \text{Re}^*, \quad v = \frac{\mu}{\rho} \quad (9)$$

Безразмерная величина  $\text{Re}^*$  называется приведенным числом Рейнольдса. Пусть выполнено условие (1) и приведенное число Рейнольдса значительно меньше единицы. Тогда на основании полученной оценки (9), пренебрегая инерционным членом в уравнении (5), получим

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\omega(t)}{\mu} + \frac{k}{\mu r} \quad (10)$$

Решение уравнения (10) представляется в виде

$$v = \frac{\omega(t)}{4\mu} r^2 + \frac{k}{\mu} r + C_1 \ln r + C_0 \quad (11)$$

Постоянные интегрирования (зависящие от времени) определяются из условия  $v=0$  на внешней границе в формуле (6) и условия на поверхности ядра в формуле (7). Для малой толщины слоя удовлетворяющей условию (1), эти постоянные имеют значения

$$C_1 = -\frac{aV(t)}{h} - \frac{a^2\omega(t)}{2\mu} - \frac{ak}{\mu} \quad (12)$$

$$C_0 = V(t) \left( 1 + \frac{a}{h} \ln a \right) - \frac{a^2\omega(t)}{4\mu} (1 - \ln a^2) + \frac{ak}{\mu} (1 - \ln a)$$

Градиент скорости определяется формулой

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\omega(t)}{2\mu} r + \frac{k}{\mu} + \frac{C_1}{r} \quad (13)$$

Следует отметить, что при возрастании давления в направлении движения в некоторой части поперечного сечения, в слое возможно возникновение возвратного течения [5].

Из формулы (13) на поверхности ядра имеем

$$r = a, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{V(t)}{h} \quad (14)$$

Следовательно, напряжение сдвига на этой поверхности определяется выражением

$$r = a, \quad \tau = \tau_a = -k + \mu \frac{\partial v}{\partial r} = -\left( k + \mu \frac{V(t)}{h} \right) \quad (15)$$

и при малых значениях толщины слоя может достичь очень большой величины.

Теперь обратимся к вопросу определения толщины слоя. На внешней границе слоя второе условие в формуле (6), согласно (13), приводит к уравнению

$$\frac{\omega(t)}{2\mu} (a+h)^2 + \frac{k}{\mu} (a+h) = -C_3 = \frac{a^2 V(t)}{h} + \frac{a^2 \omega(t)}{2\mu} + \frac{ak}{\mu}$$

Отсюда приходим к «исполному» кубическому уравнению, определяющему толщину слоя

$$h^3 + 2 \left( a + \frac{k}{\omega} \right) h^2 = 2a \frac{\mu}{\omega} V \quad (16)$$

Если учесть условие (1) и пренебречь первым членом в левой части уравнения (16), то получим

$$h = \left( \frac{\mu V}{\omega + \frac{k}{a}} \right)^{1/2} \quad (17)$$

Напряжение сдвига на поверхности ядра определяется по формуле (15)

$$\tau = \sigma_s = \tau_0 = - \left[ \mu \left( \omega + \frac{k}{a} \right) V \right]^{1/2} - k \quad (18)$$

Для ньютоновской жидкости ( $k=0$ ) из (17) и (18) будем иметь

$$h = \left( \frac{\mu}{\omega} V \right)^{1/2}, \quad \tau_0 = -(\rho \omega V)^{1/2} \quad (19)$$

Формула (18) показывает, что в начальный момент времени при  $V(0)$  отличном от нуля, существует область вязкопластического состояния. Точное решение рассматриваемой задачи при отсутствии градиента движения ( $\omega=0$ ) подтверждает этот факт [6].

Уравнение (15) или (18), определяющие напряжение сдвига на боковой поверхности отхода, замыкают систему уравнений движения отхода в условиях вязкопластического течения. В случае жесткого цилиндрического бойка кругового сечения с площадью  $F$  и массы  $m$  до выхода ударной волны на пыльную поверхность, эта система записывается так:

$$\begin{aligned} \rho V(t) + \omega(t) &= \frac{2z}{a}, \quad z = - \left[ \mu \left( \omega + \frac{k}{a} \right) V \right]^{1/2} - k \\ \left( m + \frac{\rho_0 F}{1-b} u \right) \dot{V}(t) &= \frac{2Fbzu}{a(1-b)} - \frac{\rho_0 F V^2}{1-b} - \rho p_s \\ \dot{V} &= \frac{dV}{dt}, \quad b = \frac{\rho_0}{\rho} \end{aligned} \quad (20)$$

где  $u(t)$  — координата переднего торца бойка,  $\rho$  и  $\rho_0$  — значения плотности материала преграды за и перед волной. Плотность отхода  $\rho$  опре

делается условиями на волне в момент удара и предполагается постоянной в дальнейшем,  $p_1$  — предельное давление перед ударной волной. После выхода этой волны на тыльную поверхность преграды, первое уравнение системы (20) сохраняет свой вид, а второе уравнение заменяется следующим:

$$(m + \rho_0 F H) \dot{V} = \frac{2F_1}{a} (H - u), \quad u \leq H \quad (21)$$

Но теперь, конечно, напряжение так же определяется по формуле (18). В работе [2], как указывалось, принимается, что оно равно пределу прочности материала преграды.

В момент удара  $t=0$ , ускорение  $\dot{V}_0 = \dot{V}(0)$  и градиент давления  $\omega_0 = \omega(0)$  определяются уравнениями (20), которым в этот момент можно придать вид

$$\begin{aligned} \omega_0^2 - 2\omega_0 \left[ \frac{2\rho_0 V_0}{a^2} - \left( \rho_0 \dot{V}_0 + \frac{2k}{a} \right) \right] - \left( \rho_0 V_0 + \frac{2k}{a} \right)^2 - \frac{4\rho_0 k V_0}{a^2} = 0 \\ \dot{V}_0 = - \frac{F}{m} \left[ \frac{\rho_0 V_0^2}{1-b} + \rho_0 \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, система (20) решается при начальных условиях

$$t=0, \quad u=0, \quad \dot{u} = V_0, \quad \omega = \omega_0, \quad \dot{V} = \dot{V}_0 \quad (23)$$

Рассмотрим числовой пример в системе единиц килограмм сила, метр, секунда. Пусть  $m=2$ ,  $a=0,1$ ,  $V_0=2000$ ,  $b=0,8$ ,  $\rho_0=780$ ,  $k=4 \cdot 10^7$ ,  $\rho_0 = 2k$ ,  $\eta = 2,25 \cdot 10^{-4}$ . По этим данным, в момент удара ( $t=0$ ) для толщины слоя, приведенного числа Рейнольдса градиента давления и напряжения сдвига получим значения

$$h = 1,71 \cdot 10^{-6}, \quad \text{Re}^* = 0,08, \quad \text{Re}_\eta = 3,05 \cdot 10^6, \quad \tau = -4,04 \cdot 10^7 \quad (24)$$

Предполагая, что в процессе пробивания порядок этих величины существенно не изменяется, можно сделать следующие выводы. Приведенное число Рейнольдса показывает, что в уравнении (5) силами инерции можно пренебречь. Толщина слоя в миллиметрах определяется равенством

$$h = 0,00171 \text{ мм} \quad (25)$$

Это значение толщины, по порядку величины, находится в согласии с экспериментально измеренной толщиной вязкопластического слоя [1]

$$h_{\text{эк}} = 0,0025 \text{ мм}$$

DESTROYING SHEAR IN THE PROBLEM OF BARRIERS BREACHING  
A. Y. SAGOMONIAN

# ՔԱՅՔԱՅՈՂ ԽԱՆՔԸ ՊԱՐՏՆԵԼԻ ԽԱԿՄԱՆ ԽՆԴՐՈՒՄ

Ա. ՅԱ. ՍԱՂՈՒՈՆՅԱՆ

Լ. մ. փ. ո. փ. ո. լ. մ.

Դիտարկվում է սալքն զլանային զարկանով մեծ արագությամբ հատվածի դեպքում պատենելի (թափոն) մի մասի դուրս մղման դործընթացը:

Թափոնի նյութի մաթուցապլաստիկական մոդելի դեպքում որոշվում է սահքի յարման բացահայտ արտահայտությունը նրա կողմնային մակերևույթի վրա:

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Резт Р* Разрушающий термопластический сдвиг—Прикладная механика (русск. перевод), 1964, № 2, с. 34—39.
2. *Согомонян А. Я.* Динамика пробивания преград.—Изв. МГУ, 1986.
3. *Фрейденталь А., Гейрингер Х.* Математические теории неупругой сплошной среды.—М. «Физматгиз», 1962.
4. *Ричардсон Э.* Динамика реальных жидкостей—М.: Мир, 1965.
5. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.—М.: Наука, 1969.
6. *Бахшиян Ф. А.* К вязкопластическому течению при ударе цилиндра по пластине.—Изв. АН СССР, ПММ, 1948, т. 12, в. 1, с. 47—52.

Механико-математический факультет МГУ

Поступила в редакцию  
11.VII.1990