

УДК 539.3

К ЗАДАЧЕ МАГНИТОУПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИНКИ
 ПОЛОСЫ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ

КАЗАРЯН К. Б.

Устойчивость токонесущих пластин исследована, в частности, в работах [1, 2], где за основу были взяты решения связанных уравнений магнитоупругости для пластин бесконечных размеров. В настоящей работе исследована устойчивость токонесущей конечной пластинки-полосы, вдоль бесконечного размера которой течет ток. Получено замкнутое интегро-дифференциальное уравнение устойчивости относительно нормального прогиба пластинки. Для шарнирно опертой пластинки найдены значения критической плотности тока. Проведено сравнение с результатами работ [1, 2]. Дана оценка погрешности модели пластинки бесконечных размеров.

§ 1. Отнесем пластинку-полосу к декартовой системе (x, y, z) так, что срединная плоскость полосы совпала с плоскостью (x, y) . По пластинке-полосе толщины $2d_0$ и ширины $2a$ течет вдоль направления Ox равномерно распределенный по толщине электрический ток плотностью j_0 . В рассматриваемой системе координат пластинка-полоса занимает область $D^{(0)}: |x| < \infty, |y| < a, |z| \leq d_0$.

Собственное магнитное поле пластинки \bar{H}_0 определяется из решения краевой задачи магнитоэластики

$$\operatorname{rot} \bar{H}_0^{(i)} = \frac{4\pi}{c} J_0; \quad \operatorname{div} \bar{H}_0^{(i)} = 0; \quad (x, y, z) \in D^{(i)} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H}_0^{(e)} = 0; \quad \operatorname{div} \bar{H}_0^{(e)} = 0; \quad (x, y, z) \in D^{(e)}$$

$$\bar{H}_0^{(i)} = \bar{H}_0^{(e)} \quad \text{на границе области } \tau_0 = D^{(i)} \cap D^{(e)}$$

В (1.1) индексы (i) , (e) указывают на принадлежность к внутренней области, занимаемой пластинкой и к внешней области, отождествляемой с вакуумом ($D^{(e)}: |x| < \infty, |y| > a; |z| > d_0$).

Из симметрии задачи следует, что

$$H_{0x} = 0, \quad H_0 = H_0(y, z)$$

Решение (1.1) известно на основе методов уравнений математической физики. Это решение мы приведем, пользуясь методом, развитым в работе [3], использование которого будет удобным и при определении в дальнейшем возмущенного магнитного поля деформированной пластинки.

Введем в рассмотрение комплексную функцию $\bar{H}_0 = H_{0x} + iH_{0y}$ от переменной $\zeta = y - iz$.

Уравнения Максвелла во внешней области для функции $\bar{H}_0^{(e)}$ оказываются условиями Коши—Римана, откуда следует регулярность функции $\bar{H}_0^{(e)}$ в области $D^{(e)}$.

В области $D^{(i)}$ введем в рассмотрение комплексную функцию $F(\zeta) = \bar{H}_0^{(i)} - \frac{2\pi j_0}{c} \zeta^*$, которая также в силу уравнений Максвелла является регулярной в области $D^{(i)}$ (ζ^* есть комплексно сопряженное число к ζ).

Из интегральной формулы Коши применительно к функции $F(\zeta)$ имеем

$$F^{(i)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0} \frac{F^{(i)}(\xi) d\xi}{\xi - \zeta} = \begin{cases} \bar{H}_0^{(i)} - \frac{2\pi j_0}{c} \zeta^*, & \zeta \in D^{(i)} \\ 0, & \zeta \in D^{(e)} \end{cases} \quad (1.2)$$

$$F^{(e)} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0} \frac{F^{(e)}(\xi) d\xi}{\xi - \zeta} = \begin{cases} 0, & \zeta \in D^{(i)} \\ \bar{H}_0^{(e)}, & \zeta \in D^{(e)} \end{cases} \quad (1.3)$$

Из условия непрерывности векторов $\bar{H}_0^{(i)} = \bar{H}_0^{(e)}$ на контуре γ_0 имеем

$$F^{(i)} - F^{(e)} = -\frac{2\pi j_0}{c} \zeta^* \quad (1.4)$$

С учетом (1.4) имеем окончательно следующую формулу, определяющую магнитное поле во всем пространстве:

$$\frac{j_0}{c} \int_{\gamma_0} \frac{\zeta^*}{\xi - \zeta} d\xi = \begin{cases} \bar{H}_0^{(i)} - \frac{2\pi j_0}{c} \zeta^* \\ \bar{H}_0^{(e)} \end{cases} \quad (1.5)$$

Произведя в (1.5) интегрирование по контуру прямоугольника $y \in [-a, a]$, $z \in [-d_0, d_0]$ для компонент векторов магнитного поля H_{0x} , H_{0y} , получим следующие общие формулы, как в области $D^{(i)}$, так и в области $D^{(e)}$:

$$\begin{aligned} H_{0x} = \frac{2j_0}{c} & \left\{ (d_0 - z) \left(\operatorname{arctg} \frac{a+y}{d_0-z} + \operatorname{arctg} \frac{a-y}{d_0-z} \right) - \right. \\ & \left. - (d_0 + z) \left(\operatorname{arctg} \frac{a+y}{d_0+z} + \operatorname{arctg} \frac{a-y}{d_0+z} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{a-y}{2} \ln \left| \frac{(a-y)^2 + (d_0+z)^2}{(a-y)^2 + (d_0-z)^2} \right| - \frac{a+y}{2} \ln \left| \frac{(a+y)^2 + (d_0+z)^2}{(a+y)^2 + (d_0-z)^2} \right| \right\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} H_{0y} = \frac{2j_0}{c} & \left\{ (a+y) \left(\operatorname{arctg} \frac{d_0+z}{a+y} + \operatorname{arctg} \frac{d_0-z}{a+y} \right) - \right. \\ & \left. - (a-y) \left(\operatorname{arctg} \frac{d_0+z}{a-y} + \operatorname{arctg} \frac{d_0-z}{a-y} \right) + \right. \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\pm \frac{d_0+z}{2} \ln \left| \frac{(a+y)^2 + (d_0+z)^2}{(a-y)^2 + (d_0+z)^2} \right| + \frac{d_0-z}{2} \ln \left| \frac{(a+y)^2 + (d_0-z)^2}{(a-y)^2 + (d_0-z)^2} \right|$$

В начальном невозмущенном состоянии взаимодействие электрического тока с собственным магнитным полем приводит к появлению поперечной силы Ампера

$$\bar{Q}_0 = \frac{1}{c} |\bar{j}_0 \times \bar{H}_0|$$

(c — электродинамическая постоянная).

Под действием этой силы в пластинке устанавливается обобщенное плоско-напряженное состояние, характеризуемое усилием

$$T_{0y} = \int_{-a_0}^{a_0} \sigma_{0y} dz$$

(σ_{0y} — упругое напряжение).

Усилие T_{0y} определим из следующей краевой одномерной задачи:

$$\frac{dT_{0y}}{dy} = \frac{j_0}{c} \int_{-a_0}^{a_0} H_{0z} dz; \quad T_{0y}(\pm a) = 0 \quad (1.8)$$

Отметим, что $T_{0z} = \frac{j_0}{c} \int_{-a_0}^{a_0} H_{0y} dz = 0$.

Решение задачи (1.8) имеет вид

$$\begin{aligned} T_{0y} = & \frac{2j_0^2}{c^2} \left\{ 2d_0 \left[(a+y)^2 \operatorname{arctg} \frac{a+y}{2d_0} + (a-y)^2 \operatorname{arctg} \frac{a-y}{2d_0} - \right. \right. \\ & \left. \left. - 4a^2 \operatorname{arctg} \frac{a}{d_0} \right] + \frac{8d_0^3}{3} \left(\operatorname{arctg} \frac{a+y}{2d_0} + \operatorname{arctg} \frac{a-y}{2d_0} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \operatorname{arctg} \frac{a}{d_0} \right) + \frac{(a+y)^3}{3} \ln \left(1 + \frac{y}{a} \right) + \frac{(a-y)^3}{3} \ln \left(1 - \frac{y}{a} \right) + \right. \\ & \left. + 2(a+y) \left[d_0^2 - \frac{(a+y)^2}{12} \right] \ln \left[\left(1 + \frac{y}{a} \right)^2 + \frac{4d_0^2}{a^2} \right] + 2(a-y) \times \right. \\ & \left. \times \left[d_0^2 - \frac{(a-y)^2}{12} \right] \ln \left[\left(1 - \frac{y}{a} \right)^2 + \frac{4d_0^2}{a^2} \right] - 8ad_0^2 \ln 2 - \right. \\ & \left. - 4a \left(d_0^2 - \frac{a^2}{3} \right) \ln \left(1 + \frac{d_0^2}{a^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

Функция $T_{0y}(y)$ в интервале $(-a, a)$ является четной, при $d_0^2/a^2 \ll 1$ является неположительной; монотонно возрастающей в интервале $(0, a)$. Анализ функции $T_{0y}(y)$ позволяет сделать вывод, что след-

стве взаимодействия электрического тока с собственным магнитным полем в тонкой пластинке возникает сжимающее срезное по ширине усилие.

Для тонкой пластинки при $d_0^2/a^2 \ll 1$ аппроксимация функции $T_{0y}(y)$ имеет вид

$$T_{0y} \sim -\frac{8\pi_0^2 d_0 a^2}{c^2} \left[2\ln 2 - \left(1 + \frac{y}{a}\right) \ln \left(1 + \frac{y}{a}\right) - \left(1 - \frac{y}{a}\right) \ln \left(1 - \frac{y}{a}\right) \right] \quad (1.9)$$

§ 2. Рассмотрим теперь вопрос определения возмущений магнитного поля, обусловленных деформацией полосы. В [1, 2] на основе точного решения уравнений электродинамики для медленно движущихся сред на примере бесконечной пластинки показано, что при определении малых возмущений магнитного поля достаточно ограничиться рассмотрением следующей краевой задачи электромагнитостатики: уравнения магнитостатики в области $D^{(0)}$

$$\operatorname{rot} \vec{h}^{(0)} = \frac{4\pi_0}{c} \vec{e}^{(0)} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{h}^{(0)} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{e}^{(0)} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{e}^{(0)} = 0 \quad (2.1)$$

уравнения магнитостатики в области $L^{(0)}$

$$\operatorname{rot} \vec{h}^{(0)} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h}^{(0)} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{e}^{(0)} = \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{e}^{(0)} = 0 \quad (2.2)$$

граничные условия на деформированном контуре

$$(\vec{j}, \vec{n}) = 0; \quad H^{(0)}(\vec{r}_0 + \vec{u}) = H^{(0)}(\vec{r}_0 + \vec{u}) \quad (2.3)$$

где \vec{h} , \vec{e} есть вектора малых возмущений магнитного и электрического полей соответственно; $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}$, $\vec{j} = \vec{j}_0 + \vec{e}$; \vec{n} — вектор внешней нормали к деформированной поверхности полосы, \vec{r}_0 — вектор точек недеформированной поверхности, \vec{u} — вектор упругих перемещений; ϵ — коэффициент электропроводности материала оболочки. Отметим, что данная постановка задачи определения возмущений электромагнитного поля использовалась в [4], где исследовалась устойчивость упругого токонесящего стержня, а также в [5, 6] при рассмотрении устойчивости токонесящей цилиндрической оболочки.

При решении задачи (2.1) — (2.3) ограничимся случаем двумерных возмущений, когда все искомые функции не зависят от координаты x (цилиндрические возмущения).

Для двумерных возмущений из симметрии задачи следует, что $e_x = e_y = e_z = 0$. Более того, из уравнения Максвелла для вектора \vec{e} , следует также, что и $e_r = 0$.

Для определения компонент вектора магнитного поля h_y , h_z используем метод комплексного представления двумерного магнитного поля [3].

Введем комплексную функцию $\vec{h} = h_y + ih_z$ от переменной $y =$

$= y - iz$. Функция \bar{h} в силу уравнений Максвелла (2.1) и (2.2) является регулярной, как в области $D^{(i)}$, так и в области $D^{(e)}$.

Проведем линеаризацию второго граничного условия (2.3) при малых упругих перемещениях. Представим вектор H в виде $\bar{H}_0 + \bar{h}$ и разлагая функцию $\bar{H}_0(\bar{r}_0 + \bar{u})$ в ряд Тейлора для малых упругих возмущений \bar{u} , сохраняя только линейные члены разложения с учетом условия непрерывности векторов $\bar{H}_0^{(i)}(\bar{r}_0) = \bar{H}_0^{(e)}(\bar{r}_0)$ получим следующие граничные условия на недеформируемом контуре J_0 :

$$h_y^{(i)} - h_y^{(e)} = -[(\bar{u}\bar{\nabla})H_{0y}^{(i)} - (\bar{u}\bar{\nabla})H_{0y}^{(e)}], \quad h_z^{(i)} - h_z^{(e)} = -[(\bar{u}\bar{\nabla})H_{0z}^{(i)} - (\bar{u}\bar{\nabla})H_{0z}^{(e)}]$$

или

$$\bar{h}^{(i)} - \bar{h}^{(e)} = [(\bar{u}\bar{\nabla})\bar{H}_0^{(e)} - (\bar{u}\bar{\nabla})\bar{H}_0^{(i)}] \quad (2.4)$$

где $\bar{\nabla}$ есть набла-функция, $\bar{u}\bar{\nabla} = u_z \frac{\partial}{\partial z} + u_y \frac{\partial}{\partial y}$.

На основе интегральной формулы Коши имеем

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{J_0} \frac{\bar{h}^{(i)}(\xi)}{\xi - \gamma} d\xi = \begin{cases} \bar{h}^{(i)}; & \gamma \in D^{(i)} \\ 0; & \gamma \in D^{(e)} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2\pi i} \oint_{J_0} \frac{\bar{h}^{(e)}(\xi)}{\xi - \gamma} d\xi = \begin{cases} 0; & \gamma \in D^{(i)} \\ \bar{h}^{(e)}(\gamma); & \gamma \in D^{(e)} \end{cases} \quad (2.5)$$

Используя (2.4), имеем окончательно следующую формулу в виде интеграла типа Коши, определяющее двумерное возмущенное магнитное поле

$$\frac{1}{2-i} \oint_{J_0} \frac{(\bar{u} \cdot \bar{\nabla})\bar{H}_0^{(e)}(\xi) - (\bar{u} \cdot \bar{\nabla})\bar{H}_0^{(i)}(\xi)}{\xi - \gamma} d\xi = \begin{cases} \bar{h}^{(i)}(\gamma); & \gamma \in D^{(i)} \\ \bar{h}^{(e)}(\gamma); & \gamma \in D^{(e)} \end{cases} \quad (2.6)$$

Формула (2.6) справедлива при определении двумерного возмущенного магнитного поля для любого бесконечного упругого цилиндрического односвязного (сплошного) проводника с током.

Для тонкой упругой пластины, принимая справедливость гипотезы Кирхгофа $u_z = \omega(y)$ и пренебрегая деформацией торцов пластинки $u_y = 0$ при $y = \pm a$, на контуре интегрирования имеем следующие выражения относительно числителя подынтегрального выражения:

$$\bar{h}^{(i)} - \bar{h}^{(e)} = \frac{4\pi/d^2\omega}{c}, \quad z = \pm d_0; \quad \bar{h}^{(i)} - \bar{h}^{(e)} = 0; \quad y = \pm a \quad (2.7)$$

При выводе формул (2.7) были использованы следующие значения скачков производных от функций H_{0y} , H_{0z} на граничном контуре, полученных на основе (1.6), (1.7):

$$\frac{\partial H_{0z}^{(0)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{0y}^{(0)}}{\partial z} = \frac{4\pi j_0}{c} \quad z = d_0$$

$$\frac{\partial H_{0z}^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{0y}^{(1)}}{\partial z} = 0$$

После интегрирования (2.6) с учетом (2.7) имеем следующие выражения для функций $h_z^{(0)}$, $h_y^{(0)}$ в области, занимаемой пластинкой:

$$h_z^{(0)} = \frac{2j_0}{c} \int_a^a \left[\frac{1}{(z-y)^2 + (d_0+z)^2} - \frac{1}{(z-y)^2 + (d_0-z)^2} \right] w(z)(z-y) dz$$

$$h_y^{(0)} = \frac{2j_0}{c} \int_a^a \left[\frac{d_0-z}{(z-y)^2 + (d_0-z)^2} + \frac{d_0+z}{(z-y)^2 + (d_0+z)^2} \right] w(z) dz$$

§ 5. Уравнение устойчивости пластинки-полосы с учетом начального сжимающего усилия и возмущенных электромагнитных нагрузок в рамках гипотезы Кирхгофа имеет вид [7]

$$D \frac{d^2 w}{dy^2} - \frac{d}{dy} \left(T_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \int_{-a}^a \left(Q_x + z \frac{dQ_x}{dy} \right) dz \quad (3.1)$$

В (3.1) D есть жесткость на изгиб, $D = 2Fd_0^2/(1-\nu^2)$, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона. Вектор поперечной возмущенной силы Q связан с возмущениями магнитного поля следующим образом:

$$Q = \frac{1}{c} (\bar{j}_0 \times \bar{h}); \quad Q_x = 0; \quad Q_y = -\frac{j_0}{c} h_z^{(0)}; \quad Q_z = \frac{j_0}{c} h_y^{(0)} \quad (3.2)$$

Подставляя (3.2) в (3.1), после интегрирования по толщине пластинки для правой части уравнения (3.1) имеем

$$Q = \int_{-a}^a \left(Q_x + z \frac{dQ_x}{dy} \right) dz = \frac{4j_0^2}{c^2} \int_{-a}^a \left[\ln \left| 1 + \frac{4d_0^2}{(z-y)^2} \right| - \frac{2d_0^2}{(z-y)^2 + 4d_0^2} - \right. \\ \left. - 2d_0^2(z-y) \right] w(z) dz \quad (3.3)$$

где $\zeta(z)$ есть функция Дирака.

Таким образом, нами получено искомое уравнение устойчивости пластинки-полосы с током, представляющее собой интегро-дифференциальное уравнение относительно нормального прогиба w средней плоскости пластинки. Уравнение (3.1) можно рассматривать также и для бесконечной пластинки при $a \rightarrow \infty$. Представляя прогиб w в виде $w = w_0 \sin ky$ (или $w = w_0 \cos ky$) получим следующее уравнение (при этом T_{yy} принимается равным нулю, так как для бесконечной пластинки $H_{0z} = 0$):

$$D \frac{d^4 w}{dy^4} - \frac{8f_0^2}{\epsilon^2} w(y) \int_0^1 \left[\ln \left(1 + \frac{4d_0^2}{s^2} \right) - \frac{2d_0^2}{s^2 + 4d_0^2} - \pi d_0^2(s) \right] \cos ks ds$$

Откуда после интегрирования при $kd_0 \ll 1$ имеем уравнение

$$D \frac{d^4 w}{dy^4} - \frac{8\pi f_0^2 w d_0}{\epsilon^2} = 0 \quad (3.4)$$

совпадающее с известным уравнением, полученным в [2], на основе решения задачи бесконечной пластинки.

После введения безразмерных параметров

$$y \rightarrow y/a; \quad w \rightarrow w/a; \quad d_0 = d_0/a; \quad s = \pi a$$

искомое уравнение устойчивости запишется следующим образом:

$$\frac{d^4 w}{dy^4} - \lambda \left[\int_{-1}^1 K(s-y) w(s) ds - \pi w(y) - 2\lambda_0 \frac{d}{dy} \left(T_0 \frac{dw}{dy} \right) \right] = 0 \quad (3.5)$$

В (3.5) приняты следующие обозначения:

$$K(s) = \frac{1}{\lambda_0} \ln \left(1 + \frac{4\lambda_0^2}{s^2} \right) - 2 \frac{\lambda_0}{s^2 + 4\lambda_0^2}$$

$$T_0 = 2 \ln 2 - (1+y) \cdot \ln(1+y) - (1-y) \ln(1-y); \quad \lambda = \frac{6f_0^2 a^4 (1-\nu^2)}{E d_0^2 \epsilon^2}$$

Не умаляя общности задачи, решение приведем для случая шарнирно-опертой пластинки

$$w = 0; \quad \frac{d^2 w}{dy^2} = 0 \quad y = \pm 1 \quad (3.6)$$

Так как ядро интегрального члена уравнения (3.4) является симметричным, то вследствие теоремы Фубини [8] и самосопряженного вида дифференциального оператора уравнения (3.4) [9] крайняя задача (3.4), (3.5) является самосопряженной.

Для решения искомого уравнения используем метод Галеркина [10]. Представим решение в виде

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_{0m} \sin \frac{\pi m (1+y)}{2} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.7) в (3.5) и проводя обычный процесс ортогонализации метода Галеркина, получим бесконечную систему однородных алгебраических уравнений, определитель которой является нормальным [11].

$$\left[\left(\frac{\pi m}{2} \right)^4 \delta_{mn} - \lambda \beta_{mn} \right] w_{0m} = 0 \quad (3.8)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_{mn} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K(s-y) \sin \frac{\pi m(1+y)}{2} \sin \frac{\pi n(1+s)}{2} dy ds - \\ &= \delta_{mn} + \delta_0 \pi^2 mn \int_0^1 T_0 \cos \frac{\pi m(1+y)}{2} \cos \frac{\pi n(1+y)}{2} dy \end{aligned}$$

δ_{mn} — символ Кронекера.

Ограничиваясь вторым приближением уравнения (3.8), из условия равенства нулю его определителям получим численные значения критической плотности электрического тока в зависимости от параметра $\lambda_0 = d_0/a$. Сравнение численных результатов рассматриваемой конечной полосы с результатами, полученными в [1, 2], на основе решения бесконечной пластинки (уравнение (3.4)), показывает, что для пластинки-полосы с параметрами до $\delta = 1/10$ в отношении критической плотности тока имеется расхождение порядка до 9%. Для более тонких пластин это расхождение становится не существенным. С уменьшением относительной толщины разница этих результатов стремится к нулю, что достигается практически при толщине $\lambda_0 < 1/60$.

В заключение приведем один численный пример, иллюстрирующий количественную сторону вопроса рассматриваемой задачи устойчивости. Для пластинки-полосы, изготовленной из алюминия с параметрами толщины 0.2 см, ширины 20 см критическая плотность равна $j_0 = 3.53 \text{ кА/см}^2$.

Автор выражает благодарность участникам семинара «Волновые процессы» Института механики АН Арм. ССР за ценные советы при обсуждении работы.

TO THE PROBLEM OF MAGNETO-ELASTIC STABILITY OF PLATE-STRIP WITH ELECTRICAL CURRENT

K. B. KAZARIAN

ԷԼԵԿՏՐՈՎԱԿԱՆ ՀՈՍԱՆՔՈՎ ՍԱԼ-ՇԵՐՏԻ ԽԱԳՆԻՓԱՆՌԱԶԳԱԿԱՆ
ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐԻ ՄԱՍԻՆ

Կ. Բ. ԿԱԶԱՐԻԱՆ

Ու մ փ ո փ ու մ

Ուսումնասիրված է հասանրատար սալ-շերտի կայունությունը, երբ հաշվի է առնված սկզբնական էլեկտրամագնիսական լուրվածային փնճակը և սալի միջին մակերևույթի դեֆորմացիայով պայմանավորված գրգռված էլեկտրամագնիսական ընտր առկայությունը: Խնդիրը բերված է սալի նորմալ կլիվածքի նկատմամբ ինտեգրադիֆերենցիալ համասարման լուծմանը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белубекян М. В.* К задаче колебаний токонесящих пластины.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1983, т. 28, №2, с. 22—30.
2. *Белубекян М. В.* О статической устойчивости токонесящей пластины.—Изв. АН Арм. ССР, 1982, т. 71, с. 208—212.
3. *With A. R.* An integral formula for two-dimensional fields.—Jour. Appl. Physics, 1967, v. 38, № 12, p. 4689—4692.
4. *Chattopadhyay S., Moon F.* Magnetoelastic buckling and vibration of a rod carrying electric current.—J. Appl. Mech., 1975, 41, № 4, p. 809—811.
5. *Казарян К. Б.* Об уравнении магнитоупругой устойчивости цилиндрической оболочки, служащей для транспортировки электрического тока.—Изв. АН Арм. ССР Механика, 1988, т. 61, №6, с. 44—50.
6. *Kazarian K. B.* Magnetoelastic stability of a current-carrying cylindrical shell.—Electromechanical Interaction in Deformable Solids and Structures, Proc. of ITAM Symp.—Amst. North-Holland, 1987, p. 33—37.
7. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. С., Белубекян М. В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластины.—М.: Наука, 1977. 272 с.
8. *Калмогорова А. П., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа.—М.: Наука, 1968. 496 с.
9. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы.—М.: Наука, 1976. 526 с.
10. *Коллатц Л.* Задачи на собственные значения.—М.: Наука, 1968. 593 с.
11. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости.—М.: Физматгиз, 1961. 339 с.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
1 XII.1989