

УДК 539.3

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ,  
 ПОГРУЖЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА  
 ПРОЧНОСТЬ И ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

ГЛУШИН В. П., КАЗАРЯН Р. С.

Пусть замкнутая цилиндрическая оболочка размерами  $l$ ,  $R$ ,  $h$  изготовлена из многослой ортотропного композиционного материала (КМ), уложенных под углами  $\pm\varphi$  к оси оболочки. Погруженная в жидкость оболочка подвергается всестороннему давлению жидкости  $q$ .

Ставится задача проектирования оболочки минимального веса при заданных уровнях внешнего давления  $q$ , первой частоты собственных колебаний  $\Omega$  и ограничении на прочность.

1. В работе [1] для определения толщины оболочки из КМ, погруженной в жидкость, при заданных значениях частоты собственных колебаний

$$\Omega = \Omega_{mn}(m, n, q) \tag{1.1}$$

и внешнего всестороннего давления жидкости  $q$ , получается уравнение

$$h_{mn}^3 - B_{mn} h_{mn} - C_{mn} = 0 \tag{1.2}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$B_{mn} = \frac{\Omega_{mn}^2 - \frac{B_{11}^0 m^4}{12 \rho R^2} [a_{11} m^4 + (\bar{a}_{22} - 2\bar{a}_{23}) m^2 \bar{n}^2 + a_{22} \bar{n}^4]^{-1}}{\frac{B_{11}^0 \chi^4}{12 \rho R^2} [D_{11} m^4 + 2(\bar{D}_{12} + 2\bar{D}_{23}) m^2 \bar{n}^2 + \bar{D}_{22} \bar{n}^4]} \tag{1.3}$$

$$C_{mn} = \frac{\frac{\rho_0 R}{\rho \chi} \Omega_{mn}^2 K_{mn} - (0,5 m^2 + \bar{n}^2) \frac{q \chi^2}{\rho R}}{\frac{B_{11}^0 \chi^4}{12 \rho R^2} [D_{11} m^4 + 2(\bar{D}_{12} + 2\bar{D}_{23}) m^2 \bar{n}^2 + \bar{D}_{22} \bar{n}^4]}$$

$$\bar{a}_{22} = B_{22}^0 \cos^2 \varphi, \quad \bar{D}_{12} = \frac{12}{B_{11}^0 h^2} D_{12}^0 \chi, \quad \bar{n} = \frac{l}{\pi R} n$$

$$K_{mn} = \frac{K_0(\chi^2 m^2 + n^2)}{1 + m^2 + n^2 \cdot K_1(\chi^2 m^2 + n^2)}$$

$K_0$ ,  $K_1$  — модифицированные функции Бесселя,  $m$  — число полуволи по образующей,  $n$  — число волн по окружности,  $\rho$  — плотность материала оболочки,  $\rho_0$  — плотность жидкости.

Уравнение (1.2), как и в [1], получено для цилиндрического отсека, шарнирно опирающегося по торцам на жесткие шпангоуты.

Из (1.1), (1.2) следует, что расчетная толщина, обеспечивающая заданное значение первой частоты собственных колебаний  $\Omega$  при фиксированном уровне внешнего всестороннего давления жидкости  $q$ , определяется из условия

$$h_1 = \max_{m,n} h_{mn}(m, n, q, \bar{\Omega}) \quad (1.4)$$

где  $h_{mn}$  — единственный действительный положительный корень уравнения (1.2).

Очевидно, что для обеспечения работоспособности конструкции необходимо также удовлетворение ограничения на прочность.

Пусть под действием внешнего всестороннего давления в оболочке реализуется (приближенно) безмоментное напряженное состояние с утонениями

$$T_{xx} = C_{11}\varepsilon_{xx} + C_{12}\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} Rq, \quad T_{yy} = C_{12}\varepsilon_{xx} + C_{22}\varepsilon_{yy} = Rq, \quad T_{xy} = C_{66}\varepsilon_{xy} = 0 \quad (1.5)$$

где  $x \in [0, 1]$ ,  $y \in [0, 2\pi R]$ .

Отсюда, для деформаций в главных геометрических направлениях, получается

$$\varepsilon_{xx} = \frac{0.5B_{11} - B_{12}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} \frac{Rq}{h}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{B_{11} - 0.5B_{12}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} \frac{Rq}{h}, \quad \varepsilon_{xy} = 0 \quad (1.6)$$

Напряжения в главных геометрических направлениях определяются формулами

$$\sigma_{xx} = B_{11}\varepsilon_{xx} + B_{12}\varepsilon_{yy} = \frac{Rq}{2h}, \quad \sigma_{yy} = B_{12}\varepsilon_{xx} + B_{22}\varepsilon_{yy} = \frac{Rq}{h} \\ \sigma_{xy} = B_{16}\varepsilon_{xx} + B_{26}\varepsilon_{yy} = l \frac{Rq}{h} \quad (1.7)$$

где

$$l = \frac{B_{16}(0.5B_{22} - B_{12}) + B_{26}(B_{11} - 0.5B_{12})}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}$$

Здесь необходимо указать, что несмотря на ортотропность пакета оболочки по толщине в целом, монослой в главных геометрических направлениях анизотропен

$$B_{ik}(\varphi) = -B_{ik}(-\varphi)$$

Коэффициенты  $B_{ik}(\varphi)$  определяются через коэффициенты упругости монослоя формулами поворота [2].

Напряжения в монослоях оболочки в направлении их укладки (в главных физических направлениях) определяются формулами:

$$\sigma_{11} = (0.5\cos^2\varphi + \sin^2\varphi + L\sin 2\varphi) \frac{Rq}{h}, \quad \sigma_{22} = (0.5\sin^2\varphi + \cos^2\varphi - L\sin 2\varphi) \frac{Rq}{h} \quad (1.8)$$

$$\sigma_{12} = (0,25\sin 2\varphi + L\cos 2\varphi) \frac{Rq}{h}$$

Формулы (1.5)–(1.8) получены при граничных условиях

$$v = 0, \quad T_{11} = \frac{Rq}{2} \quad (x=0, x=l)$$

где  $v$  — тангенциальное перемещение в кольцевом направлении.

Из условия прочности монослоя [3, 4]

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{B1}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{B2}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{B1}^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{B0}^2} = 1 \quad (1.9)$$

для расчетной толщины  $h_2$  получается

$$h_2 = RqV\sqrt{F(\varphi)} \quad (1.10)$$

где

$$F(\varphi) = \frac{1}{\sigma_{B1}^2} (0,5\cos^2\varphi + \sin^2\varphi + L\sin 2\varphi)(2L\sin 2\varphi - 0,5\cos 2\varphi) + \\ + \frac{1}{\sigma_{B2}^2} (0,5\sin^2\varphi + \cos^2\varphi - L\sin 2\varphi)^2 + \frac{1}{\sigma_{B0}^2} (0,25\sin 2\varphi + L\cos 2\varphi)^2 \quad (1.11)$$

2. Прежде, чем перейти к задаче проектирования оболочки, необходимо сделать следующее пояснение.

В реальных конструкциях отсек оболочки, вообще говоря, закреплен жестко с торцевыми шпангоутами и расчетными толщинами должны быть

$$h_1^* = \alpha h_1, \quad (x < 1); \quad h_2^* = \beta h_2, \quad (x > 1) \quad (2.1)$$

Коэффициент  $\alpha < 1$  учитывает отклонение граничных условий, при которых получена формула (1.4), от идеальных, а коэффициент  $\beta > 1$  дает поправку на учет краевого эффекта. Но, ввиду того, что определение и выбор коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  не являются проблемными для данной статьи и не влияют на алгоритм решения задачи, численная реализация проведена при  $\alpha = \beta = 1$ .

Ставится следующая задача проектирования оптимальной оболочки из композиционного материала.

При заданных  $q$  и  $\Omega$  найти угол укладки монослоев  $\varphi$  так, что

$$\max\{h_1(q, \Omega, \varphi); h_2(q, \varphi)\} \longrightarrow \min \quad (2.2)$$

где  $\varphi \in [0^\circ, 90^\circ]$ .

В качестве примера рассматривается пример проектирования замкнутой круговой цилиндрической оболочки, изготовленной из монослоев ортотропного композиционного материала с характеристиками

$$B_{11}^0 = 0.1, \quad B_{12}^0 = 0.030, \quad B_{65}^0 = 0.033, \quad \tau_{d1} = (1.8)7.$$

$$\tau_{H2} = 0.0004, \quad \tau_{\rho 0} = 0.0005, \quad \tau_{\rho 1} = 1.99$$

при следующих геометрических параметрах  $k l = 2, R = 150$  см.

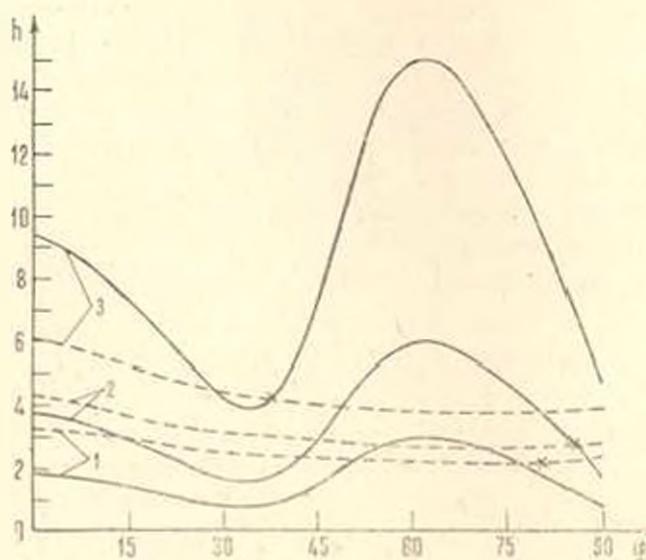
Таблица 1

$q$	100	200	300	400	500
1 МПа	$h = 2.64$	2.55	3.13	3.74	4.41
	$\varphi = 60$	58	45	40	35
2 МПа	2.80	3.10	3.56	4.27	4.73
	66	81	45	35	35
3 МПа	4.20	4.6	4.65	4.95	5.49
	37	33	39	40	35
10 МПа	7.99	7.99	7.99	7.99	7.99
	35	35	35	35	35

При этих данных в табл. 1 для заданных наименьших по  $m, n, \Omega$  и уровням нагружения  $q$  приведены значения наименьшей расчетной толщины  $h$  в см и соответствующих оптимальных углов  $\varphi$ .

Следует отметить, что при  $q = 10$  МПа и выше активным является ограничение на прочность, а ограничение на первые частоты собственных колебаний до  $\Omega = 500$  Гц приводят к более низким значениям толщины. В этом случае оптимальным является угол  $\varphi = 35^\circ$  и расчетная толщина

$$h = \min h_2(\varphi)$$



Фиг. 1

При  $\bar{\Omega} = 500$  Гц оптимальный угол  $\varphi = 35^\circ$  обеспечивает наименьшую толщину как по прочностному, так и по динамическому критериям.

На фиг. 1 приведены графики  $h_1(\varphi) = \max_{m, k} h_{m, k}(\varphi, q, \bar{\Omega})$  и  $h_2(\varphi) = Rq\sqrt{F(\varphi)}$  в зависимости от угла укладки монослоя композиционного материала  $\varphi$  при  $\bar{\Omega} = 100$  Гц для различных  $q$ . Сплошные линии соответствуют  $h_1(\varphi)$ , а пунктирные —  $h_2(\varphi)$  для значений интенсивности внешнего равномерного давления  $q_1 = 1$  МПа,  $q_2 = 2$  МПа,  $q_3 = 5$  МПа. Крестиками обозначены соответствующие оптимальные точки. Как видно из фигуры,  $h_1(\varphi)$  меняются в достаточно широком диапазоне и необходимость оптимального выбора угла  $\varphi$  и выигрыш от оптимизации очевидны.

## DESIGN OF THE CYLINDRICAL SHELL UNDER RESTRICTIONS OF STRENGTH AND VIBRATION OWN FREQUENCY

V. Ts. GNUNY, R. S. KAZARIAN

ՇԵՂՈՒԿՈՒՄ ԸՆԿՎՈՒՄ ԳԼԱՆՅԻՆ ԹՈՂԱԿԹԻ ՆՍԵԱԿՑՈՒՄԸ՝  
ԱՐՐՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՍԵՓԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒԴԵՐԻ ՇԱՃԱՆՈՒՈՒՆՈՒԹՅԱՆ  
ՍԱՆՄԱՆՓՈՒԿՈՒԴԵՐԻ ԿԵՊԳՈՒՄ

Վ. Ս. ԳՆՈՆԻ, Ի. Ս. ԿԱԶԱՐԻԱՆ

### Ա Մ Ք Ր Ո Ւ Մ Ե Մ

Շնտադրուում է ամրության և դինամիկ նայտանդերով գլանային թաղանթի օպտիմալ նաատության որոշման հարցը: Ցույց է տրված, որ թաղանթի նաատությունը կախված կամպոզիցիոն նյութից, մագաղների փախվածան անկյունից, փոփոխում է բախկանաչափ լայն սահմաններում, և օպտիմալ նաատությունը բերում է թաղանթի կշիռ զգալի փոքրացման:

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Գնուի Վ. Ս., Կազարյան Բ. Ս. Расчет оптимальных цилиндрических оболочек из композиционных материалов, погруженных в жидкость.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1988, т. 41, № 1, с. 3—8.
2. Այբարձյան Ս. Ա. Общая теория анизотропных оболочек.—М. Наука, 1974. 446 с.
3. Մալմեյսթեր Ա. Վ., Կալուշ Վ. Ս., Կետերս Բ. Ա. Сопротивление жестких полимерных материалов.—Изд. 2-ое, Рига, 1972.
4. Բախանով Յ. Լ., Գольдберг, Ս. Ի. և օր. Сопротивление стеклопластиков М.: Машигиз, 1968.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию  
8.II.1988