ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XLI, № 3, 1988 Механика

УДК 539.3

ОПТИМАЛЬНОЕ УСИЛЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЗОНЕ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА

ГНУНИ В. Ц., СТАМБОЛЦЯН В. В.

Очевидно, что вдали от торцов замкнутой цилиндрической оболочки, работающей под действием внутреннего всестороннего давления, напряженно-деформированное состояние практически не меняется по длине и толщине. Естественно проекту оболочки постоянной толщины, при ограничения на прочность, противопоставить более выгодный проект оболочки, усиленной у торцов накладками.

В работах [1, 2] на основе методов сплайн-функций разработан алгоритм нахождения равнопрочной изотропной и анизотропной оболочки переменной толщины. С учетом возможностей технологической реализации и эксплуатационных ограничений целесообразен проект оболочки кусочно-постоянной толщины наименьшего веса. Дополнительный краевой эффект от накладки сглаживается плавным сопряжением, представляющим собой кубический рациональный сплайн [3].

Пусть замкнутая цилиндрическая оболочка радиуса R, длины l, переменной толщины

$$h(x)=\begin{cases} h_1, & 0\leq x\leq l_1 \\ h_1(1-t)+\bar{h}t-\dfrac{h_1-h_2}{2(2+p)}\left[\dfrac{(1-t)^3}{1+pt}-(1-t)\right], & l_1\leq x\leq \xi \\ \bar{h}(1-t')+h_2t'+\dfrac{h_1-h_2}{2(2+p)}\left[\dfrac{t'^3}{1+p(1-t')}-t'\right], & \xi\leq x\leq l_2 \\ h_2, & l_2\leq x\leq l/2 \end{cases} \tag{1}$$

$$\xi=(l_1+l_2)/2,\quad \bar{h}=(h_1+h_2)/2,\quad t=(x-l_1)/\delta,\quad t'=(x-\xi)/\delta,\quad \delta=(l_2-l_1)/2$$

заделана по торцам $x=0$, $x=l$ и находится под действием внутреннего всестороннего давления q. Здесь $p\geqslant 0$—свободный параметр кубического рационального сплайна.

Условие прочности для изотропной оболочки берется в виде

$$\sigma_{xx}^2+\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}\sigma_{yy}\leq[\sigma] \tag{2}$$

где σ_{xx}, σ_{yy}—напряжения в продольном и кольцевом направлениях, $[\sigma]$—допускаемое напряжение.

Уравнение равновесия оболочки относительно прогиба $w(x)$ имеет вид

$$\frac{E}{12(1-\nu^2)}\frac{d^2}{dx^2}\left(h^3(x)\frac{d^2w}{dx^2}\right)-\frac{Rq}{2}\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{Eh(x)}{R^2}w=-(1-0{,}5\nu)q \qquad (3)$$

при граничных условиях

$$w=0,\quad \frac{dw}{dx}=0 \quad \text{при } x=0$$
$$\frac{dw}{dx}=0,\quad \frac{d^3w}{dx^3}=0 \quad \text{при } x=l/2 \qquad (4)$$

Напряжения определяются по формулам

$$\sigma_{xx}=\frac{Rq}{2h}-\frac{Ez}{1-\nu^2}\frac{d^2w}{dx^2},\quad \sigma_{yy}=\frac{\nu Rq}{2h}-\frac{E}{R}w-\frac{\nu Ez}{1-\nu^2}\frac{d^2w}{dx^2} \qquad (5)$$

$z\in[-h/2,\ h/2]$ — координата по толщине оболочки.

Ставится задача нахождения функции $h(x)$, минимизирующий функционал при ограничениях (1)—(4)

$$J=\int_0^{l/2} h(x)d(x) \qquad (6)$$

Сформулированную задачу можно представить в виде следующей задачи нелинейного программирования:
найти вектор

$$\overline{X}=\{h_1,\ h_2,\ l_1,\ l_2,\ p\} \qquad (7)$$

минимизирующий функцию $J=J(\overline{X})$ при ограничениях

$$0<h_2<h_1,\ 0<l_1<l_2<l/2,\quad p\geqslant 0 \qquad (8)$$

и ограничении (2), имеющем неявный характер.

Проверка допустимости произвольного вектора $\overline{X}$ состоит, последовательно, в проверке линейных неравенств (8), построении кривой $h(x)$ согласно (1), решении краевой задачи (3), (4), подстановке пары функций $h(x)$, $w(x)$ в (5) и, наконец, проверке нелинейного неравенства (2) для всех $x\in[0,\ l/2]$.

Для иллюстрации вышеизложенного рассматривается пример расчета оболочки со следующими характеристиками:

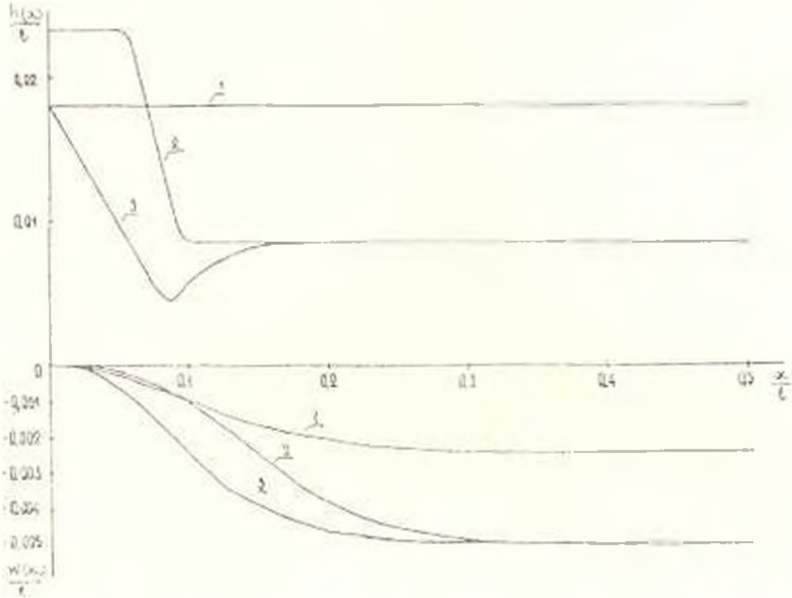
$$|\sigma|/E=0{,}005,\quad \nu=0{,}3,\quad q=10^7\ \text{Па}$$

Краевая задача (3), (4) при (1), решалась, как и в [1], методом сплайн-коллокации. Прогибы оболочки $w(x)$ аппроксимировались B-сплайнами пятой степени в 200 равноотстоящих по длине оболочки узлах коллокации. Результаты расчета искомой толщины $h(x)$ приведены на фиг. 1 (кривая 2). Для сравнения приведены также расчетные толщины $h(x)$ для равнопрочной оболочки [1] (кривая 3) и толщина h оболочки наименьшей постоянной толщины (прямая 1). На фиг. 1 приведены также соответствующие прогибы для рассмотренных трех вариантов проекта оболочки.

В случае оболочки $l=R$ для коэффициента весового совершенства $r_i=Q_i/Q_1$ получается

$$r_1=1,\quad r_2=0{,}60,\quad r_3=0{,}48$$

Полученные результаты показывают значительный выигрыш в весе для проектов 2 и 3. Причем разница в весе проектов 2 и 3 незначительна. С увеличением длины оболочки выигрыш в весе будет возрастать.



Фиг. 1.

Для приложений представляет интерес также проект оболочки, когда зона усиления краев l_1 определяется из условия затухания простого краевого эффекта. Соответствующая толщина h_1 определяется из соотношений (2)—(4), записанных для оболочки постоянной толщины. Толщина h_2 средней части оболочки определяется из условия

$$\sigma_{xx}^2+\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}\sigma_{yy}=[\sigma]^2$$

при $\sigma_{xx}=Rq/2h_2$, $\sigma_{yy}=Rq/h_2$, найденных по безмоментной теории. Однако при сопряжении накладки толщины h_1-h_2 с оболочкой толщины h_2 возникает дополнительный краевой эффект с зоной распространения l_2. Возникший краевой эффект сглаживается плавным сопряжением (до второй производной $h(x)$ включительно) накладки с оболочкой, что достигается, например, простым кубическим сплайном, получаемым из (1) подстановкой $p=0$.

Для рассмотренного выше примера оболочки получается

$$h_1=0{,}0183\ l,\quad h_2=0{,}00866\ l$$

$$l_1=0{,}257\ l,\quad l_2=0{,}177\ l$$

Найденные h_i, l_i однозначно задают сплайн

$$h(x)=\begin{cases} h_1(1-t)+\bar{h}t-\dfrac{h_1-h_2}{4}(1-t)[(1-t)^2-1], & l_1\leqslant x\leqslant\xi \\ \bar{h}(1-t)+h_2t+\dfrac{h_1-h_2}{4}t(t^2-1), & \xi\leqslant x\leqslant l_2 \end{cases}$$

Коэффициент весового совершенства этого проекта $r_4=0{,}72$, что значительно уступает проектам 2 и 3. Очевидно, что и в этом случае с увеличением длины оболочки выигрыш в весе будет увеличиваться.

CYLINDRICAL SHELL'S OPTIMAL REINFORCEMENT IN THE ZONE OF THE EDGE EFFECT

V. Ts. GNUNI, V. V. STAMBOLTSIAN

ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՄԸ ԵԶՐԱՅԻՆ ԷՖԵԿՏԻ ՏԻՐՈՒՅԹՈՒՄ

Վ. Ց. ԳՆՈՒՆԻ, Վ. Վ. ՍՏԱՄԲՈԼՑՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է ամրության պայմանին բավարարող առաձգական շրջանաձև գլանային թաղանթի օպտիմալ նախագծման խնդիրը՝ փոքրագույն քաշի պահանջմամբ: Ենթադրվում է, որ թաղանթը եզրերում ամրացված է հաստատուն հաստության վերադիրներով՝ ձուլված միջին մասի հետ: Որպես լծորդ հանդիսանում է խորանարդ ռացիոնալ սպլայնը: Ցույց է տրված, որ ըստ քաշի այդպիսի թաղանթը մոտ է հավասարամրությանը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Стамболцян В. В.* Применение сплайн-функций для расчета равнопрочных цилиндрических оболочек. Докл. АН АрмССР, 1985, т. 80, № 2.
2. *Стамболцян В. В.* Проектирование равнопрочной цилиндрической оболочки из композиционного материала. Материалы II Всесоюзной научно-технической конференции «Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов», т. 3. Ереван, 1981.
3. *Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.* Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980, 352 с.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
21.XII.1987