

УДК 539. 376

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА НЕЛИНЕЙНОЙ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ КОНТАКТА

СУМБАТЯН М. А.

Рассматривается контактная задача о вдавливании без трения жесткого прямоугольного в плане штампа в полупространство, материал которого находится в условиях установившейся ползучести со степенным законом состояния. В рамках принципа суперпозиции «обобщенных» перемещений задача сводится к решению двумерного интегрального уравнения со степенным ядром. Для его решения предлагается некоторый метод последовательных приближений, эффективный для узкого штампа. В каждом приближении двумерное уравнение распадается на независимые одномерные уравнения. В качестве примера рассмотрена задача для квадратного в плане штампа.

1. С помощью принципа суперпозиции «обобщенных» перемещений [1] рассматриваемая задача может быть сведена к уравнению [2]

$$\iint_S \frac{p(u, v) du dv}{[(x-u)^2 + (y-v)^2]^{1-\mu/2}} = \frac{W^* K}{c}, \quad (x, y) \in S \quad (1.1)$$

Здесь S — область контакта, K — множитель в уравнении состояния

$$\varepsilon = K \varepsilon_0^\mu \quad (0.5 < \mu \leq 1) \quad (1.2)$$

$c = c(\mu)$ — некоторая постоянная, $W(x, y)$ — скорость осадки штампа (связана с формой поверхности его подошвы), $p(x, y)$ — неизвестное контактное напряжение.

Представим ядро уравнения в виде интеграла Фурье

$$\frac{1}{(x^2 + y^2)^{1-\mu/2}} = \frac{1}{\pi 2^{2-\mu}} \frac{\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{\mu}{2}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i(\xi x + \eta y))}{(\xi^2 + \eta^2)^{\mu/2}} d\xi d\eta \quad (1.3)$$

В итоге в случае прямоугольной области S после введения безразмерных переменных $x' = x/a$, $y' = y/b$ (в дальнейшем штрихи опускаем) уравнение (1.1) примет вид

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 p(u, v) du dv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i[\xi(x-u) + \eta(y-v)])}{(\xi^2 + \eta^2)^{\mu/2}} d\xi d\eta = f(x, y) \quad (1.4)$$

$$|x| < 1, \quad |y| < 1$$

Здесь $\nu = b/a$ — отношение сторон штампа, функция $f(x, y)$ очевидным образом выражается через $W(x, y)$.

Решение аналогичной плоской задачи изучено подробно [1] и даст для контактного напряжения особенность на острых краях вида

$$(1 \mp y)^{-\nu/2}, \quad y \rightarrow \pm 1 \quad (1.5)$$

Такой же особенностью обладает и решение рассматриваемой здесь задачи на гладких участках границы области контакта.

Будем искать решение уравнения (1.4) в виде разложения по многочленам Гегенбауэра, ортогональным на отрезке $(-1, 1)$ с весом $(1 - y^2)^{-\nu/2}$

$$p(x, y) = \frac{1}{(1 - y^2)^{\nu/2}} \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k(x) C_k^{\frac{1-\nu}{2}}(y) \quad (1.6)$$

Такое представление заранее содержит требуемую особенность решения на сторонах $y = \pm 1$. Подставляя ряд (1.6) в уравнение (1.4), умножая скалярно на $(1 - y^2)^{-\nu/2} C_n^{(1-\nu)/2}(y)$ и пользуясь значением интеграла [3]

$$\int_{-1}^1 \frac{\exp(-i\eta v) C_k^{\frac{1-\nu}{2}}(v)}{(1 - v^2)^{\nu/2}} dv = \frac{\pi^{\frac{1-\nu}{2}} \Gamma(k + 1 - \nu)}{k! \Gamma\left(\frac{1-\nu}{2}\right)} (-1)^{\pm kn} \frac{J_{k+\frac{1-\nu}{2}}(\eta)}{\eta^{\frac{1-\nu}{2}}} \quad (1.7)$$

придем к бесконечной системе одномерных интегральных уравнений

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\int_{-1}^1 \gamma_k(u) du \right] \int_{-\infty}^{\infty} L_{nk}(\lambda \xi) \exp(-i\lambda(x-u)) d\xi = f_n(x), \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (1.8)$$

$$|x| < 1$$

$$f_n(x) = \frac{\Gamma^2\left(\frac{1-\nu}{2}\right)}{\pi^2 2^{1+\nu}} \int_{-1}^1 f(x, y) \frac{C_n^{\frac{1-\nu}{2}}(y)}{(1 - y^2)^{\nu/2}} dy$$

$$L_{nk}(\lambda \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_{k+\frac{1-\nu}{2}}(\tau) J_{n+\frac{1-\nu}{2}}(\tau) d\tau}{\tau^{1-\nu} (\tau^2 + \lambda^2 \xi^2)^{\nu/2}} \cdot (-1)^{\frac{k-n}{2}} \frac{\Gamma(k + 1 - \nu) \Gamma(n + 1 - \nu)}{k! n!}$$

Легко видеть, что в системе (1.8) присутствуют лишь те члены, для которых n и k одной четности.

2. Предположим, что параметр λ мал. Исследуем поведение символов $L_{nk}(\lambda \xi)$ в нуле.

Лемма 1. При малых λ имеют место асимптотические представления

$$\int_0^{\infty} \frac{J_{k+\frac{1-\nu}{2}}(\tau) J_{n+\frac{1-\nu}{2}}(\tau)}{\tau^{1-\nu} (\tau^2 + \lambda^2)^{\nu/2}} d\tau \sim \begin{cases} a_{nk} |\lambda|^{n-k}, & n \neq k, \quad n \text{ и } k \text{ одной четности} \\ \frac{1}{2n+1-\nu} + O(\lambda^2), & n=k=1, 2, \dots \\ \frac{1}{1-\nu} + O(|\lambda|^{1-\nu}), & n=k=0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Для получения первой оценки надо выделить первые $(n-k)/2$ членов разложения бинома $(\eta^2 + x^2)^{-n/2}$ в ряд по малым x и воспользоваться табличным интегралом [3] от произведения функций Бесселя и степенной функции. Первым ненулевым членом окажется член, содержащий $|x|$ в степени $|n-k|$, а остаточный член является малой величиной более высокого порядка малости. Для доказательства второго и третьего соотношений (2.1) используем интегральное представление произведения функций Бесселя и воспользуемся значением интеграла

$$\int_0^\infty \frac{x^{n-1} J_n(ax)}{(x^2 + k^2)^{1+n}} dx \quad (2.2)$$

выражающегося через сумму двух гипергеометрических функций [3]. Разлагая последние в ряды, получим представление исследуемых интегралов в виде суммы двух рядов по степеням $|x|$, откуда и вытекают 2-я и 3-я оценки (2.1).

Из леммы следует, что при малых λ главными членами в системе (1.8) являются диагональные (при $n=k$). Поэтому перепишем ее в виде

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 \gamma_n(u) du \int_{-1}^1 L_{nn}(\lambda\xi) \exp(-i\xi(x-u)) d\xi = f_n(x) - \\ & - \sum_{k \neq n} \int_{-1}^1 \gamma_k(u) du \int_{-1}^1 L_{nk}(\lambda\xi) \exp(-i\xi(x-u)) d\xi, \quad |x| < 1, \quad n=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

Теперь для решения системы (2.3) естественно развить метод последовательных приближений. На первом шаге решаем ряд отдельных одномерных уравнений

$$\int_{-1}^1 \gamma_n(u) du \int_{-1}^1 L_{nn}(\lambda\xi) \exp(-i\xi(x-u)) d\xi = f_n(x), \quad |x| < 1, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

со свободным членом $f_n(x) = I_n(x)$. Для получения последующих приближений подставляем полученные на предыдущем шаге решения в правую часть системы (2.3) и опять обращаем интегральные операторы, стоящие в левой части системы. На каждом шаге необходимо решать уравнения вида (2.4). Такой подход является асимптотическим по малому параметру λ и обычной сходимостью может не обладать.

3. Для построения решения уравнения (2.4) исследуем еще поведение символа при больших значениях аргумента.

Лемма 2. При $x \rightarrow \infty$ имеет место асимптотическое представление

$$\int_0^\infty \frac{J_{n+\frac{1-\mu}{2}}^2(\eta) d\eta}{\eta^{1-\mu}(\eta^2 + x^2)^{n/2}} \sim \frac{2^{n-1} \Gamma(1-\mu) \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \Gamma\left(n + \frac{3}{2} - \mu\right)} \frac{1}{|x|^\mu} \left[1 + O\left(\frac{1}{x^2}\right)\right] \quad (3.1)$$

Для доказательства разложим функцию $(\eta^2 + 1)^{-n/2}$ в ряд по $1/|\eta|$ и проинтегрируем почленно по η . Каждый из встречающихся при этом интегралов понимаем в обобщенном смысле, как аналитическое продолжение по показателю степени из той области комплексного переменного, где рассматриваемые интегралы сходятся в обычном смысле. Правомерность такого подхода следует из [4]. После этого утверждение леммы становится очевидным, если воспользоваться табличным интегралом от произведения функций Бесселя на степенную функцию.

Кроме асимптотических оценок для $L_{n,1}(x)$, полученных в леммах 1 и 2, отметим еще, что она является положительной на вещественной оси. Это обеспечивает существование, единственность и устойчивость решения уравнения (2.4) к малым возмущениям символа на вещественной оси [5].

С учетом изложенного выше аппроксимируем символ ядра [6] (погрешность аппроксимации зависит от значения параметра μ , обычно не превышает 20% и ухудшается при стремлении μ к 1):

$$L_{n,1}(x) = \frac{1}{(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{n/2}}, \quad a_n^{-1} = \frac{2}{2n+1} \frac{\Gamma^2(n+1/2)}{(\pi)^2} \quad (3.2)$$

$$b_n^{-1} = \frac{2^2 \Gamma(1/2) \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) \Gamma^2(n+1/2)}{\Gamma^2\left(1 - \frac{n}{2}\right) \Gamma\left(n + \frac{3}{2} - n\right) (\pi)^2}$$

и перепишем уравнение (2.4) в виде

$$\int_{-1/\lambda}^{1/\lambda} \gamma_n(u) du \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\lambda(x-u)) d\lambda}{(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{n/2}} = f(x), \quad |x| < \frac{1}{\lambda}, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

Главный член асимптотики решения уравнения (3.3) при малых λ может быть записан [6] в мультипликативном виде

$$\gamma_n(x) = q_1\left(\frac{1}{\lambda} + x\right) q_2\left(\frac{1}{\lambda} - x\right) v(x), \quad |x| < \frac{1}{\lambda} \quad (3.4)$$

При этом погранслойные функции q_1 и q_2 находятся из решения для полубесконечного штампа:

$$\int_0^{\infty} q_{1,2}(u) du \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\lambda(x-u)) d\lambda}{(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{n/2}} = f\left(\pm x = \frac{1}{\lambda}\right) = 2\pi g_{1,2}(x), \quad 0 < x < \infty \quad (3.5)$$

а «вырожденное» решение $v(x)$ — из задачи для бесконечного полосового штампа:

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(u) du \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\lambda(x-u)) d\lambda}{(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{n/2}} = f(x) = 2\pi g(x), \quad |x| < \infty \quad (3.6)$$

4. Здесь построим решение уравнения Винера-Хопфа (3.5) на полуоси и уравнения на оси (3.6), с произвольной правой частью $g(x)$

в специальном виде, содержащем интегралы, понимаемые в обобщенном смысле.

Введем следующие обозначения: $\varphi_{\pm}(x)$ (соответственно, $\varphi_{-}(x)$) — функция, равная $\varphi(x)$ при $x > 0$ ($x < 0$) и нулю при $x < 0$ ($x > 0$). $\Phi_{\pm}(x)$ (соответственно, $\Phi_{-}(x)$) — значение на вещественной прямой функции $\Phi(z)$, аналитической в верхней (нижней) полуплоскости комплексного переменного z . Тогда уравнение (3.5) в образах Фурье примет вид [7]

$$\frac{Q_j'(x)}{(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{\mu/2}} = G_j'(x) + Q_j^-(x), \quad (j=1, 2) \quad (4.1)$$

Здесь $Q_j'(x)$ — образ функции $q_j(x)$, $G_j'(x)$ — функции $g_j(x)$, $Q_j^-(x)$ — некоторая функция. После факторизации

$$(a_n^2 + b_n^2 x^2)^{-\mu/2} = [(a_n - b_n i x)^{-\mu/2}]_{+} [(a_n + b_n i x)^{-\mu/2}]_{-} \quad (4.2)$$

перепишем уравнение (4.1) в виде (индекс j временно опускаем)

$$\frac{Q'(x)}{(a_n - b_n i x)^{\mu/2}} = (a_n + b_n i x)^{\mu/2} G'(x) + (a_n + b_n i x)^{\mu/2} Q^-(x) \quad (4.3)$$

Далее производим разложение функции

$$(a_n + b_n i x)^{\mu/2} G'(x) = N^+(x) + N^-(x) \quad (4.4)$$

причем, как это следует из формул Сохоцкого [7],

$$N^+(x) = \frac{1}{2} (I + S) [(a_n + b_n i x)^{\mu/2} G'(x)] \quad (4.5)$$

Здесь I — единичный оператор, S — сингулярный оператор с ядром Коши. Перепишем теперь соотношение (4.3) в виде [7]

$$\frac{Q'(x)}{(a_n - b_n i x)^{\mu/2}} - N^+(x) - N^-(x) + (a_n + b_n i x)^{\mu/2} Q^-(x) = 0 \quad (4.6)$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} Q'(x) = & \frac{1}{2} (a_n - b_n i x)^{\mu/2} (a_n + b_n i x)^{\mu/2} G'(x) + \\ & + \frac{1}{2} (a_n - b_n i x)^{\mu/2} S [(a_n + b_n i x)^{\mu/2} G'(x)] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Имеют место следующие связи между образами и оригиналами:

$$\begin{aligned} (a_n - b_n i x)^{\mu/2} \varepsilon_+ &= \frac{b_n^{\mu/2}}{\Gamma\left(-\frac{\mu}{2}\right)} \left[\frac{\exp(-a_n/b_n |x|)}{|x|^{1-\mu/2}} \right] = h_+(x) \\ (a_n + b_n i x)^{\mu/2} &= \frac{b_n^{\mu/2}}{\Gamma\left(-\frac{\mu}{2}\right)} \left[\frac{\exp(-a_n/b_n |x|)}{|x|^{1-\mu/2}} \right] = h_-(x) \end{aligned} \quad (4.8)$$

поэтому переход в формуле (4.7) к оригиналам даст

$$q(x) = \frac{1}{2} \{ h_+ * (h_- * g_+) + h_+ * [\text{sign } x (h_- * g_+)] \} \quad (4.9)$$

Знаком * обозначена операция свертки. Здесь было учтено также операционное соотношение [7]

$$\text{sign } x \varphi(x) = S\varphi, \quad \text{если } \varphi = \Phi \quad (4.10)$$

Равенство (4.9) можно переписать также в виде

$$q(x) = \frac{1}{2} \left\{ \int_{-\infty}^0 h(x-y) dy \int_0^{\infty} h(t-y) g(t) dt + \int_0^x h(x-y) dy \times \right. \quad (4.11) \\ \times \int_y^{\infty} h(t-y) g(t) dt - \int_{-\infty}^0 h(x-y) dy \int_0^{\infty} h(t-y) g(t) dt + \\ \left. + \int_x^{\infty} h(x-y) dy \int_y^{\infty} h(t-y) g(t) dt \right\}$$

или окончательно

$$q_j(x) = \frac{b_n}{\Gamma_2\left(-\frac{n}{2}\right)} \int_0^x \frac{\exp\left(-\frac{a_n}{b_n}(x-y)\right)}{(x-y)^{1+\mu/2}} dy \int_y^{\infty} \frac{\exp\left(\frac{a_n}{b_n}(y-t)\right) q_j(t)}{(t-y)^{1+\mu/2}} dt \quad (4.12) \\ (j=1,2)$$

Интегралы понимаются в обобщенном смысле [8], как аналитическое продолжение по показателю степени μ в степенных членах из области $\text{Re } \mu > -1$, где сходимость обычная, до значения $\mu = -(1+\mu/2)$.

Аналогично можно получить решение уравнения (3.6). В этом случае в формуле, аналогичной (4.9), не будет $\text{sign } x$, вместо g будет g , и окончательно приходим к результату

$$v(x) = \frac{b_n}{\Gamma_2\left(-\frac{n}{2}\right)} \int_0^x \frac{\exp\left(-\frac{a_n}{b_n}(x-y)\right)}{(x-y)^{1+\mu/2}} dy \int_y^{\infty} \frac{\exp\left(\frac{a_n}{b_n}(y-t)\right) g(t)}{(t-y)^{1+\mu/2}} dt \quad (4.13)$$

Теорема. Если интеграл

$$A = \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{a_n}{b_n}t\right) q_1(t)}{t^{1+\mu/2}} dt \quad (4.14)$$

сходится в обобщенном смысле, то функция (4.12) имеет при $x \rightarrow 0$ особенность вида $x^{-\mu/2}$.

Для доказательства сделаем во внутреннем интеграле (4.12) замену переменной $t-y=t'$, а во внешнем—замену $y=xy'$. В результате получим

$$q_j(x) = \frac{b_n}{\Gamma^2\left(-\frac{n}{2}\right)x^{-n/2}} \int_0^1 \frac{\exp\left(-\frac{a_n}{b_n}(1-y)x\right)}{(1-y)^{1+n/2}} dy \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{a_n}{b_n}t\right) q_j(t+xy) dt}{t^{1+n/2}} \quad (4.15)$$

$x > 0$

Из этой формулы следует, что при $x \rightarrow 0$

$$q_j(x) \sim \frac{b_n}{\Gamma^2\left(-\frac{n}{2}\right)x^{-n/2}} \int_0^1 \frac{dy}{(1-y)^{1+n/2}} \cdot A \quad (4.16)$$

Таким образом, теорема доказана, поскольку значение в обобщенном смысле интеграла

$$\int_0^1 \frac{dy}{(1-y)^{1+n/2}} = \int_0^1 \frac{dy}{y^{1+n/2}} = \frac{2}{n} \quad (4.17)$$

Таким образом, для решения исходного уравнения (1.1) построен метод последовательных приближений, эффективный при малых значениях параметра λ . Каждое приближение имеет на сторонах штампа нужную особенность. Однако предлагаемый подход не позволяет в явном виде получить особенность решения в углах штампа. Для исследования этой проблемы необходимо было бы исходить из решения контактной задачи для клиновидного в плане штампа с углом раствора 90° .

Пользуясь изложенным здесь методом для частного значения $n=1$, можно легко получить решение задачи в линейном случае, что принималось — в теории крыла конечного размаха¹ и в контактных задачах теории упругости². Заметим однако, что в линейном случае третья оценка (2.1) нарушается, и для получения первого приближения (при $n=0$) нужно решать уравнение с совершенно другим символом [9].

5. В качестве примера рассмотрим задачу о квадратном в плане штампе с плоским основанием.

В случае плоского основания штампа $f(x, y) = \text{const}$, $f_n(x) = 0$ ($n=1, 2, \dots$), $f_0(x) = f_0$. Следовательно, при построении первого приближения (2.4) имеем $\tilde{f}_n^1(x) = 0$ ($n=1, 2, \dots$). Решение же уравнения Винера-Хопфа (3.5) при $n=0$ имеет вид

¹ Грунтфест Р. А. Асимптотическая теория колебаний деформируемого крыла — Тез. докл. Всес. научн. конф. «Смеш. задачи механики деф. тела», ч. 2. Ростов-на-Дону, 1977, с. 77.

² Сумбатян М. А. Построение асимптотики решения контактной задачи для узкого прямоугольного в плане штампа. — Тез. докл. Всес. конф. по теории упругости. Ереван, 1979, с. 322—325.

$$q(x) = g_0 \frac{b_0^{\frac{\nu}{2}}}{\Gamma^2\left(-\frac{\nu}{2}\right)} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{a_0}{b_0} t\right) dt}{t^{1+\nu/2}} \int_0^x \frac{\exp\left(-\frac{a_0}{b_0} y\right) dy}{y^{1+\nu/2}}, \quad g_0 = \frac{f_0}{2\pi} \quad (5.1)$$

Вычисляя обобщенные значения интегралов, входящих в (5.1), легко получаем следующую формулу:

$$q(x) = g_0 \frac{(a_0 b_0)^{\nu/2}}{\Gamma\left(1 - \frac{\nu}{2}\right)} \left[x^{-\nu/2} \exp\left(-\frac{a_0}{b_0} x\right) + \left(\frac{a_0}{b_0}\right)^{\nu/2} \gamma\left(1 - \frac{\nu}{2}, \frac{a_0}{b_0} x\right) \right] \quad (5.2)$$

Здесь $\gamma(x, \nu)$ — неполная гамма-функция [10].

Заметим, что это же решение (5.2) уравнения (3.5) при постоянной правой части g_0 может быть получено и непосредственно, без применения обобщенных значений интегралов.

Функция $v(x)$ (4.13) вычисляется аналогично

$$v(x) = a_0^{\frac{\nu}{2}} g_0 \quad (5.3)$$

Далее функция $\gamma_0^{\frac{\nu}{2}}(x)$ вычислялась по формуле (3.4), причем $q_1 = q_2 = q$, а значения неполной гамма-функции брались по таблицам [11]. Распределение контактного напряжения, полученное по первому приближению

$$p^1(x, y) = \frac{\gamma_0^{\frac{\nu}{2}}(x)}{(1-y^2)^{\nu/2}} \quad (5.4)$$

в случае $\nu=0.8$ отражено в таблице. Из таблицы видно, что значения напряжения симметричны относительно диагонали квадрата $x=y$ с относительной погрешностью, не превышающей 6%.

Таблица

$x \backslash y$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
0	0.824	0.836	0.875	0.964	1.19	1.52
0.2	0.838	0.850	0.890	0.980	1.21	1.55
0.4	0.884	0.897	0.939	1.03	1.28	1.63
0.6	0.986	1.00	1.05	1.15	1.32	1.82
0.8	1.24	1.26	1.32	1.45	1.79	2.29
0.9	1.69	1.62	1.70	1.87	2.31	2.95

Автор выражает признательность Н. Х. Арутюняну за внимание к работе.

CONTACT PROBLEM IN THE NONLINEAR CREEP THEORY FOR A RECTANGULAR CONTACT REGION

M. A. SUMBATIAN

ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՍՈՂՔԻ ԿՈՆՏԱԿՏԱՑԻՆ ԽՆԴԻՐ ԿՈՆՏԱԿՏԻ ՈՒՂԱՆԿՑԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹԻ ՀԱՄԱՐ

Մ. Ա. ՍՈՒՄԵՐԱՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Աշխատանքում դիտարկվում է կոշտ ուղղանկյուն զրոշմի՝ հաստատված ոչ զծային սողքի պայմաններում գտնվող կիսատարածությանը սեղմման խոն-դիրը՝ «Ընդհանրացված» տեղափոխությանների վերադրման սկզբունքի ողնու-թյամբ խնդիրը կարող է բերվել աստիճանային կորիզով երկչափ ինտեգրալ հավասարման, որի լուծման համար առաջարկվում է մի մեթոդ, որն արդյու-նավետ է նեղ զրոշմների համար: Այդ մեթոդի յուրաքանչյուր քայլում բավա-կան է լուծել առանձին միաչափ ինտեգրալ հավասարումներ:

Դիտարկված է բառակուսի զրոշմի դեպքը: Բվային արդյունքները ցույց են տալիս, որ աշխատանքում առաջադրված նդանակը կարող է կիրառվել ոչ միայն կոնտակտի նեղ տիրոյթների, այլև հավասարակոշմ զրոշմների համար:

ЛИТЕРАТУРА

1. Артюнин Н. Х. Плоская контактная задача теории полнучести — ПММ, 1959, т. 23, № 5, с. 901—924.
2. Кулинецов А. Н. Вдвигание жестких фундаментов в полупространство при степенном упрочнении и при нелинейной полнучести материала — ПММ, 1962, т. 26, № 3, с. 481—491.
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
4. Риекстыкш Э. Я. Асимптотические разложения интегралов, т. 2 — Рига: Зинатне, 1977. 463 с.
5. Бабешко В. А. Интегральные уравнения свертки первого рода на системе отрезков, возникающие в теории упругости и математической физике. — ПММ, 1971, т. 35, № 1, с. 88—99.
6. Александров В. М. Асимптотические методы в контактных задачах теории упру-гости — ПММ, 1968, т. 32, № 4, с. 672—683.
7. Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравнения типа свертки. М.: Наука, 1978. 295 с.
8. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними. М.: Физматгиз, 1958. 439 с.
9. Александров В. М., Сумбатов М. А. Асимптотическое решение интегральных урав-нений типа свертки с логарифмической особенностью трансформанты ядра и приложение к задачам механики — Изв. АН СССР МТТ, 1980, № 2, с. 80—84.
10. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. 2. М.: Наука, 1971. 296 с.
11. Пагурова В. Н. Таблицы неполной гамма-функции. М.: Изд-во Выч. центра АН СССР, 1963. 239 с.

Ростовский инженерно-строительный институт

18.11.1985