ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXXIX, № 4, 1986 Механика

УДК 624.074.7.042.8

О ДИНАМИЧЕСКИХ ДАВЛЕНИЯХ ПОТОКА СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ НА СТЕНЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

ГРАНИК В. Т.

Многие конструкции для хранения и переработки сыпучих материалов (бункеры, силосы, химические аппараты) представляют собой вертикальные призматические оболочки. При разгрузке таких оболочек возможны две основные формы движения сыпучего заполнителя— струйное течение и массовый поток [1]. В первом случае сыпучая среда движется узкой центральной струей. Ее давления на стены емкости мало отличаются от давлений покоящейся засыпки. При второй форме движения сыпучий материал опускается «всем столбом», и давления на стены оболочки существенно возрастают.

Вторая форма движения и повышенные давления сыпучих материалов впервые наблюдались в конце прошлого столетия [2]. Позже были обнаружены пульсации давлений [3]. Несмотря, однако, на длительную историю исследований, причины возникновения разных форм течения сыпучего, а также их кинематика и динамика изучены мало [4].

Особенно актуальной является задача о расчете повышенных давлений сыпучих материалов при второй форме движения. Разнообразные методы такого расчета разработаны в [5—9]. Однако эти методы не учитывают эволюцию потока сыпучего. В частности, они не отражают пульсацию давлений, которая является одной из причин разрушения силосных сооружений [10]. Кроме того, согласно [5—9] максимальные динамические давления сыпучего действуют в нижней зоне оболочки, что не подтверждается опытами [11, 12] с достаточно высокими емкостями.

Модели массового потока сыпучей среды, свободные от указанных недостатков, предложены в [13—15]. Они базируются на уравнении одномерного течения сыпучего в эйлеровом [13] и лагранжевом [14, 15] представлениях. Модель [14, 15] отличается от [13] замыкающими физическими соотношениями.

В данной статье рассматривается развитие работ [14, 15]. Дополнительно учитывается установленная в опытах [16] зависимость коэффициента внешнего трения сыпучего от скорости $v_н$ разгрузки емкости. На основе уточненной модели построено аналитическое решение задачи о давлениях потока сыпучей среды на стены оболочки. Проведен анализ численных результатов. Изучено, в частности, влияние скорости v_n на динамику потока. Полученные результаты сопоставлены с известными экспериментальными данными.

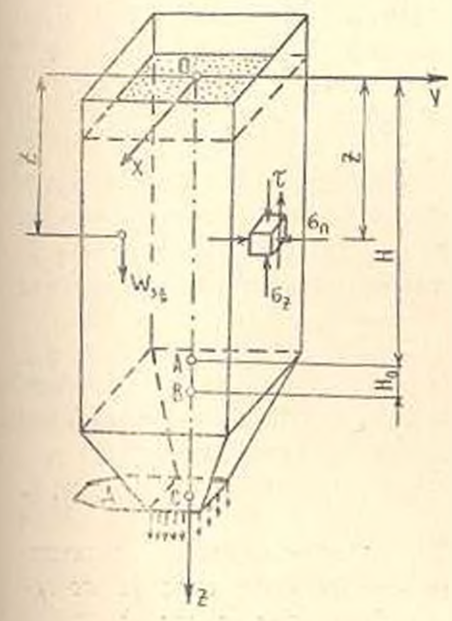
§ *1. Постановка задачи. Основные соотношения.* Рассматривается вертикальная емкость, состоящая из жесткой призматической оболочки OB и пирамидальной воронки BC с центральным выпускным отверстием C и затвором $Д$ (фиг. 1). Емкость заполнена сыпучим материалом, с которым связана лагранжева система координат x, y, z.

При открывании затвора начинается истечение сыпучего из выпускной воронки и движение его в емкости. Задача состоит в том, чтобы определить поле нормальных давлений σ_n движущейся сыпучей среды на стены призматической оболочки.

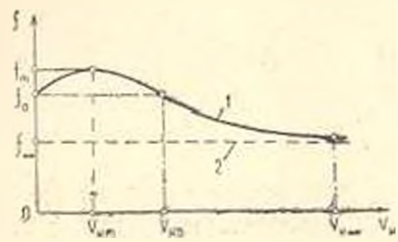
Следуя [14], будем полагать, что в оболочке возникает вторая форма течения, причем все частицы сыпучего смещаются вниз плоскими слоями («поршневой» поток). Такое движение определяется одномерным полем вертикальных перемещений $w=w(z, t)$, где t — время, $z\in[0,H]$, H — высота пульсирующей части потока OA (фиг. 1). Внизу потока, на участке AB высотой H_0 $(H_0 \ll H)$, движение происходит с постоянной скоростью v_n [14]. Таким образом, нижний слой основной зоны OA подчиняется кинематическому ограничению

$$w_{,t}=v_n=\text{const}, \quad z=H \tag{1.1}$$

Здесь и далее индекс после запятой означает частную производную по соответствующей переменной; методика определения скорости v_n выпуска сыпучего освещена в [15].



Фиг. 1



Фиг. 2

Обратимся к напряжениям. Аналогично [14, 15] будем считать, что в «поршневом» потоке напряжения, как и перемещения w, зависят от лагранжевой координаты z и времени t. При этом движение произвольного слоя сыпучего удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\sigma_{z,z} + \tau r^{-1} + \rho w_{,tt} = \rho g \tag{1.2}$$

где σ_z —вертикальное нормальное напряжение, τ —касательное напряжение на контакте сыпучего с емкостью (фиг. 1), r —гидравлический радиус оболочки, ρ —плотность засыпки (предполагается постоянной), g —ускорение силы тяжести.

Напряжение τ связано с давлением σ_n законом сухого трения Кулона

$$\tau = f\sigma_n \tag{1.3}$$

Здесь f —коэффициент трения сыпучего о стены оболочки, зависящий от скорости потока. Согласно экспериментам [16] график $f(v_n)$ имеет вид кривой 1 с горизонтальной асимптотой 2 (фиг. 2). Величина f_0 — коэффициент внешнего трения сыпучего в покое, в момент предельного равновесия. Прочие обозначения ясны из фиг. 2. Отметим, что с незначительной погрешностью можно считать $f = f_*$ при $v_n = v_{кк}$, где, к примеру, $v_{кк} \approx 5$ мм/с для потока пшеницы в железобетонной или стальной оболочке [16].

Рассмотрим нормальные напряжения σ_z и σ_n. Как показано в [14], они состоят из двух слагаемых: начальных (статических) напряжений σ_{z0}, σ_{n0} и динамических компонент σ_{z1}, σ_{n1}. Напряжения σ_{z0}, σ_{n0} возникают в сыпучем после заполнения емкости. Динамические компоненты σ_{z1}, σ_{n1} обусловлены деформациями потока, которые порождаются его неоднородным движением. Таким образом,

$$\sigma_z = \sigma_z(z, t) = \sigma_{z0}(z) + \sigma_{z1}(z, t) \quad \sigma_n = \sigma_n(z, t) = \sigma_{n0}(z) + \sigma_{n1}(z, t) \tag{1.4}$$

Задача об определении начальных напряжений σ_{z0}, σ_{n0} является неголономной [17], и ее решение связано со значительными трудностями. Однако их можно обойти: работами [13, 17] установлено, что вертикальные напряжения σ_{z0} удовлетворительно аппроксимируются формулой Янсена

$$\sigma_{z0} = \rho g r(\xi f_0)^{-1}[1 - \exp(-\xi f_0 r^{-1} z)] \tag{1.5}$$

где ξ —коэффициент бокового давления засыпки. Горизонтальные нормальные напряжения σ_{n0} определяются соотношением [14]

$$\sigma_{n0} = k\xi\sigma_{z0} \tag{1.6}$$

Величина $k \sim 1$ представляет собой некоторую функцию координаты z, зависящую также от вида сыпучего материала, способа его засыпки в емкость и ряда других факторов. В частном случае $k = \text{const}$.

Чтобы замкнуть зависимости (1.2)—(1.6), необходимо задать определяющие соотношения для динамических напряжений σ_{z1}, σ_{n1}.

Как известно, решение этой задачи в случае неупругого деформирования представляет фундаментальную проблему механики гранулированных сред [22]. Однако, для «поршневого» потока сыпучего эта проблема упрощается. Связано это с тем, что в таком потоке, согласно многочисленным экспериментам [3, 7, 9, 11, 12, 20, 21 и др.], нормальные напряжения σ_{z1}, σ_{n1} достаточно малы, а касательные (сдвиговые) напряжения практически отсутствуют. Поэтому напряженно-деформированное состояние сыпучего заполнителя в «поршневом» потоке далеко от предельного и может считаться упругим [23]. Следовательно, в рамках поставленной задачи можно полагать, что динамические компоненты σ_{z1}, σ_{n1} подчиняются линейно-упругим физическим зависимостям [14]

$$\sigma_{z1} = -Ew_{,z}, \quad \sigma_{n1} = -\xi E w_{,z} \tag{1.7}$$

Здесь E—модуль деформации сыпучей среды.

Из соотношений (1.2)—(1.7) вытекает разрешающее уравнение задачи

$$w_{,zz} + bw_{,t} - \mu^2 w_{,tt} = -c\mu^2 g[1-\exp(-az)] \tag{1.8}$$

где

$$a = \xi f_0 r^{-1}, \quad b = a(1-\eta), \quad \eta = 1 - f f_0^{-1}, \quad \mu^2 = \rho E^{-1}, \; c = 1 - k(1-\eta) \tag{1.9}$$

Заметим, что кинематический коэффициент трения f является, вообще говоря, функцией локальной скорости $w_{,t}$ потока сыпучего. Поэтому согласно (1.9) величины η, b, c зависят от $w_{,t}$. Следовательно, уравнение (1.8) является в общем случае нелинейным.

Вместе с тем, как установлено опытами [18], локальная скорость $w_{,t}$ мало отличается от средней скорости v_n «поршневого» потока. Это позволяет считать коэффициент трения f функцией v_n (см. фиг. 2). Тогда величины η, b, c становятся постоянными, а соотношение (1.8) представляет собой линейное дифференциальное уравнение гиперболического типа с постоянными коэффициентами. Именно такой случай рассматривается в данной статье.

Если далее упростить задачу и положить равными статический f_0 и кинематический f коэффициенты трения, то согласно (1.9) получим $\eta = 0$, $b = a$, $c = 1 - k$. При этом (1.8) примет вид разрешающего уравнения работ [14, 15] (с корректировкой правой части за счет множителя $1-\exp(-az)$). Таким образом, соотношение (1.8) является обобщением модели [14, 15]. Это обобщение учитывает разницу между коэффициентами внешнего трения сыпучего в покое и в движении.

Решение уравнения (1.8) необходимо подчинить следующим краевым и начальным условиям:

$$w_{,z} = 0, \quad z = 0; \quad w = \Phi(t) = v_n t[1-\exp(-\nu t)], \quad z = H \tag{1.10}$$

$$w = w_{,t} = 0, \quad t = 0 \tag{1.11}$$

Первое краевое условие (1.10) вытекает из (1.7) и означает, что верх $z=0$ засыпки свободен от напряжений. Второе краевое условие (1.10) относится к нижнему слою $z = H$ сыпучего и при $\nu \to \infty$ переходит в (1.1). Параметр ν отражает работу затвора [15]: чем резче открывается затвор, тем больше ν и тем быстрее скорость w_1 нижнего слоя $z=H$ засыпки стремится к асимптотическому значению $v_н = \mathrm{const}$, обусловленному соотношением (1.1).

Нулевые начальные условия (1.11) соответствуют опорожнению емкости от покоящейся в начальный момент $t=0$ сыпучей среды. Заметим, что в случае перекачки сыпучего его скорость $w_1 \neq 0$ при $t=0$.

§ 2. *Решение задачи.* Введем замену переменной

$$w(z, t)=u(z, t)\exp(-0{,}5bz)+\Phi(t) \tag{2.1}$$

Тогда разрешающее уравнение (1.8), а также краевые и начальные условия (1.10) и (1.11) преобразуются соответственно к виду

$$Lu=\mu^2 u_{,tt}+F(z, t) \tag{2.2}$$

$$u_{,z}-0{,}5bu=0,\ z=0;\ u=0,\quad z=H \tag{2.3}$$

$$u=u_{,t}=0,\quad t=0 \tag{2.4}$$

Здесь L — линейный дифференциальный оператор ($L=\partial^2/\partial z^2-b^2/4$), $F(z, t)$ — функция, определяемая выражением

$$F(z, t)=\mu^2\{v_н\nu(2-\nu t)\exp(-\nu t)-cg[1-\exp(-az)]\}\exp(0{,}5bz).$$

Поскольку величины

$$Z_n=\cos\gamma_n z+0{,}5b\gamma_n^{-1}\sin\gamma_n z,\quad n=1,\ 2,\ \ldots \tag{2.5}$$

являются собственными функциями оператора L [15], то искомое решение $u(z, t)$ можно разложить по Z_n в регулярно сходящийся ряд Фурье [19]

$$u(z, t)=\sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z)T_n(t) \tag{2.6}$$

Корни γ_n, входящие в (2.5), являются собственными значениями оператора L и определяются трансцендентным уравнением [15]

$$\operatorname{tg}\theta_n=-\zeta_0^{-1}\theta_n,\quad \theta_n=H\gamma_n,\quad \zeta_0=0.5\,bH,\quad n=1,\ 2,\ \ldots \tag{2.7}$$

С учетом (2.5) и (2.7) представление (2.6) автоматически удовлетворяет граничным условиям (2.3). Подстановка (2.6) в (2.2) приводит к соотношению

$$\sum_{m=1}^{\infty}(\lambda_m^2 T_m+\mu^2 T_{m,tt})Z_m+F(z, t)=0 \tag{2.8}$$

где $\lambda_m=\varphi_m/H$, $\varphi_m=(\theta_m^2+\zeta_0^2)^{0.5}$.

Легко показать, что система собственных функций $\{Z_n\}$ ортогональна на отрезке $[0, H]$. Поэтому, умножая (2.8) на $Z_n\,(n=1,\ 2,\ \ldots)$ и интегрируя по переменной z от 0 до H, получаем для функции $T_n(t)$ дифференциальное уравнение

$$T_{n,tt}+\omega_n^2 T_n=q_n(t),\quad n=1,\ 2,\ \ldots \tag{2.9}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$q_n(t) = g[A_n - B_n(2 - \nu t)\exp(-\nu t)]$$

$$A_n = 2c(\theta_n^{-1}\sin\theta_n \exp\zeta_0 - (\theta_n^2 + \zeta^2)^{-1}\{2\zeta\cos\theta_n[1 - \exp(-\zeta_1)] +$$

$$+ (\theta_n^2 - \zeta_0\zeta_1)\theta_n^{-1}\sin\theta_n \exp(-\zeta_1)\})C_n^{-1}$$

$$B_n = 2v_{н}\nu \sin\theta_n \exp\zeta_0 (C_n\theta_n)^{-1}$$

$$C_n = 1 + \zeta_0^2\theta_n^{-2} + 0{,}5(1 - \zeta_0^2\theta_n^{-2})\theta_n^{-1}\sin 2\theta_n + \zeta_0(1 - \cos 2\theta_n)\theta_n^{-2}$$

$$\zeta = \zeta_0(1-\eta)^{-1} = 0{,}5\xi f_0 H r^{-1},\quad \zeta_1 = \zeta(1+\eta),\quad \omega_n = \lambda_n\mu^{-1},\quad \nu' = \nu\mu H,\quad v'_{н} = v_{н}(g\mu H)^{-1}$$

Очевидно, что при фиксированных коэффициентах ξ и f_0 введенный выше параметр ζ нарастает с увеличением относительной высоты H/r оболочки. Поэтому оболочки с большим параметром $\zeta \geqslant 3$ можно считать высокими, а с малым параметром $\zeta \leqslant 1$ — низкими; при $1 < \zeta < 3$ имеем оболочку средней высоты. Такая классификация оказывается естественной и удобной при анализе динамических давлений сыпучего (см. далее § 3).

Возвращаясь к $T_n(t)$, видим, что в силу (2.4) и (2.6) эти функции подчиняются нулевым начальным условиям

$$T_n = T_{n,t} = 0,\quad t = 0,\quad n = 1, 2, \ldots \tag{2.10}$$

С учетом обозначений

$$t' = t(\mu H)^{-1},\ z' = zH^{-1},\ \varphi_n^2 = \omega_n^2 - (\nu')^2,\ \beta_n^2 = \varphi_n^2 + (\nu')^2,\ T'_n(t') = T_n(t)[g(\mu H)^2]^{-1}$$

решение задачи Коши (2.9), (2.10) представляется в безразмерном виде

$$T'_n(t') = a_{1n}\cos\varphi_n t' + a_{2n}\sin\varphi_n t' + a_{3n} + (a_{4n} + a_{5n}\nu' t')\exp(-\nu' t') \tag{2.11}$$

где

$$a_{1n} = -A_n\varphi_n^{-2} + 2B_n\nu'^2\beta_n^{-4},\quad a_{2n} = -4B_n\varphi_n\nu'\beta_n^{-4}$$

$$a_{3n} = A_n\varphi_n^{-2},\quad a_{4n} = -2B_n\nu'^2\beta_n^{-4},\quad a_{5n} = 2B_n\beta_n^{-2}$$

Соотношения (2.5), (2.6) и (2.11) полностью определяют вспомогательную функцию $u(z, t)$. Подстановка этой функции в (2.1), а затем перемещения $w(z, t)$ в (1.7) приводит после некоторых преобразований к следующей формуле для динамической компоненты горизонтального давления сыпучего:

$$\sigma_{n1} = \rho g H \sigma'_{n1} \tag{2.12}$$

Здесь σ'_{n1} — безразмерное динамическое напряжение, определяемое бесконечным рядом

$$\sigma'_{n1} = \xi\exp(-\zeta_0 z')\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_n^2\theta_n^{-1}T'_n(t')\sin\theta_n z' \tag{2.13}$$

Горизонтальное статическое давление согласно формулам (1.6) и (1.5) имеет вид

$$\sigma_{n0} = \rho g H \sigma'_{n0} \tag{2.14}$$

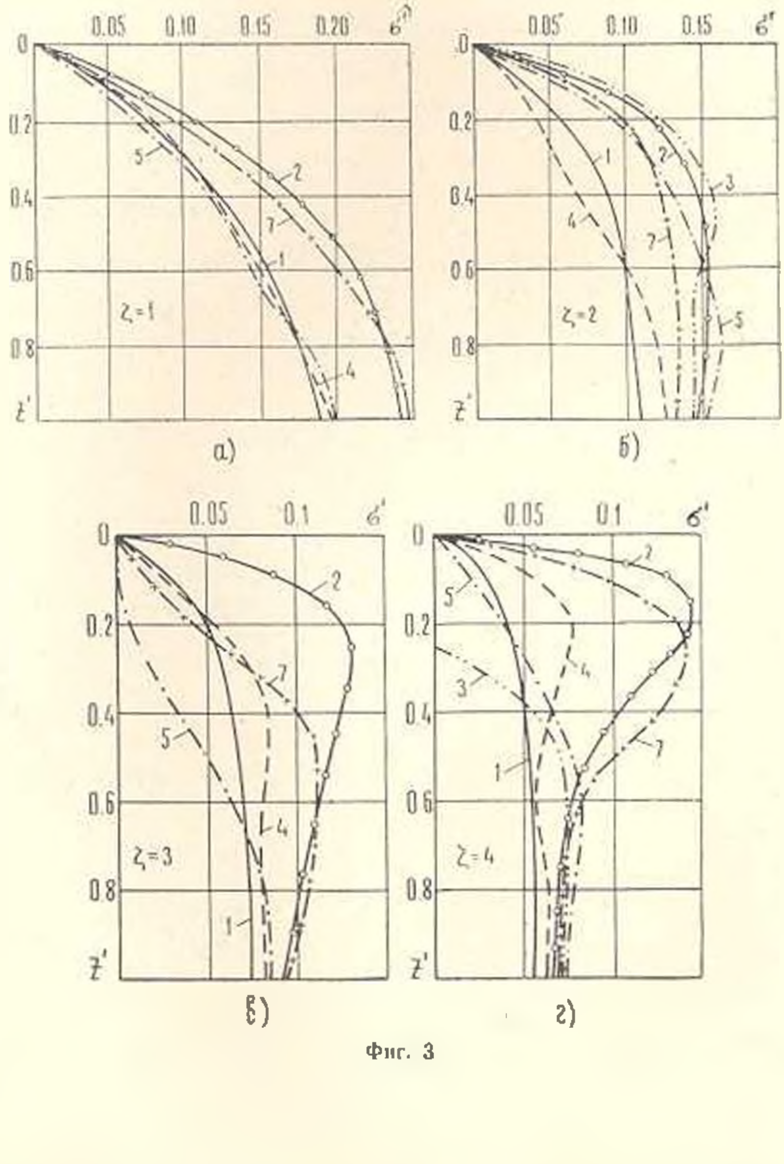
где

$$\sigma'_{z0}=0{,}5k\zeta^{-1}[1-\exp(-2\zeta z')] \tag{2.15}$$

Соотношения (2.12)—(2.15) в совокупности с (1.4) дают полное решение поставленной задачи о давлениях массового потока сыпучей среды на стены призматической оболочки.

§ 3. *Анализ численных результатов.* На основании зависимостей (2.13) и (2.15) вычислены безразмерные давления сыпучего. Расчет выполнен на ЭВМ по специально составленной программе. Рассмотрены относительные глубины $z' \in [0{,}1;\ 1]$ с шагом $\Delta z'=0{,}1$, а также интервал времени $t' \in [1,\ 200]$ с шагом $\Delta t'=0{,}5$. По результатам расчета построены эпюры безразмерных давлений (фиг. 3—5).

На фиг. 3 и 4 эпюры 1 представляют статические давления σ'_{n0}, а эпюры 2—7 — динамические давления $\sigma'_n=\sigma'_{n0}+\sigma'_{nt}$ в моменты времени соответственно $t'=1;\ 3{,}5;\ 9;\ 15;\ 40;\ 100$. Параметры η и ζ варьировались: $\eta=0{,}2$ (фиг. 3), $\eta=-0{,}1$ (фиг. 4); $\zeta=1,\ 2,\ 3,\ 4$ на фраг-

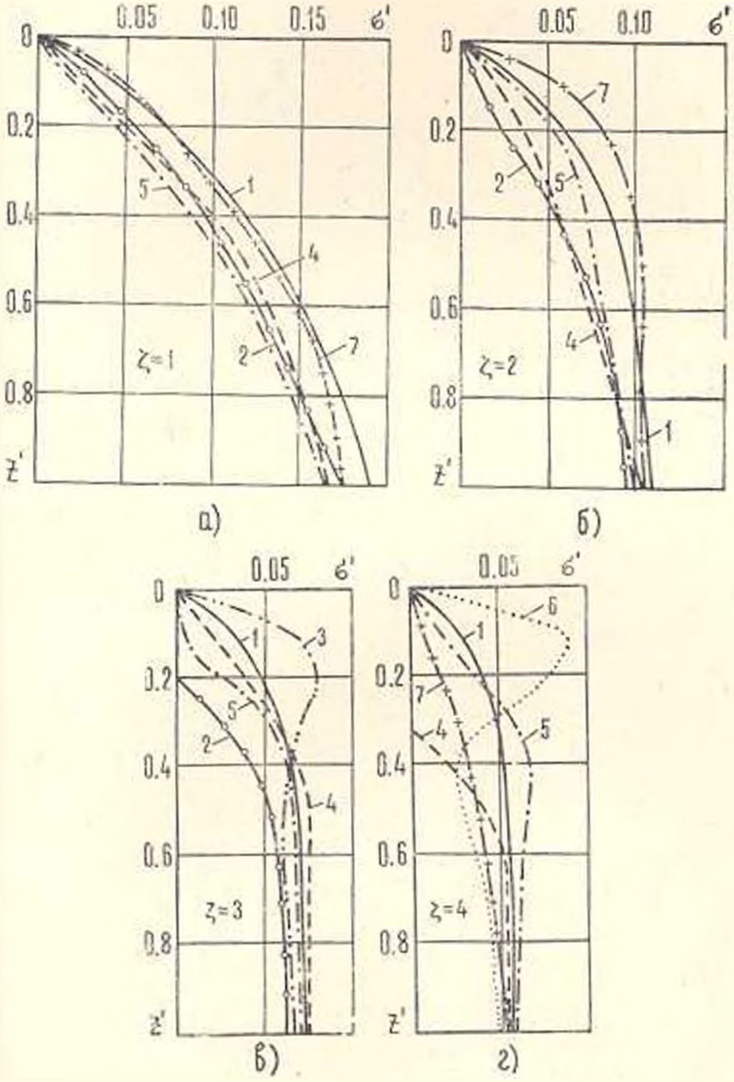


Фиг. 3

ментах а)—г) указанных фигур. Прочие определяющие параметры фиксировались: $\xi=0{,}44$ (пшеница, ячмень); $k=1$; $\nu'=1$; $v'_{ll}=0{,}0005$.

Из фиг 3 и 4 видно, что очертания эпюр меняются со временем—происходят пульсации динамических давлений σ'_n по всей высоте оболочки. Размахи пульсаций $\Delta\sigma'_n=\max\sigma'_n-\min\sigma'_n$ зависят от определяющих параметров η и ζ, а также от глубины z' слоя сыпучего.

На фиг. 3 размахи $\Delta\sigma'_n$ в целом больше, чем на фиг. 4. Следовательно, при $\eta=0{,}2>0$ пульсации протекают интенсивнее, чем при $\eta=-0{,}1<0$.



Фиг. 4

В случае низкой оболочки ($\zeta=1$, фиг. 3 и 4, а) пульсации примерно одинаковы во всей нижней половине потока и убывают в его верхней части. По мере увеличения параметра ζ размахи $\Delta\sigma'_n$ нарастают, а зона наибольших пульсаций смещается вверх. Это смещение тем больше, чем выше оболочка. Так, в оболочках средней высоты ($\lambda = 2$, фиг. 3 и 4, б) наибольшие пульсации развиваются несколько выше их середины, а в высоких оболочках ($\lambda \geqslant 3$, фиг. 3 и 4, в, г) — в пределах верхней трети потока. Наоборот, внизу высоких оболочек пульсации затухают.

Следует подчеркнуть, что отмеченные явления обнаружены ранее в экспериментах. Так, смещение зоны наибольших пульсаций наблюдается при сравнении опытов [20] и [21] с оболочками соответственно малой и средней высоты.

Обратимся к анализу динамического коэффициента $\varkappa = \max \sigma_n / \sigma_{n0}$.

На фиг. 3 максимальные динамические давления $\max \sigma_n$ заметно превышают статические давления σ_{n0} по всем потоке сыпучего и при всех параметрах λ. Таким образом, при $\eta = 0.2$ динамический коэффициент $\varkappa$ существенно больше единицы. В то же время на фиг. 4 давления $\max \sigma_n$ подчиняются иной закономерности. В отличие от фиг. 3 здесь $\max \sigma_n \sim \sigma_{n0}$ (кроме верхней зоны высоких оболочек на фиг. 4, в, г). Следовательно, при $\eta = -0.1$ в большей части потока сыпучей среды динамический коэффициент $\varkappa$ близок к единице.

Вообще, численный анализ показывает, что в случае $k = 1$ динамический коэффициент $\varkappa$ существенно зависит от параметра η: а) $\varkappa \sim 1$ при $\eta < 0$; б) $\varkappa = 1$ при $\eta = 0$ [15]; в) $\varkappa > 1$ при $\eta > 0$ и нарастает по мере увеличения η.

Поскольку параметр η зависит от коэффициента трения f, а тот, в свою очередь, от скорости v_H выпуска сыпучего, то указанные результаты можно увязать с v_H.

С этой целью вернемся к третьей формуле (1.9), из которой следует, что параметр $\eta \gtreqless 0$ соответственно при $f \gtreqless f_0$. С другой стороны, как видно из фиг. 2, $f \gtreqless f_0$, если скорость $v_H \gtreqless v_{H0}$. Значит, $\eta \gtreqless 0$, если соответственно $v_H \gtreqless v_{H0}$.

Для дальнейшего важно учесть, что параметр η не может неограниченно возрастать. В самом деле, из очевидного неравенства $f > f_\infty$ (фиг. 2) и третьей формулы (1.9) вытекает, что $\eta < \eta_\infty$, где $\eta_\infty = 1 - f_\infty / f_0$. Параметр η_∞ соответствует асимптотическому коэффициенту трения f_∞ и практически достигается при скорости выпуска $v_H = v_{H\infty}$. Следовательно, при $v_H > v_{H\infty}$ параметр η остается неизменным и равным η_∞.

Таким образом, приведенный анализ показывает, что при $k = 1$ динамический коэффициент $\varkappa$ следующим образом зависит от скорости v_H выпуска сыпучего из оболочки:

а) $\varkappa \sim 1$ при малых скоростях $v_H < v_{H0}$;

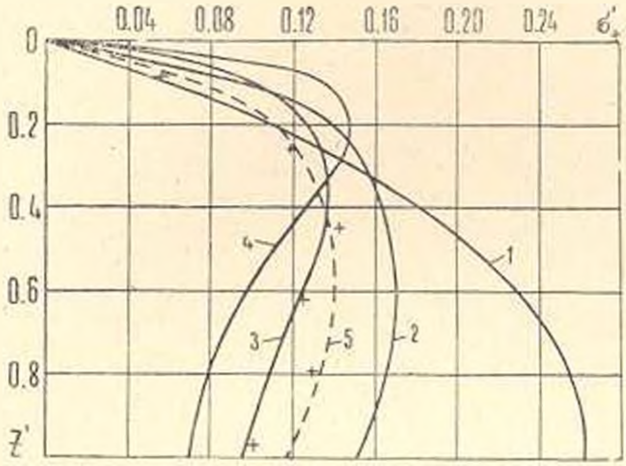
б) $\varkappa = 1$ при скорости $v_H = v_{H0}$;

в) $\varkappa > 1$ при больших скоростях $v_H > v_{H0}$ и увеличивается по мере роста v_H, пока $v_H < v_{H\infty}$;

г) если скорость выпуска v_H достигла квазиасимптотической границы $v_{H\infty}$, то при дальнейшем увеличении v_H динамический коэффициент $\varkappa$ не возрастает.

К аналогичным выводам пришел автор экспериментов [16]. Теоретически эти факты установлены, по-видимому, впервые.

Заметим, что при варьировании параметров ν' на два, а $v_н$ на один порядок эпюры на фиг. 3 и 4 практически не меняются. Следовательно, скорость открывания затвора (параметр ν') мало влияет на динамику «поршневого» потока. Что же касается скорости $v_н$ выпуска сыпучего, то, как видим, ее непосредственное влияние оказывается также слабым [15]. Оно существенно проявлется лишь косвенным путем—за счет изменения кинематического коэффициента трения f и связанного с ним параметра τ.



Фиг. 5

Рассмотрим в заключение фиг. 5, где представлены огибающие эпюры пиковых динамических давлений σ'_* сыпучего в интервале $t' \in [1, 200]$ ($\sigma'_* = \max\limits_{t' \in [1, 200]} \sigma'_*$). Эпюры 1—4 показывают давления σ'_* соответственно при $\zeta = 1, 2, 3, 4$; прочие определяющие параметры приняты согласно фиг. 3. Эпюра 5 представляет давления σ'_* при измененных параметрах $\zeta = 2{,}2$ и $\xi = 0{,}391$, которые характерны для массового потока песка в оболочке средней высоты, исследованной в опытах [11]. Полученные в этих опытах пиковые давления отмечены на фиг. 5 крестиками. Видна согласованность с ними теоретической эпюры 5 по всей высоте оболочки, кроме нижнего сечения вблизи выпускного отверстия, где нарушаются исходные предположения о «поршневом» истечении сыпучего.

Из фиг. 5 видно также, что конфигурация эпюр пиковых давлений зависит от параметра ζ. В низких оболочках пиковые давления монотонно нарастают с глубиной z' и достигают наибольших значений в нижней части потока сыпучей среды (эпюра 1). По мере увеличения параметра ζ монотонность нарушается—область наибольших пиковых давлений (ОНПД) смещается вверх. Так, в оболочках средней высоты ОНПД находится в средней зоне потока (эпюры 2 и 5). В высоких оболочках ОНПД располагается в верхней половине емкости (эпюры 3 и 4). При этом внизу оболочки пиковые давления заметно снижаются.

Эти теоретические результаты соответствуют не только отмеченным выше опытам [11]с песком. Они согласуются также и с другими экспериментами, в частности, с пшеницей в оболочках малой [20] и средней [21] высоты, с ячменем в высоких оболочках [12].

ՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ՊՐԻԶՄԱՏԻԿ ԹԱՂԱՆԹԻ ՊԱՏԵՐԻ ՎՐԱ ՍՈՐՈՒՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՀՈՍՔԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ՃՆՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Տ. ԳՐԱՆԻԿ

Ամփոփում

Զարգացվում է հեղինակի կողմից ավելի շուտ առաջարկված ուղղահայաց պրիզմատիկ թաղանթում սորուն միջավայրերի զանգվածային հոսքի տեսությունը։ Լրացուցիչ հաշվի է առնվում սորուն լցանի արտաքին շփման գործակցի կախվածությունը հոսքի միջին արագությունից։ Ճշգրտված տեսության հիրի մասին խնդրի լուծումը։

Բերված է թվային արդյունքների վերլուծությունը։ Ստացված արդյունքները համաձայնեցվում է հայտնի փորձերի հետ։
ման վրա ստացված է տարողության պատերի վրա հոսքի դինամիկ ճնշումնե-

ON DYNAMIC WALL PRESSURES OF FLOW OF BULK SOLIDS ON VERTICAL PRISMATIC SHELL

V. T. GRANIK

Summary

The theory of mass flow of bulk material in a vertical prismatic shell, earlier proposed by the author is developed. In addition to this theory dependence of wall friction factor of bulk material on average flow velocity v_* is taken into consideration. More exact analytical solution of the problem on dynamic flow wall pressures is received. The numerical results are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бернштейн М. С.* Расчет конструкций с односторонними связями. М.: Стройиздат, 1947. 92 с.
2. *Prante M.* Messungen des Getreidedruckes gegen Silowandungen.— Z. Ver. deutscher Ing., 1896, B. 40, № 39, S. 1122—1125.
3. *Платонов П. Н., Ковтун А. А.* Давление зерна на стенки силосов элеваторов.— Мук. элеватор. промышленность, 1959, № 12, с. 22—24.
4. *Стажевский С. Б.* О первой форме течения сыпучих материалов в бункерах.— Физ.-техн. проблемы разработки полезн. ископаемых, 1983, № 3, с. 14—21.
5. *Соловых С. Ф.* Давление на стенки силоса при истечении заполнителя.—Изв. вузов. Строит. и архитектура, 1958, № 1, с. 98—107.

6. *Сорокин П.* Расчет динамического давления зерна при опорожнении силосов.— Мук.-элеватор. промышленность, 1966, № 6, с. 22—26.
7. *Jenike A. W., Johanson J. R.* Bins loads.—J. Struct. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 1968, v. 94, No ST4, p. 1011—1041.
8. *Анатольев А. В., Чоботов В. П.* Динамические давления при истечении сыпучего материала из глубоких сосудов.—Прикл. механика, 1973, т. 9, в. 12, с. 71—76.
9. *Осипов М. М., Яковлев А. С., Давыдов В. П.* О давлении сыпучих в процессе движения на стенки железобетонных силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1975, № 5, с. 13—16.
10. *Таймер О. Ф.* Аварии железобетонных силосов зерновых элеваторов.—Тр. амер. о. инж. мех., сер. Б. Констр. и технол. машиностр., 1969, т. *91*, № 2, с. 181—198.
11. *Шмид Н.* Давление сыпучего материала на стенку стальной трубы.—Физ.-техн. пробл. разраб. полезн. ископаемых, 1977, № 3, с. 117—122.
12. *Pieper K., Mittelmann G., Wenzel F.* Messungen des horizontalen Getreidedruckes in einer 45 m hohen Silozelle.—Beton- und Stahlbetonbau, 1964, H. 11, S. 241—246.
13. *Гениев Г. А.* Вопросы динамики сыпучей среды. М.: Госстройиздат, 1958. 122 с.
14. *Граник В. Т.* К теории динамического давления сыпучих материалов на стенки силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1981, № 5, с. 37—40.
15. *Граник В. Т.* О динамических давлениях потока сыпучей среды на стенки силоса.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1983, № 4, с. 34—39.
16. *Гарбуз В. Н.* Влияние скорости выпуска сыпучего материала на напряженное состояние стенок круглых силосов.—Строит. мех. и расчет сооруж., 1979, № 2, с. 12—16.
17. *Бушманова О. П., Ревуженко А. Ф.* Исследование задачи Янсена.—Физ.-техн. пробл. разраб. полезн. ископаемых, 1981, № 3, с. 3—15.
18. *McCabe R. P.* Flow patterns in granular materials in circular silos.—Geotechnique, 1974, v. 24, No. 1, p. 45—62.
19. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1967. 436 с.
20. *Платонов П., Иванов Б., Замоченюк А.* Экспериментальные исследования деформаций силоса.—Мук.-элеватор. промышленность, 1971, № 5, с. 36—38.
21. *Kaminski M.* Untersuchungen des Getreidedrucks in Silozellen.—Bautechnik, 1981, № 1, S. 19—22.
22. *Николаевский В. Н.* Механика твердых деформируемых тел. Т. 6. Механические свойства грунтов и теория пластичности.—В кн.: Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР. М.: Наука, 1972. 86 с.
23. *Граник В. Т.* О векторной теории термоупругости зернистой среды.—В кн.: V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата: Изд-во «Наука» Казахской ССР, 1981. 368 с.

Одесское высшее артиллерийское
командное ордена Ленина училище
им. М. В. Фрунзе

Поступила в редакцию
13.X. 1983.