

УДК 539.374

ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ
 ПРЕССОВАНИЯ С НЕПРЕРЫВНЫМ ПОЛЕМ СКОРОСТЕЙ

ГЕОГДЖАЕВ В. О., ОСОКИН А. Е.

В рамках жесткопластического анализа в работах [1—5] для задачи волочения, прокатки полосы, поддвига литосферных плит и задачи резания металла предложены решения, в которых на границе (или на части границы) между жесткими и пластическими зонами нет скачка касательной составляющей скорости и, следовательно, вектор скорости остается непрерывным при пересечении этой границы. Подход, развиваемый в этих работах, позволяет получить для ряда задач теории пластичности решения, физически более приемлемые.

В публикуемой работе предлагается решение задачи прессования, в котором поле скоростей всюду в очаге деформации непрерывно.

Плоское пластическое деформированное состояние изотропных сред без упрочнения описывается гиперболической системой уравнений [6], которую можно записать в виде

$$2 \frac{\partial S}{\partial \xi} = T, \quad 2 \frac{\partial T}{\partial \eta} = S, \quad 2 \frac{\partial U}{\partial \xi} = V, \quad 2 \frac{\partial V}{\partial \eta} = U \quad (1)$$

$$S = y \sin \psi + x \cos \psi, \quad T = y \cos \psi - x \sin \psi$$

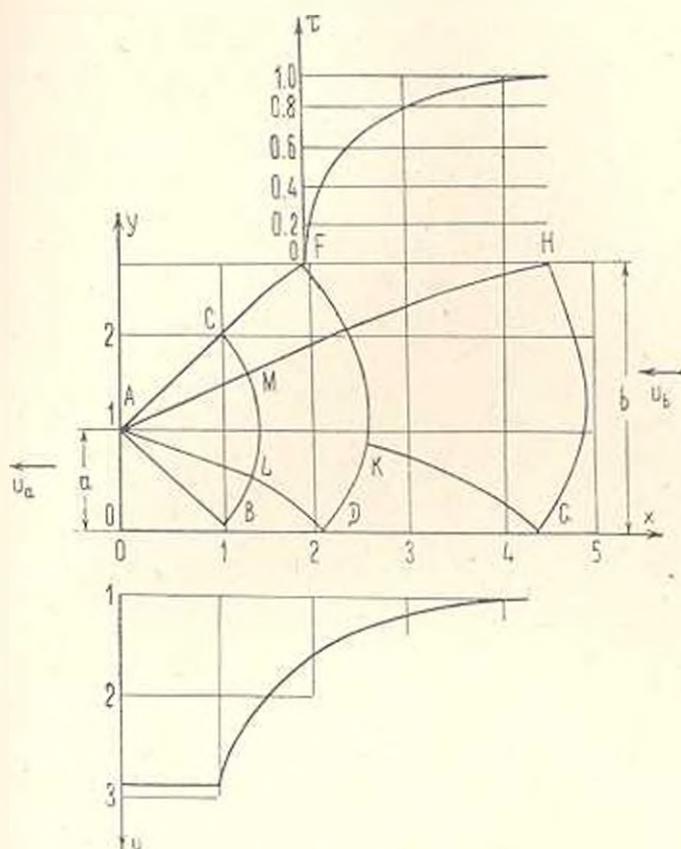
$$U = u \sin \psi - v \cos \psi, \quad V = u \cos \psi + v \sin \psi$$

$$\psi = \varphi + \frac{\pi}{4}, \quad 2\varphi = \xi - \eta, \quad 2\chi = \xi + \eta$$

Здесь x и y — координаты физической плоскости, u и v — проекции скорости в этой плоскости на оси координат. Напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} выражаются через функции φ , χ и постоянную условия пластичности Мизеса k

$$\left. \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{matrix} \right\} = k(2\chi \pm \cos 2\varphi), \quad \tau_{xy} = k \sin 2\varphi \quad (2)$$

Рассмотрим задачу прессования полосы. Полоса шириной $2b$ со скоростью v_0 входит в неподвижную матрицу, после обжатия полоса становится шириной $2a$ и выходит из матрицы со скоростью v_1 . Схема процесса прессования с характерными пластическими областями приведена на фиг. 1. В силу симметрии схемы на фиг. 1 показана только верхняя половина полосы.



Фиг. 1

Настоящая задача впервые была рассмотрена Хиллом [7]. В этом решении очаг пластических деформаций был ограничен характеристикой FD (фиг. 1), вследствие чего вдоль жесткопластических границ ACF и FD , а также в очаге деформации вдоль характеристики ALD образовались скачки скоростей. Если в точке D в жесткой зоне скорость равняется 1, в точке D области $LDFC$ скорость равна $\sqrt{5}/2$ (составляющие соответственно по DL $1/\sqrt{2}$ по LK $2/\sqrt{2}$), то в точке D области BLD скорость равняется 2.

Материал полосы несжимаем, поэтому полагаем, что

$$u_a a = u_b b \quad (3)$$

На границе FH действует вязкое трение

$$\tau_{xy} = -\lambda u \quad (4)$$

где $\lambda = \text{const}$.

В безразмерном виде соотношение (4) запишется так:

$$\bar{\tau}_{xy} = -\mu \bar{u}$$

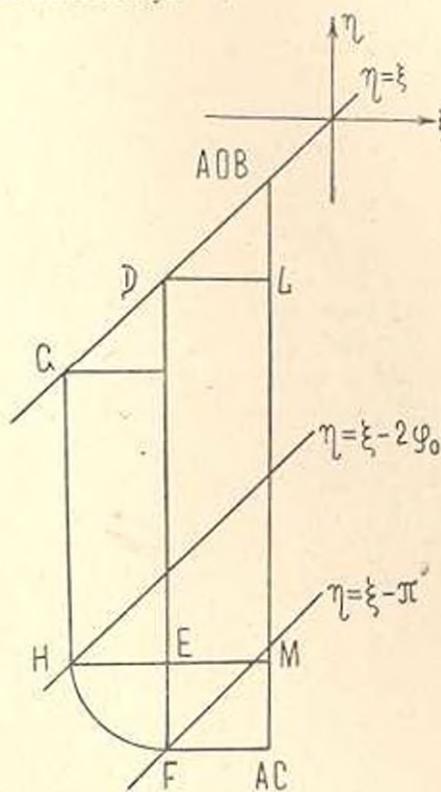
где

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{k}, \quad \bar{u} = \frac{u}{u_b}, \quad \bar{p} = \frac{\lambda u_b}{k}$$

Далее, для простоты, черточки над безразмерными величинами опускаются.

Трение на границе матрицы и полосы в реальных условиях различными способами делается наименьшим. Поэтому коэффициент λ полагается малым так, что безразмерный коэффициент трения \bar{p} считается ограниченным, $\bar{p} \ll 1$. Решение для больших λ (\bar{p}) не строится. Условие $\bar{p} \ll 1$ есть ограничение для скорости u_b при заданных λ и k . Таким образом, на границе жесткой и пластической зон в точке H напряжение трения $|\tau_{xy}| \ll 1$. Естественно, что поле напряжений и предельная нагрузка в построенном решении будут зависеть от безразмерного коэффициента трения \bar{p} и величины обжатия u/a .

Пластическим областям в плоскости xy соответствуют области в плоскости характеристик $\xi\eta$, (фиг. 2). Для удобства области в плоскостях xu и $\xi\eta$ обозначены одними и теми же буквами. Далее будем использовать безразмерные переменные, для чего все линейные размеры отнесем к величине a , а все скорости — к u_b , напряжения поделим на постоянную k .



Фиг. 2

На линии AO и в треугольнике AOB справедливы условия $\tau_{xy}=0$, $\sigma_x=0$. Это означает, что в треугольнике AOB $\varphi=0$, $\chi=-0,5$ и ему в плоскости $\xi\eta$ соответствует точка AOB $\xi=\eta=-0,5$, лежащая на прямой $\eta=\xi$. Материал в треугольнике AOB движется с постоянной скоростью и поэтому его можно считать жестким. В этом случае пластическая зона начинается характеристикой AB , на которой $\chi=-0,5$, $\varphi=0$, что обеспечивает отсутствие сил на выходе из матрицы прессуемой полосы. В пластической зоне $ABLMC$ реализуется интеграл уравнений пластичности [6] с характеристиками в виде дуг концентрических окружностей с центром в точке A и их радиусов. При этом характеристика $BLMC$ — дуга окружности радиуса $\sqrt{2}$.

На оси полосы, на линии BDG , выполняется условие $\tau_{xy}=0$, то есть $\varphi=0$, так что отрезок BG

отображается в плоскости характеристик на соответствующий отрезок прямой $\eta = \xi$. Точка D пластической области BLD расположена так, чтобы в точке F имело место равенство $y = b$. На границе пластической и жесткой зон ACF скорость равна нулю. Так как в точке F $u = 0$, то в соответствии с соотношениями (2) и (4) в характеристической плоскости положение точки F определяется условием $\varphi = \pi/2$. Таким образом, образ точки F в плоскости $\xi\eta$ лежит на прямой $\eta = \xi - \pi$.

Кривая FH на плоскости $\xi\eta$ находится из условия, что на ней $y = b$. После определения положения линии FH в каждой ее точке известны значения ξ и η , а значит и φ . Тем самым, в каждой точке FH по формулам (2), (4) могут быть рассчитаны значения скорости

$$u = -\frac{1}{\mu} \sin 2\varphi \quad (5)$$

В точке H $u = -1$, поэтому точка H на плоскости $\xi\eta$ лежит на прямой

$$\eta = \xi - 2\varphi_0, \quad \varphi_0 = \frac{1}{2} (\pi - \arcsin \mu)$$

На линии FH $v = 0$, а u может быть вычислено по формуле (1.5). Тем самым, на этой линии определены U и V . На линии CF по значениям $u = v = 0$ определяем, что $U = V = 0$. На GH $u = -1$, $v = 0$. Это позволяет определить U и V на GH . На оси полосы, на линии BDC $v = 0$. Это означает, что на отрезке BDC выполняется условие $U = V$.

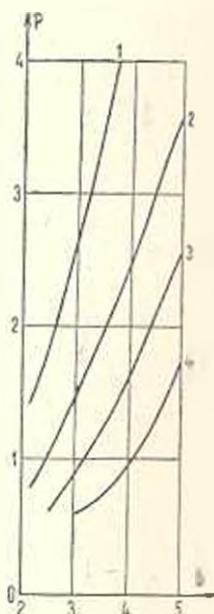
Сформулированные граничные условия для координат и скоростей позволяют путем последовательного решения краевых задач теории пластичности [6] определить в очаге деформаций поля напряжений и скоростей. По известным значениям напряжений вдоль линии GH можно определить требуемую относительную силу прессования $2p = 2P/ka$, где $2P$ — сила прессования. Наличие трения между жесткой частью полосы и контейнером можно учесть дополнительно.

Так как в точке H скорость в пластической и жесткой зонах не терпит разрыва, то вдоль всей характеристики GH нет скачка касательной составляющей скорости. В точке F скорость как в пластической, так и в жесткой областях равна нулю, что и обеспечивает непрерывность скорости во всем очаге пластических деформаций.

Для вычисления скоростей и напряжений А. Е. Осокиным была составлена программа на языке ФОРТРАН-4, представляющая собой развитие программы, ранее использованной для жесткопластического анализа процесса подвига литосферных плит [3]. Разностная схема строилась аппроксимацией условий на характеристиках (1.1) конечно-разностными соотношениями и имела первый порядок точности.

Рассматриваемую задачу можно обобщить на случай анизотропного материала, тогда вместо уравнений (1.1) можно взять уравнения

анизотропного материала [8] и провести построение решения, придерживаясь принципиальной схемы, описанной выше. Тем самым, в рассматриваемой задаче прессования можно оценить влияние анизотропии материала на потребные силы прессования.



Фиг. 3

На фиг. 3 даны зависимости относительных потребных сил прессования p в функции относительной толщины полосы b для различных значений μ (кривая 1 — $\mu = 1$, кривая 2 — $\mu = 0,8$, кривая 3 — $\mu = 0,6$, кривая 4 — $\mu = 0,4$). На фиг. 1 сетка характеристик соответствует случаю $b = 2,88$ и $\mu = 1$, ниже оси x дана зависимость скорости вдоль оси полосы, а на границе контейнера FH представлено распределение касательного напряжения τ .

Как показали численные расчеты, скорость от жесткопластической границы ACF быстро возрастает. Если протяженность пластической зоны $FHGD$ мала (касательное напряжение в точке H невелико), скорости по характеристике FKD меняются следующим образом: от нуля в точке F скорость довольно быстро приближается к единице и достигает максимума, примерно равного 1,1 где-то в середине этой характеристики. Далее скорость уменьшается до значения порядка единицы на оси полосы в точке D .

ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԻՐԻ ԱՆԸՆԴՆԱՏ ԳԱՇՏՈՎ ՄԱՍԼՄԱՆ ԽԵՂԻՐԻ
ՎՈՇՏ-ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՎԵՐՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Վ. Օ. ԴԵՈԴԶԱԵՎ, Ա. Ե. ՕՍՈԿԻՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Մամլման ինգրի համար դիտարկված է լարումների և արագությունների դաշտ, որը օժտված է այն առանձնահատկությամբ, որ կոշտ և պլաստիկական տիրույթների միջև եզրի վրա արագությունները անընդհատ են: Դա թույլատրվում է վերածնելու հայտնի լուծումներում եղած արագությունների թուրքները գեոմորֆացիաների օջախում:

Բերված են թվային օրինակներ մածուցիկության շփման դործակցի տարրեր արժեքների համար:

THE RIGID-PLASTIC ANALYSIS OF THE PRESSURE PROBLEM
WITH A CONTINUOUS VELOCITY FIELD

V. O. GEOGDGAEV, A. E. OSOKIN

S u m m a r y

The continuous velocity field is constructed for the pressure problem. This velocity field is of such characteristics that the discontinuities of the velocity between rigid and plastic regions are eliminated.

The numerical solutions for different coefficients of viscous friction between a strip and matrix are presented.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Геогджаев В. О., Михайлов С. Е. К вопросу о волочении полосы.—Изв. вузов. Машиностроение, 1977, № 5, с. 131—134.
2. Геогджаев В. О. Некоторые вопросы теории пластичности с непрерывным полем скоростей.—Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 3, с. 190.
3. Геогджаев В. О., Осокин А. Е. Жесткопластический подвиг литосферных плит.—Изв. АН СССР. Физика Земли, 1981, № 11, с. 93.
4. Геогджаев В. О. Прокатка полосы.—Изв. вузов. Машиностроение, 1978, № 7, с. 125—129.
5. Геогджаев В. О. Вариант решения задачи Црандтля.—Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 6, с. 134—136.
6. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высш. школа, 1969. 608 с.
7. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
8. Геогджаев В. О. Плоская деформация анизотропных пластических сред и вдавливание выпуклых штампов.—В кн.: Пластическая деформация легких и специальных сплавов. Вып. 1. М.: Металлургия, 1978, с. 133—136.

Московский физико-технический институт

Поступила в редакцию
6.XII, 1983.