

УДК 539.3

О ПОДКРЕПЛЕНИИ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ,  
 ОСЛАБЛЕННОЙ РАЗРЕЗАМИ, РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМОЙ  
 ТОНКИХ УПРУГИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

ИВАНЕНКО О. А., ФИЛЬШТИНСКИЙ Л. А.

Решение ряда задач о подкреплении анизотропных пластин упругими ребрами или накладками и обзор работ в этом направлении можно найти в книге [1].

Подкрепление анизотропных и изотропных пластин регулярной системой включений рассмотрено в [2]. Аналогичные задачи для пьезокерамической полуплоскости содержатся в [3].

Постановка электрических и механических граничных условий на трещине в пьезоэлектрике обсуждалась в работе [4].

В настоящей статье рассматривается модель кусочно-однородной среды, представляющей собой пьезокерамическую матрицу, армированную регулярной системой ленточных включений. При этом допускается наличие в матрице дефектов типа трещин. На основе решения указанной задачи электроупругости проводится осреднение пьезоупругих свойств такой регулярной структуры.

Приводятся результаты расчетов контактных усилий и усилий во включениях, а также коэффициентов интенсивности напряжений и осредненных пьезомодулей.

1. *Модель пьезокерамической матрицы с регулярной системой включений.* Рассмотрим отнесенную к кристаллофизическим осям координат  $x, y, z$  неограниченную пьезокерамическую матрицу (керамика  $PZT-4$ ,  $PZT-5$  [5]), предварительно поляризованную вдоль оси  $z$  и армированную двоякопериодической системой одинаковых ленточных включений. Предположим, что включения непрерывно скреплены с матрицей, выполнены из упругого диэлектрика и работают лишь на растяжение-сжатие, а в среде имеют место средние механические напряжения  $\langle \sigma_{11} \rangle$ ,  $\langle \sigma_{33} \rangle$ ,  $\langle \sigma_{13} \rangle$  и электрическое поле, характеризуемое компонентами среднего вектора напряженности  $\langle E_1 \rangle$ ,  $\langle E_3 \rangle$ .

В этом случае в матрице возникают сопряженные сингулярные поля электрических и механических величин, которые можно выразить в терминах функции комплексного переменного [3, 4] по формулам

$$\sigma_x = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \mu_k^2 \Phi_k(z_k); \quad \varphi = -2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \Phi_k(z_k)$$

$$\sigma_z = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \Phi_k(z_k); \quad \Phi_k(z_k) = d\phi_k(z_k)/dz_k$$

$$\tau_{xz} = -2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \gamma_k \mu_k \Phi_k'(z_k); \quad z_k = x + \mu_k z \quad (1.1)$$

$$U = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \Phi_k(z_k); \quad W = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \Phi_k(z_k)$$

$$E_x = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \Phi_k'(z_k); \quad E_z = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \mu_k \Phi_k'(z_k)$$

$$D_x = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \mu_k \Phi_k'(z_k); \quad D_z = -2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \Phi_k'(z_k)$$

Здесь  $\mu_k$ ,  $\gamma_k$ ,  $\lambda_k$ ,  $p_k$ ,  $q_k$ ,  $r_k$  определены в [3, 4],  $\Phi_k(z_k)$  — искомые аналитические функции комплексного переменного  $z_k$ .

Условия совместности деформаций системы матрица-включения имеют вид

$$0,5(\varepsilon_x^+ + \varepsilon_x^-) = \varepsilon_x^0, \quad \varepsilon_x^0 = \frac{(1 + \mu_0)(1 - 2\nu_0)}{(1 - \nu_0)E_0 \delta_0} N \quad (1.2)$$

где  $N$  — внутреннее погонное усилие в сечении ленты, перпендикулярном оси  $Ox$ ;  $E_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\nu_0$  — соответственно модуль упругости, коэффициент Пуассона и толщина включения.

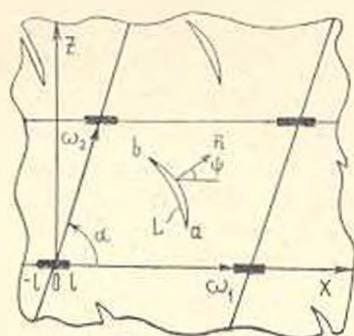
Решение поставленной задачи (1.2) разыскиваем в виде

$$\Phi_k(z_k) = B_k + \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-l}^l g(x) / (x - z_k) dx \quad (1.3)$$

Здесь  $g(x)$  — интенсивность контактных усилий,  $\zeta_k(z_k)$  — дзета-функция Вейерштрасса [6], построенная на периодах  $\omega_{1k} = \omega_1$ ,  $\omega_{2k} = -\operatorname{Re} \omega_2 + i \operatorname{Im} \omega_2$ ;  $\omega_k$  ( $k = 1, 2$ ) — основные периоды структуры (фиг. 1). Константы  $b_k$  определены в [3] при  $\omega = 0$ ,  $\nu = 0$ ,  $P = 2\pi$ ,  $A_k = b_k$ .  $B_k$  определяются из условий, чтобы представления (1.3) обеспечивали существование в структуре заданных средних компонент электрических и механических величин.

Условие равновесия включения имеет вид

$$\int_{-l}^l g(x) dx = 0 \quad (1.4)$$



Фиг. 1

С учетом (1.4) и свойств дзета-функции Вейерштрасса, можно показать, что представления (1.3) обеспечивают квазипериодичность перемещений и потенциала электрического поля в структуре. Следовательно, условия совместности деформаций (1.2) достаточно выполнить лишь на включении, находящемся в основном параллелограмме периодов.

Можно показать также, что представления (1.3) обеспечивают непрерывную продолжимость через включение перемещений, касательной компоненты вектора напряженности и нормальной составляющей вектора электрической индукции. Касательные напряжения  $\tau_{xx}$  терпят скачок, определяемый формулой

$$\tau_{xx}^+ - \tau_{xx}^- = -g(x) \quad (1.5)$$

Подставляя предельные значения функции (1.3) в условие совместности деформаций (1.2), приходим к сингулярному интегро-дифференциальному уравнению

$$\int_{-1}^1 \frac{g(x)dx}{x-x_0} + \int_{-1}^1 g(x)H(x, x_0)dx + \lambda \int_{-1}^1 g(x)dx = M$$

$$aH(x, x_0) = 2\text{Re} \sum_{k=1}^2 \frac{b_k}{2-i} \left[ p_k^*(x-x_0) - \frac{p_k}{x-x_0} + xQ_k \right]$$

$$a_i = \frac{(1+p_k)(1-2p_0)}{(1-p_0)E_0^2 \delta_k}; \quad a = 2\text{Re} \sum_{k=1}^2 \frac{p_k b_k}{2\pi i} \quad (1.6)$$

$$aM = -a_{1k} \langle \sigma_1 \rangle - \frac{a_{12} - S_{41}}{2} \langle \sigma_2 \rangle + a_{2k} \langle E_2 \rangle$$

$$Q_k = \frac{2\pi i (a_{1k} \tau_{xx}^+ - a_{1k} \tau_{xx}^-)}{\omega_1 |\omega_1| \sin \alpha} - p_k \frac{\delta_{1k}}{\omega_1}$$

$$\alpha = \arg \omega_1; \quad \delta_{1k} = 2 \cdot \left( \frac{\omega_{1k}}{2} \right)$$

Здесь  $a_{1k}$ ,  $S_{41}$  определены в [3].

Для фиксации однозначного решения (1.6) в классе  $H_0$  [7] к нему необходимо присоединить дополнительное условие (1.4). На этом построение алгоритма закончено.

2 *Учет дефектов типа трещин в матрице.* Предположим теперь, что матрица ослаблена двоякопериодической системой одинаковых туннельных вдоль оси  $Oy$  разрезов  $l$  (фиг. 1), на берегах которых заданы компоненты вектора напряжений  $X_{xx}^\pm$ ,  $Z_{xx}^\pm$ , одинаковые в конгруэнтных точках, и также, что главный вектор этих усилий, действующих на обоих берегах разреза, равен нулю.

Кроме условий (1.2) необходимо выполнить краевые условия на берегах разрезов

$$2\text{Re} \sum_{k=1}^2 \alpha_{nk} |\Phi_k(t_k)|^\pm = W_k^\pm \quad (n=1, 2)$$

$$2\text{Re} \sum_{k=1}^4 \alpha_{nk} \{ |\Phi_k(t_k)|^+ - |\Phi_k(t_k)|^- \} = 0 \quad (n=3, 4) \quad (2.1)$$

где  $W_k^\pm$  ( $n=1, 2$ ),  $\alpha_{nk}$  ( $n=1, 2, 3, 4$ ) определены в [4], последние два условия в (2.1) вытекают из непрерывной продолжимости ква-

тельной составляющей вектора напряженности и нормальной компоненты вектора индукции электрического поля через  $L$ .

Искомые функции представим в виде

$$\Phi_k(z_k) = B_k + \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-1}^1 g(x) \cdot (x - z_k) dx + \frac{1}{2\pi i} \int_L \omega_k(t) \cdot (t_k - z_k) dt_k$$

$$t_k = \operatorname{Re} t + i \mu_k \operatorname{Im} t; \quad t \in L \quad (2.2)$$

Здесь первые два слагаемых соответствуют наличию включений, а последнее — наличию разрезов,  $g(x)$ ,  $\omega_k(t)$  — искомые функции.

Подставляя предельные значения функций (2.2) в краевые условия (2.1) и равенство (1.2), приходим к смешанной системе интегральных и алгебраических уравнений

$$\int_{-1}^1 \frac{g(x) dx}{x - x_0} + \int_{-1}^1 g(x) H(x, x_0) dx + 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \int_L \omega_k(t) G(t_k, x) dt_k + i \int_{x_0}^1 g(x) dx = M$$

$$\int_{-1}^1 g(x) H_n^*(x, t_{k0}) dx + 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\alpha_{nk}^0}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_k(t) dt_k}{t_k - t_{k0}} +$$

$$+ 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \int_L \omega_k(t) G_n^*(t, t_{k0}) dt_k = F_n(t_0) \quad (n=1, 2)$$

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \alpha_{nk}^0 \omega_k(t_0) = W_n(t_0) \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

$$nG(t_k, x_0) = \frac{1}{2\pi i} |p_k^*(t_k - x_0) + Q_k t_k|$$

$$H_n^*(x, t_{k0}) = 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\beta_k}{2\pi i} [\alpha_{nk}^0 (x - t_{k0}) - \beta_{nk}^0 x]$$

$$G_n^*(t_k, t_{k0}) = \frac{\alpha_{nk}^0}{2\pi i} \left[ (t_k - t_{k0}) - \frac{1}{t_k - t_{k0}} \right] - \frac{\beta_{nk}^0}{2\pi i} t_k$$

$$\alpha_{nk}^0 = \alpha_{nk}^0 \frac{\beta_{nk}}{\omega_1} = \gamma_{nk}^0 \frac{\cos \varphi_0}{i \omega_1}$$

$$W_1(t) = X_n^+ + X_n^-; \quad W_3(t) = 0 \quad (2.3)$$

$$W_2(t) = -(Z_n^+ + Z_n^-); \quad W_4(t) = 0$$

$$F_1(t) = 0,5(X_n^+ - X_n^-) - (\langle \sigma_1 \rangle \cos \psi + \langle \tau_{12} \rangle \sin \psi)$$

$$F_2(t) = -0,5(Z_n^+ - Z_n^-) + (\langle \tau_{12} \rangle \cos \psi + \langle \sigma_2 \rangle \sin \psi)$$

Здесь  $\alpha_{nk}^0 = \alpha_{nk}(\varphi_0)$ ;  $\varphi$ ,  $\psi_0$  — углы наклона положительной нормали к левому берегу разреза в точках  $t$  и  $t_0$  соответственно к оси  $Ox$ ;  $\delta_n^0$  — символ Кронекера.

К системе (2.3) добавляем статическое условие на ребре (1.4) и условия однозначности перемещений

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_{nk} \int_l \omega_k(t) dt_k = 0 \quad (n=1, 2)$$

$$p_{1k} = p_k, \quad p_{2k} = q_k \quad (k=1, 2, 3) \quad (2.4)$$

Условия (1.4), (2.4) однозначно фиксируют решение системы (2.3)  $\omega_k(t)$ ,  $g(x)$  ( $k=1, 2, 3$ ) в классе  $h_0$  функций, неограниченных на концах линии интегрирования.

3. *Осреднение пьезоэлектрических свойств регулярной пьезокерамической структуры.* Следуя работе [2], построим макромодель рассматриваемой структуры. Под этим будем понимать однородную пьезоэлектрическую среду, уравнения состояния которой совпадают с законом связи средних компонент механических напряжений и напряженности электрического поля со средними значениями деформаций и компонент вектора индукции в структуре.

В силу того, что представления (2.2) обеспечивают квазипериодичность полей механических перемещений и потенциала электрического поля в структуре, проблему осреднения заданной структуры можно решить точно.

При переходе от произвольной точки структуры к конгруэнтной ей механические перемещения получают постоянное приращение, которое, с одной стороны, выражается через средние значения механических деформаций, а с другой — через приращения аналитических функций  $\Phi_n(z_k)$ . На основании этого имеем

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{\omega_2} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \Delta_1 \Phi_k(z_k), \quad \langle \varepsilon_2 \rangle = \frac{1}{H} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \left[ \Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_1} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right]$$

$$\langle \tau_{12} \rangle = \frac{1}{H} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \left[ \Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_2} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right] + \frac{1}{\omega_2} 2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \Delta_2 \Phi_k(z_k) \quad (3.1)$$

$$\Delta_n \Phi_k(z_k) = \Phi_k(z_k + \omega_{2n}) - \Phi_k(z_k) \quad (n=1, 2)$$

$$H = |\omega_2| \sin \alpha; \quad h = |\omega_1| \cos \alpha$$

Здесь  $\langle \varepsilon_1 \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_2 \rangle$ ,  $\langle \tau_{12} \rangle$  — средние деформации регулярной структуры.

Введем средние значения вектора индукции электрического поля по формулам

$$\langle D_2 \rangle = \frac{1}{\omega_2} \int_z^{z+\omega_2} D_2 dx \quad (3.2)$$

$$\langle D_n \rangle = \langle D_1 \rangle \sin \alpha - \langle D_2 \rangle \cos \alpha = \frac{1}{|\omega_n|} \int_A^{A+\omega_n} (D_x \sin \alpha - D_y \cos \alpha) dS$$

Используя (1.1), получим

$$\begin{aligned} \langle D_1 \rangle &= \frac{1}{H} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \left| \Delta_2 \Phi_k(z_k) - \frac{h}{\omega_1} \Delta_1 \Phi_k(z_k) \right| \\ \langle D_3 \rangle &= -\frac{1}{\omega_1} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \Delta_1 \Phi_k(z_k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

С другой стороны, приращения функции  $\Phi_k(z_k)$  находим из (2.2) с учетом свойств сигма-функции Вейерштрасса

$$\begin{aligned} \Delta_n \Phi_k(z_k) &= B_k \omega_{nk} + \Lambda_k \delta_{nk} \quad (n=1, 2) \\ \Lambda_k &= \frac{b_k}{2\pi i} \int_{-1}^1 x g(x) dx + \frac{1}{2\pi i} \int_L t_k \omega_k(t) dt_k \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь функционалы  $\Lambda_k$  построены на решениях уравнений (2.3). Подставляя (3.4) в (3.1) и (3.3), приходим к соотношениям

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_1 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 p_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} p_k \Lambda_k \\ \langle \varepsilon_2 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 q_k u_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k} p_k H - 2\pi i}{H \omega_1} q_k \Lambda_k \\ \langle \tau_{13} \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 (p_k u_k + q_k) B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \left( \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} q_k + \frac{\delta_{1k} p_k H - 2\pi i}{H \omega_1} p_k \right) \Lambda_k \\ \langle D_1 \rangle &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k u_k B_k + 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k} p_k H - 2\pi i}{H \omega_1} r_k \Lambda_k \\ \langle D_3 \rangle &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k B_k - 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{1k}}{\omega_1} r_k \Lambda_k \end{aligned} \quad (3.5)$$

Учитывая механические и электрические условия на сторонах параллелограмма периполов и вводя стандартные решения системы (2.3) по формулам

$$\begin{aligned} g(x) &= g_1(x) \langle \sigma_1 \rangle + g_2(x) \langle \sigma_2 \rangle + g_3(x) \langle \tau_{13} \rangle + g_4(x) \langle E_1 \rangle + g_5(x) \langle E_2 \rangle \\ \omega_k(t) &= \omega_k^{(1)}(t) \langle \sigma_1 \rangle + \omega_k^{(2)}(t) \langle \sigma_2 \rangle + \omega_k^{(3)}(t) \langle \tau_{13} \rangle + \\ &+ \omega_k^{(4)}(t) \langle E_1 \rangle + \omega_k^{(5)}(t) \langle E_2 \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

получаем уравнения состояния макромодели

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \langle S \rangle \langle \sigma \rangle; \quad \langle S \rangle = \| \langle S_{ij} \rangle \| \quad (i, j=1, 2, \dots, 5) \\ \langle \varepsilon \rangle &= \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_1 \rangle \\ \langle \varepsilon_2 \rangle \\ \langle \tau_{13} \rangle \\ \langle E_1 \rangle \\ \langle E_2 \rangle \end{bmatrix}; \quad \langle \sigma \rangle = \begin{bmatrix} \langle \sigma_1 \rangle \\ \langle \sigma_2 \rangle \\ \langle \tau_{13} \rangle \\ \langle D_1 \rangle \\ \langle D_3 \rangle \end{bmatrix} \\ \langle S_{ij} \rangle &= S_{ij}^* - \frac{1}{H \omega_1} 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 B_{ik} \Lambda_k^{(j)} \end{aligned}$$

$$B_{12} = a_{12} \nu_2 - a_{14} \gamma \nu_2^{-1}; \quad B_{22} = a_{22} \gamma \nu_2^{-1}$$

$$\Delta_k^{(0)} = \delta_k \int_{-1}^1 x g_k(x) dx + \int_L^1 t_b \omega_k^{(1)}(t) dt_k$$

$$S_{11}^* = S_{21} - S_{12}^* S_{11}^{-1}; \quad S_{17}^* = S_{12} - S_{12} S_{12} S_{11}^{-1}$$

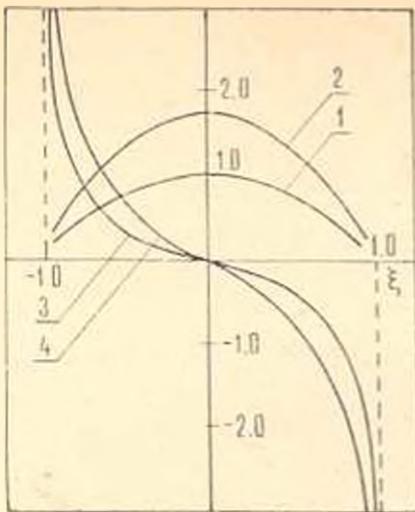
$$S_{12}^* = S_{11}^* - S_{22}^* = S_{21}^* = S_{22}^* = S_{23}^* = S_{24}^* = 0$$

$$S_{13}^* = d_{21} - d_{21} S_{12} S_{11}^{-1}; \quad S_{21}^* = S_{22} - S_{12}^* S_{11}^{-1}$$

$$S_{22}^* = d_{22} - d_{21} S_{12} S_{11}^{-1}; \quad S_{23}^* = S_{24}^*; \quad S_{24}^* = d_{13}$$

$$S_{25}^* = \epsilon_{21}; \quad S_{26}^* = \epsilon_{22} - d_{21}^2 S_{11}^{-1}; \quad S_{27}^* = S_{21}^*$$

4. *Результаты счета.* Система уравнений (2.3), (1.4), (2.4) была реализована численно по схеме типа Мультиппа. В качестве примера рассматривалась квадратная решетка с периодами  $\omega_1 = 2$ ,  $\omega_2 = 2l$ , с системой прямолинейных включений шириной  $2l$ , когда в пределах каждой ячейки имеется одна трещина с поперечным сечением в виде дуги окружности  $x = 10 \cos \frac{1+\beta}{2} \varphi - 9$ ,  $z = 10 \sin \frac{1+\beta}{2} \varphi$ ,  $-1 < \beta < 1$ .



Фиг. 2

На фиг. 2 представлены результаты расчетов относительных усилий в ребре  $\langle \sigma \rangle = N / (\langle \sigma_1 \rangle l)$  (кривая 1 соответствует  $L = 0,2$ , кривая 2 —  $L = 0,8$ ,  $2L$  — длина трещины) и относительного контактного усилия  $\langle g(x) \rangle = +g(x) / \langle \sigma_1 \rangle$  (кривая 3 соответствует  $L = 0,2$ , кривая 4 —  $L = 0,8$ ) при  $\langle \sigma_1 \rangle = 0$ ,  $\langle \sigma_2 \rangle = \langle \sigma_3 \rangle = \langle \epsilon_1 \rangle = \langle \epsilon_2 \rangle = 0$ ,  $\nu = 0$ ,  $l = 0,4$ ;  $x = \pm l$ ,  $-1 < \xi < 1$ .

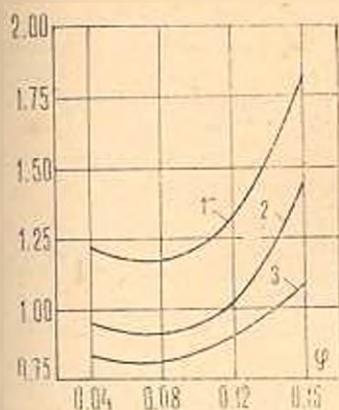
Графики на фиг. 3 иллюстрируют изменение относительных величин

$$\langle \sigma_n \rangle = \frac{\sigma_n}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\sigma}{L}} \quad (\text{кривая 1})$$

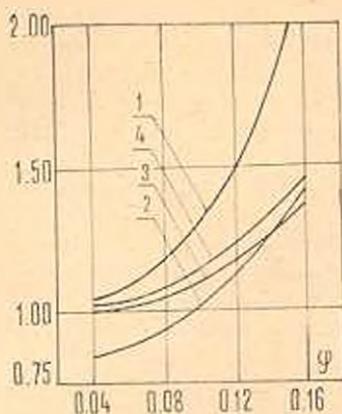
$$\langle \sigma_s \rangle = \frac{\sigma_s}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\sigma}{L}} \quad (\text{кривая 2}),$$

$$\langle \epsilon_s \rangle = \frac{\epsilon_s}{\langle \sigma_1 \rangle} \sqrt{\frac{2\sigma}{L}} \frac{1}{d_{21}} \quad (\text{кривая 3})$$

на продолжении за вершину трещины  $h$  в функции от параметра  $\varphi$ . Видно, что при увеличении длины трещины, когда перемычка между конгруэнтными трещинами уменьшается, относительный коэффициент интенсивности  $\langle \sigma_n \rangle$  существенно растет, кроме того, кривые на фиг. 3 подтверждают явление разгрузки, обычно имеющее место при взаимном влиянии трещин.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 представлены результаты расчетов осредненных параметров структуры. Графики 1, 2 иллюстрируют изменение макропараметра  $\langle S_{11} \rangle / S_{11}^*$ , графики 3, 4 —  $\langle S_{33} \rangle / S_{33}^*$ . Графики 1, 3, и 2, 4 построены при  $l = 0,2$  и  $0,8$  соответственно. Остальные макропараметры практически не изменяются. Из результатов видно, что увеличение длины разреза существенно уменьшает жесткость структуры в направлении оси  $Ox$ . Это объясняется тем, что при выбранных параметрах разрезы приблизительно прямолнейны и ориентированы вдоль оси  $Oz$ .

**ԲԱՐԱԿ ԱՌԱՋՁԿԱԿԱՆ ՆԵՐԳՐԱԿՆԵՐԻ ՌԵԳՈՒԼՅԱՐ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ  
ՃԵՂՔՆԵՐՈՎ ԻՌՈՒԱՑՎԱԾ ՊՅՆՁՈՒԿԵՐԱՄԵԿԱԿԱԿԱՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻՆ  
ՄԻԱՅՆՆԵԼՈՒ ՄԱՍԻՆ**

Օ. Ա. ԻՎԱՆԵՆԿՈ, Լ. Ա. ՖԻԼՇԻՏԻՆՍԿԻ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

*Կառուցված է թունկային ճաքերի ախայի դիֆֆիտներով թուլացված պլե-  
դոկերամիկական մատրիցայով կոմպոզիցիոն նյութի ժապավենի մոդելը:  
Լուծված են այդպիսի կառուցվածքով պլեզոտառաձգական հատկությունների  
միջինացման մասին նոր խնդիրներ: Բերված են հաշվարկի արդյունքներ:*

**THE REINFORCEMENT OF PIEZOCERAMIC MATRIX SLACKENED  
BY SECTIONS BY A REGULAR SYSTEM OF THIN  
ELASTIC INCLUSIONS**

O. A. IVANENKO, L. A. FILSHITSKY

S u m m a r y

A model has been created for a tape-shaped composite material with a matrix attached, the latter being slackened by tunnel crack type defects.

New problems of smoothing the piezoelastic properties of such a structure have been solved and calculation results surveyed.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ереван: Изд-во Ереванского госуниверситета, 1976. 536 с.
2. Долгих В. П., Фильшинский Л. А. Модель анизотропной среды, армированной тонкими лентами.—ПМ, 1979, т. 15, № 1, с. 24—30.
3. Белокопытова Л. В., Иваненко О. А., Фильшинский Л. А. Передача нагрузки от упругого ребра к полубесконечной пьезокерамической пластинке.—Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1981, т. 34, № 5, с. 41—50.
4. Белокопытова Л. В., Иваненко О. А., Фильшинский Л. А. Сопряженные электрические и механические поля в пьезоупругих телах с разрезами или включениями. Харьков: Динамика и прочность машин, 1981 вып. 34, с. 16—21.
5. Методы и приборы ультразвуковых исследований. Физическая акустика (Под ред. У. Мезона, ч. А. 1). М.: Мир, 1966. 592 с.
6. Лаурентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
7. Мусхелишвили И. И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике. М.: Наука, 1968. 511 с.

Сумский филиал Харьковского политехнического  
института им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию  
10.VI. 1983.