

УДК 539.375

ДВИЖЕНИЕ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ  
 СТУПЕНЧАТОЙ НАГРУЗКИ ПО ПОЛУПРОСТРАНСТВУ  
 С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ УПРУГИМИ МОДУЛЯМИ

БЫКОВЦЕВ Г. И., КОЛОКОЛЬЧИКОВ А. В., КОЛОКОЛЬЧИКОВ В. В.

Рассмотрим упругое полупространство, для которого связь напряжения  $\sigma_{ij}$  с деформациями  $\epsilon_{ij}$  имеет вид

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (1)$$

где  $\delta_{ij}$  — символы Кронекера, а относительно упругих параметров Ламе  $\lambda$  и  $\mu$  предполагается их зависимость от возраста  $\tau$  стареющего материала в соответствии с моделью Н. Х. Арутюняна [1]

$$\lambda = \lambda_\infty + (\lambda_0 - \lambda_\infty) \exp(-\beta\tau), \quad \mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \exp(-\beta\tau) \quad (2)$$

Здесь  $\lambda_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\lambda_\infty$ ,  $\mu_\infty$  — значения параметров Ламе в возрасте  $\tau=0$  и  $\tau=\infty$ , а  $1/\beta$  — время старения. Плотность материала также предполагается изменяющейся с возрастом  $\tau$

$$\rho = \rho_\infty + (\rho_0 - \rho_\infty) \exp(-\beta\tau) \quad (3)$$

Старение вызывается изменением структуры и состояния материала, которое сопутствует движению нагрузки. Оно может сопровождаться разрывом связей, охрупчиванием окрестности приложения нагрузки, неоднородным разогревом полупространства, излучением от движущейся нагрузки. Введем декартову систему координат с центром в начале движущейся нагрузки. Ось  $x$  направим по поверхности полупространства по движению нагрузки, ось  $y$  перпендикулярна поверхности полупространства и направлена во внешнюю его сторону. Полярный угол  $\alpha$  в плоскости принимает значение  $\alpha=0$  на поверхности под равномерно распределенной нагрузкой  $P$  и значение  $\alpha=\pi$  на свободной части поверхности. Рассмотрим автомодельное изменение моделей и плотности, сопутствующее движению нагрузки. Тогда возраст материала  $\tau$  будет зависеть от полярного угла  $\alpha$ .

Пусть  $\alpha_0$  — минимальное значение угла  $\alpha$ , не подверженного старению. Максимальное старение будет в плоскости приложения нагрузки при  $\alpha=0$ . При постоянной скорости распространения в глубину полупространства процесса старения зависимость возраста материала  $\tau$  от угла  $\alpha$  — линейная

$$\tau = a(\alpha - \alpha_0), \quad a = \text{const} \quad (4)$$

Заметим, что модель (2) — (4) описывает неоднородное старение, происходящее в одном и том же материале. Впервые такой важный класс задач был рассмотрен в работе [2].

Ниже ограничимся для простоты случаем малого старения

$$|1 - \lambda_\alpha / \lambda_0| \ll 1, \quad |1 - \nu_\alpha / \nu_0| \ll 1, \quad |1 - \rho_\alpha / \rho_0| \ll 1 \quad (5)$$

Уравнения движения и формулы Коши имеют следующий вид:

$$\sigma_{ij,j} - \rho \partial v_i / \partial t = 0, \quad v_i = \partial u_i / \partial t \quad (6)$$

$$e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (7)$$

Граничные условия в отсутствие трения запишутся так:

$$\sigma_{ij} n_j = -P n_i, \quad n_i(0, 1, 0) \quad x < 0, \quad y = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \quad y = 0, \quad x > 0; \quad x = x_1 - ct, \quad y = x_2, \quad z = x_3 \quad (9)$$

Здесь  $c$  — постоянная скорость движения нагрузки, а  $x_1$  — координата, связанная с полупространством. В задаче плоского деформирования, удовлетворяющей (8), (9), решение будем искать в виде, удовлетворяющем условиям

$$v_3 = 0, \quad e_{33} = e_{13} = e_{23} = 0, \quad \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad (10)$$

Рассмотрим процесс установившегося деформирования. Следуя [3—5], где приводится решение упругой задачи, найдем автомодельное решение для стареющего полупространства, когда все искомые величины зависят только от угла  $\alpha = \text{arctg}(y/x)$ , причем

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\sin^2 \alpha}{y} \lambda_i \frac{d}{d\alpha}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{c \sin^2 \alpha}{y} \frac{d}{d\alpha}, \quad \lambda_i = \lambda_{i1} \text{ctg} \alpha - \lambda_{i2} \quad (11)$$

С учетом (11) уравнение движения (6) примет вид

$$\lambda_{ij} \lambda_j - \rho c v_i = 0 \quad (12)$$

Здесь и ниже штрихом обозначается дифференцирование по  $\alpha$ . Модель (2) — (4) допускает автомодельное решение. Дифференцируя (1) по  $\alpha$ , с учетом (11), второго равенства (6), а также формул Коши (7), получим

$$c \sigma'_{ij} = \lambda_{ij} \lambda_k (\lambda_i v_k)' + \lambda_i (\mu v_j)' + \lambda_j (\mu v_i)' \quad (13)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  по (2) — (4) зависят от угла  $\alpha$ .

Подставляя (13) в (12), найдем, что

$$\lambda_i \lambda_k [(\lambda + \mu) v_k]' + (\mu v_i)' / \sin^2 \alpha - \rho c v_i' = 0 \quad (14)$$

Будем находить решение в случае малого старения (5) методом возмущений, ограничиваясь первым приближением. По (5) малыми параметрами являются  $\lambda' / \lambda_0$ ,  $\mu' / \mu_0$ ,  $(\rho - \rho_0) / \rho_0$ . В нулевом приближении соотношение (14) записывается в форме

$$(\lambda + \mu) \lambda_i \lambda_k v_k^{(0)'} + \mu v_i^{(0)'} / \sin^2 \alpha - \rho c^2 v_i^{(0)'} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

Здесь  $v_i^{(0)}$  — нулевое приближение скоростей перемещений. Приравни-

вая нулю определитель системы (15) относительно неизвестных  $v_1^{(0)}$  и  $v_2^{(0)}$ , получим два значения углов  $\alpha = \alpha_1$  и  $\alpha = \alpha_2$ , определяющие фронты продольной и поперечной волны

$$\sin \alpha_1 = c_1/c, \quad c_1^2 = [\lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1)]/\rho(\alpha_1) \quad (16)$$

$$\sin \alpha_2 = c_2/c, \quad c_2^2 = \mu(\alpha_2)/\rho(\alpha_2) \quad (17)$$

Для углов  $\alpha$ , не равных  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , определитель однородной системы (15) не равен нулю, а потому для них решение (15) тривиально

$$v_i^{(0)} = 0 \quad \alpha \neq \alpha_1, \quad \alpha \neq \alpha_2 \quad (18)$$

Заметим, что (16) и (17) являются уравнениями с неявной зависимостью от углов для определения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  с учетом зависимостей (2) — (4) от  $\alpha$  параметров  $\lambda(\alpha)$ ,  $\mu(\alpha)$  и плотности  $\rho(\alpha)$ .

При решении (16) и (17) появляется необходимость в последовательных приближениях. В нулевом приближении

$$\alpha_1^{(0)} = \arcsin(c_1^{(0)}/c), \quad (c_1^{(0)})^2 = (\mu_0 + 2\mu_0)/\rho_0 \quad (19)$$

$$\alpha_2^{(0)} = \arcsin(c_2^{(0)}/c), \quad (c_2^{(0)})^2 = \mu_0/\rho_0 \quad (20)$$

В первом приближении находим из (16), (17), (19), (20), (2) — (5)

$$\alpha_1^{(1)} = \arcsin(c_1^{(1)}/c), \quad \alpha_2^{(1)} = \arcsin(c_2^{(1)}/c)$$

$$(c_1^{(1)})^2 = [\lambda(\alpha_1^{(1)}) + 2\mu(\alpha_1^{(1)})]/\rho(\alpha_1^{(1)}); \quad (c_2^{(1)})^2 = \mu(\alpha_2^{(1)})/\rho(\alpha_2^{(1)})$$

$$\lambda(\alpha_1^{(1)}) = \lambda_\infty + (\lambda_0 - \lambda_\infty) \exp\{-\beta a[\alpha_1^{(1)} - \alpha_0]\}$$

$$\mu(\alpha_1^{(1)}) = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \exp\{-\beta a[\alpha_1^{(1)} - \alpha_0]\} \quad (21)$$

$$\rho(\alpha_1^{(1)}) = \rho_\infty + (\rho_0 - \rho_\infty) \exp\{-\beta a[\alpha_1^{(1)} - \alpha_0]\}$$

$$\mu(\alpha_2^{(1)}) = \mu_\infty - (\mu_0 - \mu_\infty) \exp\{-\beta a[\alpha_2^{(1)} - \alpha_0]\}$$

$$\rho(\alpha_2^{(1)}) = \rho_\infty - (\rho_0 - \rho_\infty) \exp\{-\beta a[\alpha_2^{(1)} - \alpha_0]\}$$

Уравнения (16) и (17) могут быть решены с учетом (2) — (4) графически. На плоскости  $\alpha = \alpha_1$  скачки напряжений и скоростей выражаются через интенсивность разрыва  $\omega$  и нормаль к поверхности  $\alpha = \alpha_1$  разрыва  $v_1^{(1)}$  по формулам [7]:

$$-c_1(\alpha_1)[\sigma_{ij}] = \omega(i(\alpha_1)\delta_{ij} + 2\mu(\alpha_1)\delta_{ij}^{(1)}v_1^{(1)}), \quad [v_i] = \omega v_1^{(1)} \quad (22)$$

а на плоскости  $\alpha = \alpha_2$  — через нормаль к поверхности  $\alpha = \alpha_2$  разрыва  $v_2^{(2)}$  по формулам [7]

$$-c_2(\alpha_2)[\sigma_{ij}] = \mu(\alpha_2)\{[v_i]v_2^{(2)} + [v_j]v_2^{(2)}\}, \quad [v_i]v_2^{(2)} = 0 \quad (23)$$

где  $c_2(\alpha_2)$  определено по (17), а  $\mu(\alpha_2)$  определяется при помощи второго равенства (2) и (4) при  $\alpha = \alpha_2$ . Используя условия на скачках (22), (23), условия (18), условия  $v_1^{(0)} = 0$  при  $\alpha = \alpha_1$ ,  $\alpha \neq \alpha_2$ , получаемые из (13) в нулевом приближении, и граничные условия (8), (9), найдем скорости перемещений в нулевом приближении в двух зонах

$$v_1^{(0)} = c_1 P A^{-1} \sin \alpha_1, \quad \alpha_2 < \alpha < \alpha_1 \quad (24)$$

$$v_2^{(0)} = -c_1 P A^{-1} \cos \alpha_1, \quad \alpha_2 < \alpha < \alpha_1$$

$$v_1^{(0)} = c_1 P A^{-1} \sin \alpha_1 - c_2 P A^{-1} \frac{\mu(\alpha_1) \sin 2\alpha_1 \cos \alpha_2}{\mu(\alpha_2) \cos 2\alpha_2}, \quad 0 < \alpha < \alpha_2 \quad (25)$$

$$v_2^{(0)} = -c_1 P A^{-1} \cos \alpha_1 - c_2 P A^{-1} \frac{\mu(\alpha_1) \sin 2\alpha_1 \sin \alpha_2}{\mu(\alpha_2) \cos 2\alpha_2}, \quad 0 < \alpha < \alpha_2$$

$$A = \lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1) \cos^2 \alpha_1 + \mu(\alpha_1) \sin 2\alpha_1 \operatorname{tg} 2\alpha_2 \quad (26)$$

Определим из (14) производные скоростей  $v_1^{(1)}$ ,  $v_2^{(1)}$  в первом приближении. Имеем систему

$$\delta_l \delta_k (\lambda + \mu) v_1^{(1)} + \mu v_2^{(1)} / \sin^2 \alpha - \rho c^2 v_1^{(1)} = \delta_l \delta_k (\lambda' + \mu') v_1^{(0)} - \mu' v_2^{(0)} / \sin^2 \alpha \quad (27)$$

Решение системы (27) запишется так:

$$\begin{aligned} v_1^{(1)} &= \Delta_1 / \Delta, \quad v_2^{(1)} = \Delta_2 / \Delta, \quad \delta_k v_1^{(0)} = -v_1^{(0)} + (\operatorname{ctg} \alpha) v_2^{(0)} \\ \Delta &= | -1 + (\lambda + 2\mu) / (\rho c^2 \sin^2 \alpha) | | -1 + \mu / (\rho c^2 \sin^2 \alpha) | \\ \rho c^2 \Delta_1 &= | (\lambda' + \mu') \delta_k v_1^{(0)} - \mu' v_2^{(0)} / \sin^2 \alpha | | -1 + \mu / (\rho c^2 \sin^2 \alpha) | - \\ &= [ (\lambda + \mu) \mu' / (\rho c^2 \sin^2 \alpha) ] (v_1^{(0)} \operatorname{ctg}^2 \alpha + v_2^{(0)} \operatorname{ctg} \alpha), \quad \alpha \neq \alpha_1, \quad \alpha \neq \alpha_2 \\ \rho c^2 \Delta_2 &= | -(\lambda + \mu) \mu' / (\rho c^2 \sin^2 \alpha) | (v_1^{(0)} + \operatorname{ctg} \alpha v_2^{(0)}) + \\ &+ (1 - \mu / (\rho c^2 \sin^2 \alpha)) | \operatorname{ctg} \alpha (\lambda' + \mu') \delta_k v_1^{(0)} + \mu' v_2^{(0)} / \sin^2 \alpha | \end{aligned} \quad (28)$$

Так как  $v_1 = \sin \alpha_1$ ,  $v_2 = -\cos \alpha_1$ ,  $v_3 = 0$ , то из второго равенства (22), а также из (28) получим поле скоростей в первой зоне после первого скачка при  $\alpha = \alpha_1$  в первом приближении

$$\begin{aligned} v_1^{(1)} &= -\omega \sin \alpha_1 + \int_{\alpha_1}^{\alpha} (\Delta_1 / \Delta) d\alpha, \quad \alpha_2 < \alpha < \alpha_1 \\ v_2^{(1)} &= -\omega \cos \alpha_1 + \int_{\alpha_1}^{\alpha} (\Delta_2 / \Delta) d\alpha, \quad \alpha_2 < \alpha < \alpha_1 \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta$  определяются равенствами (28), (24), (26). Перепишем формулу (13) для  $\sigma_{ij}^{(1)}$  в первом приближении:

$$c \sigma_{ij}^{(1)} = c B_{ij} = \delta_{ij} \delta_k (\lambda \Delta_k / \Delta + \lambda' v_k^{(0)}) + \delta_i (\mu \Delta_i / \Delta + \mu' v_i^{(0)}) + \delta_j (\mu \Delta_j / \Delta + \mu' v_j^{(0)}) \quad (30)$$

Напряжения в первой зоне после первого скачка определяются после интегрирования по  $\alpha$  (30) с использованием первого условия (22) на скачке  $\alpha = \alpha_1$

$$\sigma_{ij}^{(1)} = [ \omega / c_1(\alpha_1) ] [ \lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1) \sin^2 \alpha_1 ] + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{ij} d\alpha$$

$$\sigma_{22}^{(1)} = [\omega/c_1(\alpha_1)] [\lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1)\cos^2\alpha_1] + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{22} dx \quad (31)$$

$$\sigma_{33}^{(1)} = \lambda(\alpha_1)\omega/c_1(\alpha_1)$$

$$\sigma_{12}^{(1)} = -[\omega/c_1(\alpha_1)]\mu(\alpha_1)\sin 2\alpha_1 + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{12} dx, \quad \alpha_2 < \alpha < \alpha_1$$

Интегрирование первых двух равенств (28) от  $\alpha_2$  до  $\alpha$  с учетом определения скачка и значений скоростей (29) при  $x = \alpha_2$  находим поле скоростей во второй зоне после второго скачка в первом приближении

$$v_1^{(1)} = -\omega \sin \alpha_1 - [v_1^{(1)}]_2 + \int_{\alpha_1}^{\alpha} (\Delta_1'/\Delta) dx, \quad 0 \leq \alpha < \alpha_2 \quad (32)$$

$$v_2^{(1)} = \omega \cos \alpha_1 - [v_2^{(1)}]_2 + \int_{\alpha_1}^{\alpha} (\Delta_1/\Delta) dx, \quad 0 \leq \alpha < \alpha_2$$

Здесь  $[v_i^{(1)}]_2$  — скачок через  $x = \alpha_2$ , а  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta$  определяются по формулам (28) и по формулам (24), (25) в первой и второй зонах.

Напряжения во второй зоне после скачка  $0 < \alpha < \alpha_2$  определяются интегрированием (30) от  $\alpha_2$  до  $\alpha$ . Постоянные интегрирования находятся при помощи первого условия на скачке (23) и значений (31) напряжений перед вторым скачком ( $\alpha = \alpha_2 + 0$ ). В результате получим в первом приближении

$$\sigma_{11}^{(1)} = [\omega/c_1(\alpha_1)] [\lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1)\sin^2\alpha_1] + 2\mu(\alpha_2)[v_1^{(1)}]_2(\sin\alpha_2)/c_2(\alpha_2) + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{11} dx$$

$$\sigma_{22}^{(1)} = [\omega/c_1(\alpha_1)] [\lambda(\alpha_1) + 2\mu(\alpha_1)\cos^2\alpha_1] - 2\mu(\alpha_2)[v_2^{(1)}]_2(\cos\alpha_2)/c_2(\alpha_2) + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{22} dx$$

$$\sigma_{33} = \omega\lambda(\alpha_1)/c_1(\alpha_1) \quad (33)$$

$$\sigma_{12}^{(1)} = -[\omega/c_1(\alpha_1)]\mu(\alpha_1)\sin 2\alpha_1 + [\mu(\alpha_2)/c_2(\alpha_2)] ([v_1^{(1)}]_2 \sin \alpha_2 - [v_2^{(1)}]_2 \cos \alpha_2) + \int_{\alpha_1}^{\alpha} B_{12} dx, \quad 0 \leq \alpha < \alpha_2$$

Для определения интенсивности скачка  $\omega$  и скачков  $[v_1^{(1)}]_2$  и  $[v_2^{(1)}]_2$  воспользуемся вторым условием (23) и граничными условиями (8). Тогда

$$\omega = c_1(\alpha_1)A^{-1} \left\{ -P + \operatorname{tg} 2\alpha_2 \int_{\alpha_1}^0 B_{12} dx - \int_{\alpha_1}^0 B_{22} dx \right\} \quad (34)$$

$$[v_1^{(1)}]_2 = \frac{c_2(\alpha_2)c_1\sin\alpha_2}{\mu(\alpha_2)\cos 2\alpha_2} \left\{ \mu(\alpha_2)\sin 2\alpha_2 A^{-1} (P - \operatorname{tg} 2\alpha_2 \int_{\alpha_1}^0 B_{12} dx + \int_{\alpha_1}^0 B_{22} dx) + \int_{\alpha_1}^0 B_{12} dx \right\}$$

$$|v_2^{(1)}| = \frac{c_2(\alpha_2) \sin \alpha_2}{\mu(\alpha_2) \cos 2\alpha_2} \left\{ \mu(\alpha_1) \sin 2\alpha_1 A^{-1} \left( P + \operatorname{tg} 2\alpha_2 \int_0^{\alpha_1} B_{12} dz - \int_0^{\alpha_1} B_{22} dz \right) - \int_0^{\alpha_1} B_{12} dz \right\}$$

Формулы (29), (31), (32), (33) с учетом обозначений (34) для  $\omega$ ,  $|v_1^{(1)}|$ ,  $|v_2^{(1)}|$ , (28) для  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta$ , (30) для  $B_{ij}$ , (24) для  $v_1^{(0)}$  в первой зоне, (25) для  $v_1^{(0)}$  во второй зоне, (26) для  $A$  и (21) для первого приближения  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , а также  $c_1(\alpha_1)$ ,  $c_2(\alpha_2)$ ,  $\lambda(\alpha_1)$ ,  $\mu(\alpha_1)$ ,  $\mu(\alpha_2)$  дают решение поставленной задачи в первом приближении.

Рассмотрим частный случай, когда

$$\lambda_0/\lambda_\infty = \mu_0/\mu_\infty = \rho_0/\rho_\infty \quad (35)$$

Вместо (2)–(4) можно пользоваться кусочно-линейной моделью старения

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_\infty + (\lambda_0 - \lambda_\infty) \alpha / \alpha_0 & 0 \leq \alpha \leq \alpha_0 \\ \lambda_0 & \alpha > \alpha_0 \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \alpha / \alpha_0 & 0 \leq \alpha \leq \alpha_0 \\ \mu_0 & \alpha > \alpha_0 \end{cases} \quad (36)$$

$$\rho = \begin{cases} \rho_\infty + (\rho_0 - \rho_\infty) \alpha / \alpha_0 & 0 \leq \alpha \leq \alpha_0 \\ \rho_0 & \alpha > \alpha_0 \end{cases}$$

Здесь  $\alpha_0$  — минимальный угол, до которого не достигает процесс старения. При выполнении (35), (36)

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\rho_0} \mu = \frac{\lambda_0}{\rho_0} \rho \quad (37)$$

В этом случае формулы для скоростей и напряжений упрощаются, так как тогда

$$\alpha_1 = \alpha_1^{(0)}, \quad \alpha_2 = \alpha_2^{(0)}, \quad c_1 = c_1^{(0)}, \quad c_2 = c_2^{(0)}$$

$$\frac{\lambda + \mu}{\rho} = \frac{\lambda_0 + \mu_0}{\rho_0}, \quad \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_0}{\rho_0}, \quad \lambda' = \frac{\lambda_0 - \lambda_\infty}{\alpha_0}, \quad u' = \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\alpha_0} \quad (38)$$

В качестве примера рассмотрим старение, возникающее в процессе движения нагрузки, связанное с деструкцией контактирующего с нагрузкой слоя. При высокоскоростном ударе эксперимент показывает, что в материале от интенсивной ударной волны происходит диспергирование, деструкция, оплавление, выгорание материала. В расчете ограничимся малым уменьшением (10%) модулей и плотности материала из-за деструкции в области контакта с нагрузкой ( $\alpha=0$ )

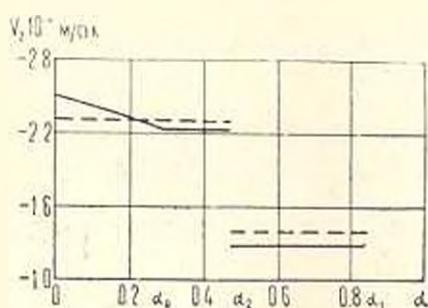
$$(\lambda_0 - \lambda_\infty) / \mu_0 \cong (\mu_0 - \mu_\infty) / \mu_0 \cong (\rho_0 - \rho_\infty) / \rho_0 \cong 0,1 \quad (39)$$

Так как деструкция затухает в глубину полупространства, то при  $\alpha > 0$  деструкция меньше, чем при  $\alpha=0$  и для малой деструкции (39) справедлива кусочно-линейная модель (36). Кроме того, согласно [6] в (36) полагается  $\alpha_0 = \arcsin(0,4 c_1/c)$ .

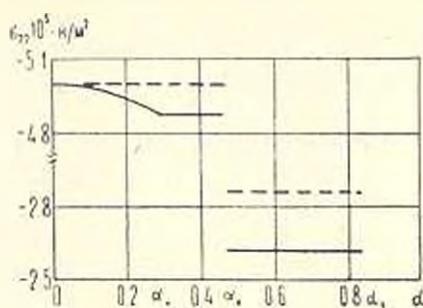
Влияние старения из-за деструкции численно иллюстрируется на

примере распространения ударных волн от нагрузки  $P=5 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup> в тяжелом флинтгласе, для которого принято [8]

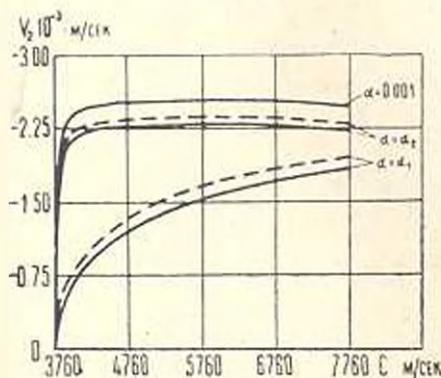
$$\rho_0 = 5,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, c_1^{(0)} = 3760 \text{ м/с}, c_2^{(0)} = 2220 \text{ м/с} \quad (40)$$



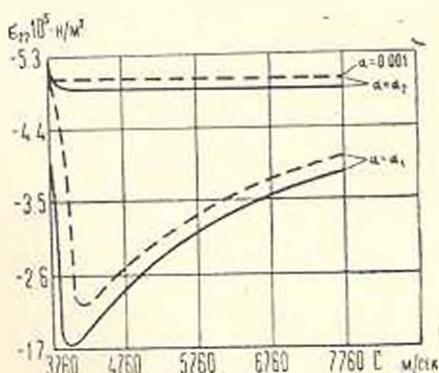
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 1 и 2 изображены зависимости скоростей  $v_2^{(1)}$  и напряжений  $\epsilon_{22}^{(1)}$  в первом приближении от угла  $\alpha$ , определяющего координату в зонах за скачком напряжений при  $c=5010$  м/с. На фиг. 3 и 4 приводятся зависимости от скорости  $c$  движения нагрузки величин  $v_2^{(1)}$  и  $\epsilon_{22}^{(1)}$  при трех значениях угла  $\alpha = \alpha_1$ ,  $\alpha = \alpha_2$  и  $\alpha = 0,001$ . На всех четырех фигурах пунктиром изображены соответствующие зависимости в отсутствие старения от деформации. На фиг. 4 для  $\alpha = 0,001$  сплошная линия совпадает с пунктирной.

Вычисления показали, что отклонение  $v_2^{(1)}$  и  $\epsilon_{22}^{(1)}$  в материале со старением и без старения достигает 9% при  $\alpha = \alpha_1$  и  $c = 5010$  м/с, что согласуется с допущением (39). В зоне с трещинами  $0 \leq \alpha \leq \alpha_0$  нормальные к поверхности скорости и напряжения убывают непрерывно с ростом  $\alpha$ . После второго скачка для  $\alpha_0 < \alpha < \alpha_2$  и после первого скачка  $\alpha_2 < \alpha < \alpha_1$  их значения постоянны и меньше, чем в среде без трещин. Интересно, что для этих углов  $\alpha$  модули  $\nu$  и плотности такие же, как и в среде без дефектов, а наличие дефектов в зоне сразу под подвижной нагрузкой уменьшает напряжения и скорости вдали от нагрузки. Скорость  $c_2$  непосредственно в дефектной зоне под подвижной нагрузкой несколько выше, чем в среде без трещин. Из графиков фиг. 4 видно, что

для скоростей движения нагрузки  $v$ , равной и несколько большей скорости продольной волны  $c_2$  напряжения  $\sigma_{22}$  с ростом  $\alpha$  от 0 до  $\pi/2$  растут и увеличиваются на 3% от значения нагрузки на границе. Увеличение напряжений объясняется ростом модулей с уменьшением концентрации трещины при изменении угла  $\alpha$  от границы полупространства. При больших скоростях движения нагрузки увеличения напряжений с глубиной не происходит.

**ՓՈՓՈԽՎՈՂ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՄՈԴՈՒԼՆԵՐՈՎ ԿՐՈՒՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԲՆՈՒ ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՄԲ ՇԱՐԺՈՒՄԸ**

Գ. Ի. ԲԻԿՈՎՏՅԵՎ, Ա. Վ. ԿՈԼՈԿՈԼՉԻԿՈՎ, Վ. Վ. ԿՈԼՈԿՈԼՉԻԿՈՎ

**Ա մ ֆ ո լ յ ո լ մ**

Դիտարկվում է աստիճանային բեռի ազդեցության տակ փոփոխվող առաձգական մոդուլներով կիսատարածության դեֆորմացիայի խնդիրը: Բեռը շարժվում է զերձայնային արագությանը: Բեռնավորման գոտում պրոբումների մեթոդով կառուցվում է ավտոմոդելային լուծումը: Մտաջգիվ է առաջին մոտափորոթյամբ լարումների և արագությունների համար արտահայտություններ հաշվի առնելով ձևացումը տարրեր դեպքերի համար:

**STEP LOAD MOVING WITH SUPERSEISMIC VELOCITY ON THE HALF-SPACE WITH CHANGEABLE ELASTIC MODULES**

G. I. BIKOVITSEV, A. V. KOLOKOLCHIKOV, V. V. KOLOKOLCHIKOV

**S u m m a r y**

The problem of deformation of half-space with changeable elastic modules produced by step load is considered. The load moves with superseismic velocity. Automodel solution in the loading area is constructed by the reductive perturbation method. The formulas for stresses and velocities in the first-order approximation for various cases having into account ageing are obtained.

**Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. Арутюнян Н. Х. Ползучесть стареющих материалов. Ползучесть бетона. В кн.: «Механика в СССР за 50 лет», т. 3. М.: Наука, 1963.
2. Арутюнян Н. Х. Об уравнениях состояния в нелинейной теории ползучести неоднородно стареющих тел.—ДАН СССР, т. 231, № 3, 1976.
3. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1953.
4. Снеддон Н. Н., Берри Д. Классическая теория упругости. М.: Физматгиздат, 1961.
5. Cole J. D., Huth J. H. Stresses produced in a half-space by moving loads.—J. Appl. Mech. 1958, 25.
6. Николаевский В. Н. Динамическая прочность и скорость разрушения. В кн.: Механика. Новое в зарубежной науке, № 26. Удар, взрыв и разрушение. М.: Мир, 1981.
7. Быковцев Г. И., Встрелко Н. Д. О распространении волн в упруговязко-пластической среде.—МТТ, 1966, № 4.
8. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976, стр. 66—86.

Куйбышевский госуниверситет

Поступила в редакцию  
12.V.1983