

УДК 539.375

АНТИПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ МНОГОСВЯЗНЫХ ТЕЛ С ТРЕЩИНАМИ

КАЛОЕРОВ С. А.

В настоящее время достаточно хорошо разработаны методы определения коэффициента интенсивности напряжений в бесконечных анизотропных телах с «туннельными» трещинами в условиях антиплоской деформации. В работе [6] приведены решения задач теории трещины для изотропного кругового цилиндра и бесконечного тела с эллиптической или круговой полостью. В данной статье получены и исследованы комплексные потенциалы теории трещины продольного сдвига для многосвязных изотропных и анизотропных тел. Приводится решение задачи для тела с одной или двумя эллиптическими (круговыми) полостями и «туннельной» трещиной.

§ 1. Рассмотрим анизотропное тело с цилиндрическими полостями, находящееся в условиях антиплоской деформации или продольного сдвига. Выберем систему координат, совместив ось Oz с направлением сдвига. Пусть тело в каждой точке имеет плоскость упругой симметрии, перпендикулярную оси Oz . Сечение тела плоскостью Oxy образует область S изменения переменных x, y . На тело действуют внешние усилия, приложенные к цилиндрическим поверхностям и направленные вдоль образующих. Для простоты будем считать, что объемные силы отсутствуют.

Учитывая, что при указанных условиях $u=v=0$, $w=w(x, y)$

$$\tau_{12} = \frac{\partial w}{\partial y} a_{44} \tau_{yz} + a_{45} \tau_{xz}, \quad \tau_{32} = \frac{\partial w}{\partial x} = a_{45} \tau_{yz} + a_{55} \tau_{xz} \quad (1.1)$$

и вводя функцию напряжений $F(x, y)$ по формулам

$$\tau_{32} = -\frac{\partial F(x, y)}{\partial y}; \quad \tau_{yz} = \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \quad (1.2)$$

из уравнения совместности Сен-Венана получим

$$a_{44} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - 2a_{45} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + a_{55} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0 \quad (1.3)$$

Решая уравнение (1.3), находим [3, 7]

$$F(x, y) = 2 \operatorname{Re} \varphi_3(z_3) \quad (1.4)$$

где $\varphi_3(z_3)$ — произвольная аналитическая функция, определенная в об-

ласти S_3 , получаемой из области S аффинным преобразованием $z_3 = x + \mu_3 y$; μ_3 — корень характеристического уравнения

$$a_{33}\mu^2 - 2a_{43}\mu + a_{44} = 0 \quad (1.5)$$

причем

$$\mu_3 = \mu_3 + i\bar{\mu}_3; \quad z_3 = \frac{a_{43}}{a_{33}}; \quad \bar{\mu}_3 = \frac{x}{a_{33}}; \quad x = \sqrt{a_{44}a_{33} - a_{43}^2}$$

Учитывая формулы (1.1), (1.2), (1.4), для напряжений и перемещения находим

$$\tau_{yz} = 2\operatorname{Re}\Phi_3(z_3), \quad \tau_{xz} = -2\operatorname{Re}[\mu_3\Phi_3(z_3)] \quad (1.6)$$

$$w(x, y) = -2\operatorname{Re}[ix\varphi_3(z_3)] \quad (1.7)$$

где

$$\Phi_3(z_3) = \varphi_3'(z_3)$$

Из условия Коши

$$\tau_{xz} \cos \mu x + \tau_{yz} \cos \mu y = Z_n$$

находим

$$2\operatorname{Re} \varphi_3(z_3) = - \int_0^s Z_n ds + c \quad (1.8)$$

Здесь c — постоянная, произвольная для одного из контуров, ограничивающих область S . Исходя из формул (1.5), (1.8), граничные условия на контурах запишем в виде

$$2\operatorname{Re}[s_3\varphi_3(t_3)] = f_3(t_3) \quad (1.9)$$

где $s_3 = 1$, $f_3(t_3) = - \int_0^t Z_n ds + c$ в случае первой основной задачи; $s_3 = ix$, $f_3(t) = -w^*$ (w^* — заданное значение смещения) для второй основной задачи.

Пусть S является конечной областью, ограниченной контурами L_m ($m = \overline{0, M}$) так, что L_0 охватывает все остальные. Такими же исследованиями, как и в плоской задаче [4], для функции $\varphi_3(z_3)$ получаем выражение

$$\varphi_3(z_3) = \sum_{m=1}^M A_{3m} \ln(z_3 - z_{3m}) + \varphi_{30}(z_3) \quad (1.10)$$

где

$$A_{3m} = - \frac{iZ_m}{4\pi} \quad (1.11)$$

Z_m — главный вектор усилий, приложенных к контуру L_m перпендикулярно к плоскости Oxy ; $\varphi_{30}(z_3)$ — функция голоморфная в области S_3 , ограниченной контурами L_{3m} , получаемыми из L_m аффинным преобразованием $z_3 = x + \mu_3 y$; z_{3m} — произвольные точки внутри L_{3m}

Если область S бесконечная (L_0 уходит в бесконечность полнотью), то

$$\varphi_3(z_3) = \Gamma_3 z_3 + \sum_{m=1}^M A_{3m} \ln(z_3 - z_{3m}) + \varphi_{30}(z_3) \quad (1.12)$$

Здесь

$$\Gamma_3 = \frac{\tau_{xx} + \mu_3 \tau_{yy}}{\mu_3 - \mu_2} \quad (1.13)$$

$\varphi_{30}(z_3)$ — функция, голоморфная в области S_3 , включая и точку $z_3 = \infty$.

Если тело ортотропно и главные направления упругости совпадают с направлениями осей x, y , то

$$a_{45} = 0; a_{44} = 1/G_{yz}; a_{35} = 1/G_{xz}; \mu_2 = i\beta_2; \beta_3 = \sqrt{G_{xz}/G_{yz}}, \alpha = \sqrt{1/G_{yz}G_{xz}} \quad (1.14)$$

где G_{xz}, G_{yz} — модули сдвига для соответствующих направлений.

В случае изотропного тела

$$a_{45} = 0; a_{44} = a_{35} = \alpha = 1/G; \mu_2 = i; \pi(x, y) = -2\operatorname{Re} \left[\frac{i}{G} \varphi(z) \right], \tau_{yz} = 2\operatorname{Re} \Phi(z) \\ \tau_{xx} = -2\operatorname{Re} i\Phi(z) \quad (1.15)$$

§ 2. Пусть конечная многосвязная область S разрезана вдоль некоторой прямой отрезками $a_n b_n$ ($n = \overline{1, N}$) (следы „туннельных“ трещин) (фиг. 1). Исходя из формулы (1.10), для $\Phi_3(z_3)$ имеем

$$\Phi_3(z_3) = A_{3L}(z_3) + A_{3L}(z_3) + \Phi_{30}(z_3) \quad (2.1)$$

где

$$A_3(z_3) = \sum_{m=1}^M \frac{A_{3m}}{z_3 - z_{3m}}; A_{3L} = \sum_{n=1}^N \frac{A_{3n}^0}{z_3 - z_{3n}^0} \quad (2.2)$$

$A_{3n}^0 = -\frac{iZ_n^0}{4\pi}$; Z_n^0 — главный вектор внешних усилий на разрезе $a_n b_n$; z_{3n}^0 — точка приложения их равнодействующей; $\Phi_{30}(z_3)$ — функция, кусочно-голоморфная в области S

с линией скачков L (разрезы вдоль вещественной оси при аффинном преобразовании переходят сами в себя).

Учитывая, что на разрезах, где $z_3 = t_3 = t = x$

$$\Phi_3^+(t) + \overline{\Phi_3^+(t)} = \tau_{yz} \quad (2.3)$$

и приводя элементарные преобразования условий (2.3), получим

$$[\Phi_{30}(t) - \overline{\Phi_{30}(t)}]^+ - [\Phi_{30}(t) - \overline{\Phi_{30}(t)}]^- = 2p(t) \\ [\Phi_{30}(t) + \overline{\Phi_{30}(t)}]^+ + [\Phi_{30}(t) - \overline{\Phi_{30}(t)}]^- = 2g(t) - 2A_3(t) - 2\overline{A_3(t)} \quad (2.4)$$

Здесь

$$p(t) = f_0^+(t) - f_0^-(t); g(t) = f_0^+(t) + f_0^-(t); f_0(t) = \tau_{yz} - A_{3L}(t) - \overline{A_{3L}(t)} \quad (2.5)$$

Следуя Мусхелишвили [5], введем функции

$$R_3(z_3) = \frac{\Phi_{30}(z_3) + \overline{\Phi_{30}(z_3)}}{2}; \quad Q_3(z_3) = \frac{\Phi_{30}(z_3) - \overline{\Phi_{30}(z_3)}}{2} \quad (2.6)$$

Тогда граничные условия (2.4) примут вид

$$Q_3^+(t) - Q_3^-(t) = p(t); \quad R_3^+(t) + R_3^-(t) = g(t) - A_3(t) - \overline{A_3(t)} \quad (2.7)$$

Решая краевые задачи (2.7) так же, как и в работе [1], находим

$$Q_3(z_3) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{p(t)dt}{t-z_3} + F_1(z_3) + \Psi_1(z_3) - \overline{\Psi_3(z_3)}$$

$$R_3(z_3) = \frac{1}{2\pi i X(z_3)} \int_L \frac{X(t)[g(t) - A_3(t) - \overline{A_3(t)}] dt}{t-z_3} +$$

$$+ \frac{F_2(z_3) + \Psi_2(z_3) + \overline{\Psi_4(z_3)}}{X(z_3)} \quad (2.8)$$

где

$$X(z_3) = \prod_{n=1}^N \sqrt{(z_3 - a_n)(z_3 - b_n)} \quad (2.9)$$

$\Psi_1(z_3)$ — функции, голоморфные в области, ограниченной контурами L_{3m} ($m = \overline{1, M}$); $F_p(z_3)$ — функции, голоморфные внутри L_{30} .

Из равенств (2.6) следует, что

$$Q_3(z_3) = -\overline{Q_3(z_3)}; \quad R_3(z_3) = \overline{R_3(z_3)} \quad (2.10)$$

Подставляя функции (2.8) в условия (2.10), получим

$$F_1(z_3) = -\overline{F_1(z_3)}; \quad F_2(z_3) = \overline{F_2(z_3)} \quad (2.11)$$

$$\Psi_3(z_3) = \overline{\Psi_1(z_3)}; \quad \Psi_4(z_3) = \overline{\Psi_2(z_3)} \quad (2.12)$$

Учитывая равенства (2.8) — (2.12) и вычисляя интегралы от $X(t)[A_3(t) + \overline{A_3(t)}]$, для $\Phi_3(z_3)$ находим

$$\Phi_3(z_3) = A_{3L}(z_3) + \frac{A_3(z_3) - \overline{A_3(z_3)}}{2} + \frac{D_3(z_3)}{X(z_3)} +$$

$$+ \frac{F_2(z_3) + \Psi_2(z_3) + \overline{\Psi_2(z_3)}}{X(z_3)} + F_1(z_3) + \Psi_1(z_3) - \overline{\Psi_1(z_3)} + f_1(z_3) \quad (2.13)$$

Здесь

$$D_3(z_3) = \sum_{m=1}^n \frac{A_{3m}}{2} \left[\frac{X(z_{3m})}{z_3 - z_{3m}} + \frac{X(\overline{z_{3m}})}{z_3 - \overline{z_{3m}}} \right]$$

$$f_1(z_3) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{p(t)dt}{t-z_3} + \frac{1}{2\pi i X(z_3)} \int_L \frac{X(t)g(t)dt}{t-z_3} \quad (2.14)$$

Функции $F_1(z_3)$, $F_2(z_3)$, голоморфные внутри L_{30} , представимы в виде разложений по степеням z_3 , причем в силу равенств (2.11)

$$F_1(z_3) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z_3^k \quad F_2(z_3) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k z_3^k \quad (2.15)$$

где c_k, d_k — вещественные постоянные.

Неизвестные функции $\Psi_1(z_3)$ и $\Psi_2(z_3)$, а также $F_1(z_3)$ и $F_2(z_3)$ находятся из граничных условий на контурах L_m ($m=0, M$) и условий голоморфности комбинации $X(z_3)\Psi_1(z_3) - \bar{\Psi}_2(z_3)$ в точках \bar{z}_{3m} [1].

Аналогичными исследованиями в случае бесконечной области для $\Phi_3(z_3)$ опять получим формулу (2.13), где нужно принять

$$F_1(z_3) = ic_{30}; \quad F_2(z_3) = \sum_{k=0}^N d_{3, N-k} z_3^k \quad (2.16)$$

причем из условий на бесконечности находим

$$c_{30} = \frac{\tau_{xz}^{\infty}}{2\beta_3} + \frac{a_2 \tau_{yz}^{\infty}}{2\beta_3}; \quad d_{30} = \frac{\tau_{yz}^{\infty}}{2}; \quad d_{31} = \frac{Z - d_{30}(a_1 + b_1 + \dots + a_N + b_N)}{2} \quad (2.17)$$

Z — главный вектор всех усилий, приложенных к телу. Остальные коэффициенты d_{3k} находятся из условий однозначности перемещений w при полном обходе по замкнутым контурам, окружающим каждый из разрезов $a_n b_n$. Эти условия имеют вид

$$2\operatorname{Re} \int_{a_n b_n} \frac{[\Psi_3(t) + \bar{\Psi}_2(t) + D_3(t) + F_2(t)] dt}{X(t)} + \operatorname{Re} \int_{a_n b_n} [f_1^+(t) - f_1^-(t)] dt = 0 \quad (n = \overline{1, N}) \quad (2.18)$$

Из системы (2.18) линейных алгебраических уравнений относительно d_{3k} находятся коэффициенты полинома $F_2(z_3)$. Если d_{31} вычисляется по формуле (2.17), то в системе (2.18) нужно оставлять $N-1$ уравнение.

Если имеет место геометрическая симметрия области S относительно линии разрезов, то $\Psi_i(z_3)$ и $\bar{\Psi}_i(z_3)$ определены в одних и тех же областях [1]. Поэтому $\Phi_3(z_3)$ можно записать в виде

$$\Phi_3(z_3) = A_{3L}(z_3) + \frac{A_3(z_3) - \bar{A}_3(z_3)}{2} + \frac{D_3(z_3)}{X(z_3)} + \frac{F_2(z_3) + \Psi_2(z_3)}{X(z_3)} + F_1(z_3) + \Psi_1(z_3) + f_1(z_3) \quad (2.19)$$

причем

$$\Psi_1(z_3) = -\bar{\Psi}_1(z_3); \quad \Psi_2(z_3) = \bar{\Psi}_2(z_3) \quad (2.20)$$

В этом случае для определения $\Psi_i(z_3)$, $F_i(z_3)$ нужно удовлетворять граничным условиям на контурах L_m и условиям (2.11), (2.20).

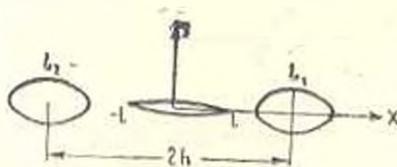
Вблизи контуров разреза $a_k b_k$

$$X(z_3) = \pm \sqrt{2l_k z_3^k} X^*(c \pm z_3^k), \quad \Phi_3(z_3) = \frac{k_3}{2\sqrt{2z_3^k}} + O(1) \quad (2.21)$$

$$k_3^{\pm} = \frac{2}{\sqrt{l_k} X^*(c)} \left| D_3(c) + F_2(c) + \Psi_2(c) + \bar{\Psi}_2(c) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{X(t)g(t)dt}{t-c} \right| \quad (2.22)$$

где l_k — длина разреза; c — аффикс любого из концов; z_3^1 — малая величина; $O(1)$ — ограниченная величина; k_2 — коэффициент интенсивности напряжений для антиплоской деформации; $X^*(z_3)$ — это $X(z_3)$ без множителя $\sqrt{(z_3 - a_k)(z_3 - b_k)}$. Верхние знаки относятся к правому, нижние — к левому концу разреза.

§ 3. Пусть ортотропное (в частном случае при $\beta_2 = 1$ изотропное) тело, находящееся в условиях антиплоской деформации, ослаблено двумя одинаковыми продольными эллиптическими полостями и центральной прямолинейной «туннельной» трещиной между ними (фиг. 2). Как частный случай, будем рассматривать такое тело с одной правой полостью и трещиной. Обозначим контуры эллиптических отверстий сечения, их полуоси, расстояние между их центрами,



Фиг. 2

длину трещины соответственно через $L_1, L_2, a, b, 2h, 2l$ (фиг. 2). Будем предполагать, что линия трещины совпадает с главным направлением упругости. Полости и трещины свободны от усилий, на бесконечности действуют усилия $\tau_{xy}^{\infty} = p, \tau_{xz} = 0$.

В силу геометрической, упругой и силовой симметрии относительно осей координат

$$\Phi_3(z_3) = \bar{\Phi}_3(z_3); \quad \Phi_3(z_3) = \Phi_3(-z_3) \quad (3.1)$$

Из последних равенств следует, что $\Psi_1(z_3) = 0$. Если, кроме того, учитывать, что $p(t) = g(t) = 0, c_{30} = d_{31} = 0$, то для $\Phi_3(z_3)$ получим

$$\Phi_3(z_3) = \frac{d_{30} z_3}{X(z_3)} + \frac{\Psi_2(z_3)}{X(z_3)} \quad (3.2)$$

где

$$X(z_3) = \sqrt{z_3^2 - l^2}; \quad d_{30} = p/2; \quad z_3 = x + i\beta_2 y \quad (3.3)$$

$\Psi_2(z_3)$ — функция, голоморфная вне контуров L_1, L_2 .

Отображая внешность единичного круга на внешности эллипсов по формулам

$$z_3 - h = R_3 \left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3} \right); \quad z_3 + h = R_3 \left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3} \right) \quad (3.4)$$

где

$$R_3 = (a + \beta_2 b)/2; \quad m_3 = (a - \beta_2 b)/(a + \beta_2 b)$$

и учитывая указанные выше симметрию напряженного состояния, для функции окончательно находим

$$\Phi_3(z_3) = \frac{d_{30} z_3}{X(z_3)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{X(z_3)} \left(\frac{1}{\zeta_3^k} + \frac{r(-1)^{k+1}}{\zeta_3^k} \right) \quad (3.5)$$

Здесь b_k — вещественные коэффициенты; r — постоянная, равная 0 или 1 для случаев одной или двух полостей соответственно.

Удовлетворяя граничному условию (1.9) на контуре правой полости (при этом в случае двух полостей в силу использованной симметрии граничное условие на контуре левой полости будет удовлетворяться автоматически), для определения b_k получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} (B_{k-1} - m_3 B_{k+1}) b_k &= 0 \\ \sum_{k=1}^{\infty} [(1 - z_k^2 m_2) B_{k+1} - m_3 B_{k-n+1} + (1 + m_3^2) r (D_{k-n-1} - \\ &- m_3 D_{k-n+1})] b_k + \sum_{k=1}^{n-1} (1 - z_k^2) m_2^2 B_{k-1} b_{n-k} - \\ &- \sum_{k=1}^{n+1} m_2^{n-1} B_{k-1} b_{n-k+2} + \sum_{k=n}^{\infty} (1 - z_k^2) m_2 B_{k-n+1} b_k - \\ &- \sum_{k=n+2}^{\infty} B_{k-n-1} b_k = -d_{30} (1 + m_3^2) (B_{1n-1} - m_3 B_{1n+1}) \quad (n = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (3.6)$$

где B_n, B_{1n}, D_{kn} — коэффициенты разложений функций $X^{-1}(z_3), z_3 X^{-1}(z_3), (-1)^{k+1} X^{-1}(z_3) [z_2(z_3)]^{-k}$ в ряды по полиномам Фабера для эллипса L_1 . Они вычисляются через коэффициенты Фурье, которые в свою очередь находятся численным интегрированием [2].

Первое уравнение системы (3.6) представляет собой условие однозначности переменных при обходе по замкнутому контуру, окружающему правую полость, или, все равно, что условие равенства нулю вычета функции $\Phi_3(z_3)$ в точке $z_3 = h$.

После решения системы (3.6) функция (3.5) будет известной, что позволит вычислить напряжения (1.6). Для нахождения же коэффициентов интенсивности напряжений в соответствии с формулой (2.22) имеем

$$k_k^{\pm} = 2d_{30} \sqrt{l} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2b_k}{\sqrt{l}} \left| \frac{1}{z_1^k(\pm l)} + \frac{r(-1)^{k+1}}{z_2^k(\pm l)} \right|$$

Верхние знаки относятся к правому, нижние — к левому концу трещины.

Полагая в приведенных формулах при расчетах $\beta_3 = 1$, получим решение задачи для изотропного тела с круговыми (если $a = b$) или эллиптическими полостями.

Ниже приводятся некоторые из полученных результатов численных исследований для изотропного и ортотропного тела. Коэффициенты интенсивности напряжений даны с точностью до множителя $\rho \sqrt{l}$, напряжения — с точностью до множителя ρ .

В табл. 1, 2 и 3 приведены значения коэффициента интенсивности напряжений соответственно для случаев изотропного тела с

круговыми, эллиптическими полостями и ортотропного тела с круговыми полостями. При этом $\epsilon = l/(h-a)$; в табл. 2 принималось, что $h/a = 1,25$, $\epsilon = 0,5$.

Таблица 1

ϵ	k_1	h/a							
		Одна полость				Две полости			
		2	1,5	1,25	1,1	2	1,5	1,25	1,1
0,001	k_{2+}	1,250	1,445	1,640	1,887	1,544	2,081	2,866	4,509
	k_{2-}	1,250	1,444	1,640	1,765				
0,1	k_{2+}	1,264	1,461	1,655	1,836	1,548	2,087	2,984	4,523
	k_{2-}	1,239	1,431	1,629	1,821				
0,3	k_{2+}	1,306	1,510	1,700	1,873	1,582	2,137	2,967	4,649
	k_{2-}	1,225	1,415	1,618	1,822				
0,5	k_{2+}	1,376	1,590	1,781	1,948	1,661	2,258	3,147	4,961
	k_{2-}	1,222	1,412	1,621	1,836				
0,8	k_{2+}	1,647	1,899	2,110	2,292	2,045	2,823	4,006	6,455
	k_{2-}	1,246	1,444	1,668	1,908				
0,9	k_{2+}	1,941	2,240	2,490	2,690	2,486	3,489	5,032	8,169
	k_{2-}	1,272	1,479	1,712	1,958				

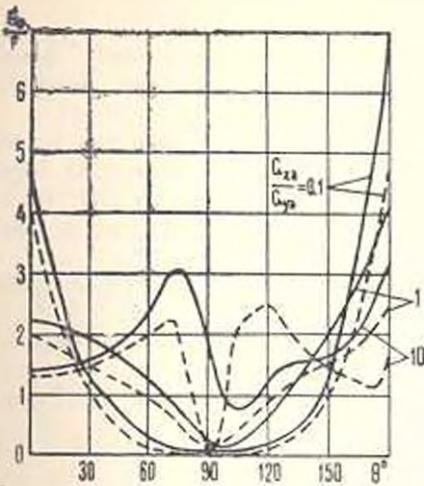
Таблица 2

К-во полостей	k_2	h/a							
		10	5	2	1	0,5	0,2	0,1	0,01
1	k_{1+}	1,167	1,247	1,499	1,871	2,002	2,065	2,026	1,956
	k_{1-}	1,100	1,217	1,433	1,621	1,709	1,670	1,640	1,592
2	k_{2+}	2,010	2,313	2,703	3,141	3,315	3,179	3,031	2,845

Таблица 3

Кол-во полостей	k_2	ϵ	G_{xz}/G_{yz}					
			20	10	2	1	0,5	0,1
1	k_{1+}	0,5	1,27	1,36	1,64	1,78	1,91	2,07
		0,8	1,48	1,58	1,93	2,11	2,30	2,62
		0,9	1,76	1,84	2,26	2,49	2,71	3,17
	k_{1-}	0,5	1,24	1,31	1,53	1,62	1,68	1,71
		0,8	1,28	1,37	1,59	1,67	1,72	1,74
		0,9	1,29	1,38	1,63	1,71	1,77	1,79
2	k_{2+}	0,5	2,36	2,53	2,98	3,15	3,27	3,28
		0,8	3,06	3,32	3,82	4,01	4,15	4,28
		0,9	3,44	4,01	4,81	5,03	5,19	5,41

На фиг. 3 изображены графики распределения нормальных напряжений σ_x на площадках, перпендикулярных к контуру правой круговой полости для различных ортотропных материалов. При этом



Փիգ. 3

считалось, что $\nu = 0.5$. Сплошные и штриховые линии относятся соответственно к телу с двумя и одной полостью и трещиной.

Из таблицы и графиков следует, что при сближении контуров отверстий и трещины друг с другом наблюдается большой рост концентрации напряжений и коэффициента интенсивности напряжений. Этот рост особенно значительный в случае двух полостей. С уменьшением отношения модулей сдвига G_{xz}/G_{yz} концентрация напряжений и коэффициент интенсивности напряжений растут.

ՃԱՔԵՐՈՎ ԲԱԶՄԱԿԱՊ ԽԱՐՄԻ ՀԱՍԱՀԱՐԹ ԴԵՖՈՐՄԱԿՈՆ

Ու. Ա. ԿԱԼՈՅԵՐՈՎ

Ս. մ փ ո փ ո ս մ

Ստացված է բազմակապ անիզոտրոպ կամ իզոտրոպ մարմնի համար հակահարթ դեֆորմացիայի կամպլեքս պոտենցիալի ընդհանուր արտահայտությունը: Կամպլեքս պոտենցիալը պարունակում է փակ եզրագծերի վրա եզրային և որոշ լրացուցիչ պայմաններից որոշված երկու հոլոմորֆ ֆունկցիաներ: Բերված է թվային հետազոտության մեկ կամ երկու խոռոչներ և ճաքեր ունեցող մարմնի համար:

ANTI-PLANE DEFORMATION OF MULTIPLY CONNECTED BODIES WITH CRACKS

S. A. KALOYEROV

S u m m a r y

The common expression of the complex potential of anti-plane deformation for the multiply connected anisotropic or isotropic body is obtained. Complex potential contains two holomorphic functions, defined on the boundary conditions on the reserved contours and some additional conditions.

Numerical investigations were carried out for the body with one or two cavities and cracks.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калоеров С. А. Задача теории упругости для многосвязных пластинок с отверстиями и внутренними трещинами.—Теоретическая и прикладная механика, Киев-Донецк: Вища школа, Головное изд-во, 1982. вып. 13, с. 31—42.
2. Космодамианский А. С., Калоеров С. А. Температурные напряжения в многосвязных пластинках.—Киев-Донецк: Вища школа, Головное изд-во, 1983. 159 с.
3. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела.—М.: Наука, 1977. 415 с.
4. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.—М.: Наука, 1966. 707 с.
5. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.—М.: Наука, 1968. 511 с.
6. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами.—Киев: Наукова думка, 1981. 321 с.
7. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения.—В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2, с. 83—203.

Донецкий государственный
университет

Поступила в редакцию
14.11. 1983