ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXXVIII, № 4, 1985 Механика

УДК 548.0 : 539.376

К ВОПРОСУ О РЕОЛОГИИ МОНОКРИСТАЛЛОВ

СИМОНЯН А. М., СИМОНЯН Н. М.

Прогнозирование ползучести кристаллов вообще весьма затруднительно при рассмотрении сложного напряженного состояния, изменяющегося во времени по произвольному закону. Для обобщения реологических соотношений при одноосном напряженном состоянии на случай сложного напряженного состояния обычно принимается предположение об изотропном упрочнении материала ([1] стр. 334), то есть выбираются какие-либо инварианты, определяющиеся тензорами напряжений и деформаций, и затем соотношения для этих инвариантов, легко проверяемые при одноосном напряженном состоянии, оставляются в силе и для сложного напряженного состояния. Однако, обобщения такого рода оказываются оправданными редко и лишь при определенных программах изменения напряженного состояния во времени.

В настоящей работе строятся реологические соотношения для монокристаллов с гранецентрированной кубической решеткой на основе концепции скольжения дислокаций, которая получила частные подтверждения в работе [2] и согласно которой разница при рассмотрении осевого или сложного напряженного состояния не является принципиальной.

Основными гипотезами здесь приняты следующие:

1. Деформации ползучести имеют место лишь за счет скольжения дислокаций в системе плоскостей {111} в системе направлений $<110>$.

2. Скольжение дислокаций в некоторой системе скольжения, то есть в некоторой плоскости из системы плоскостей {111} и в некотором направлении из системы направлений $<110>$ (например, в системе скольжения (111) $[01\bar{1}]$, определяется лишь историей изменения касательного напряжения, соответствующего этой системе скольжения.

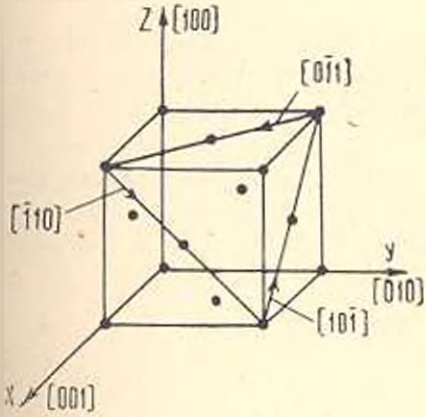
3. Сопротивляемость кристалла скольжению во всех системах скольжения одна и та же.

1. Получение основных формул

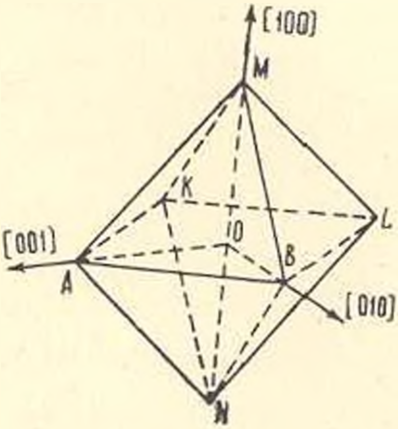
Рассмотрим гранецентрированный кубический кристалл, элемент которого показан на фиг. 1. Положим, что он находится в сложном напряженном состоянии, определяемом тензором напряжений

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

Определим касательные напряжения, соответствующие системам скольжения, показанным на фиг. 2, где каждая грань является плоскостью скольжения, а каждое ребро—направлением скольжения. Поскольку в каждой грани имеется три направления скольжения и всего четыре



Фиг. 1



Фиг. 2

грани, не параллельные друг другу, то получается 12 систем скольжения. Соответственные им касательные напряжения определяются по формулам

$$\tau_{AB}(AMB) = \tau_{[01\bar{1}]}(111) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_y - \sigma_x + \tau_{yz} - \tau_{zx})$$

$$\tau_{AM}(AMB) = \tau_{[\bar{1}01]}(111) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_x - \sigma_z - \tau_{yz} + \tau_{xy})$$

$$\tau_{BM}(AMB) = \tau_{[1\bar{1}0]}(111) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_z - \sigma_x - \tau_{xy} + \tau_{zx})$$

$$\tau_{BL}(BML) = \tau_{[01\bar{1}]}(11\bar{1}) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_x - \sigma_y - \tau_{yz} - \tau_{zx})$$

$$\tau_{LM}(BML) = \tau_{[101]}(11\bar{1}) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_z - \sigma_x + \tau_{yz} + \tau_{xy})$$

$$\tau_{MB}(BML) = \tau_{[\bar{1}10]}(11\bar{1}) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_y - \sigma_z - \tau_{xy} + \tau_{zx})$$

$$\tau_{LK}(LMK) = \tau_{[011]}(1\bar{1}\bar{1}) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_y - \sigma_x - \tau_{yz} + \tau_{zx})$$

$$\tau_{KM}(LMK) = \tau_{[110]}(1\bar{1}\bar{1}) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_z - \sigma_y - \tau_{xy} - \tau_{zx})$$

$$\tau_{ML}(LMK)=\tau_{[10\bar{1}]}(\bar{1}\bar{1}1)=\frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_x-\sigma_z+\tau_{yz}+\tau_{xy})$$

$$\tau_{KL}(AMK)=\tau_{[011]}(\bar{1}11)=\frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_x-\sigma_y+\tau_{yz}+\tau_{zx})$$

$$\tau_{AM}(AMK)=\tau_{[10\bar{1}]}(1\bar{1}1)=\frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_z-\sigma_x-\tau_{yz}+\tau_{xy})$$

$$\tau_{MK}(AMK)=\tau_{[\bar{1}\bar{1}0]}(1\bar{1}1)=\frac{1}{\sqrt{6}}(\sigma_y-\sigma_z-\tau_{xy}-\tau_{zx}) \qquad (1.1)$$

Из формул (1.1) можно видеть, что касательные напряжения, соответствующие системам скольжения, связаны друг с другом семью соотношениями, поскольку они определяются уже при задании 5 величин $\sigma_x-\sigma_y$, $\sigma_y-\sigma_z$, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}.

Согласно первой группе этих соотношений, сумма касательных напряжений в каждой плоскости скольжения в направлениях, соответствующих обходу контура грани октаэдра (фиг. 2) против часовой стрелки, равна нулю:

$$\tau_{[01\bar{1}]}(111)+\tau_{[\bar{1}01]}(111)+\tau_{[1\bar{1}0]}(111)=0$$

$$\tau_{[011]}(1\bar{1}1)+\tau_{[10\bar{1}]}(11\bar{1})+\tau_{[\bar{1}10]}(11\bar{1})=0$$

$$\tau_{[0\bar{1}1]}(1\bar{1}1)+\tau_{[110]}(\bar{1}\bar{1}1)+\tau_{[\bar{1}01]}(\bar{1}\bar{1}1)=0 \qquad (1.2)$$

$$\tau_{[011]}(\bar{1}11)+\tau_{[101]}(\bar{1}11)+\tau_{[\bar{1}\bar{1}0]}(\bar{1}11)=0$$

Согласно второй группе соотношений, сумма касательных напряжений в направлениях, соответствующих обходу оснований октаэдра против часовой стрелки в плоскостях, лежащих по одну сторону от оснований октаэдра, равна нулю. При использовании напряжений, фигурирующих в (1.1), эта группа соотношений запишется так:

$$\tau_{[01\bar{1}]}(111)+\tau_{[01\bar{1}]}(11\bar{1})+\tau_{[01\bar{1}]}(\bar{1}\bar{1}1)+\tau_{[01\bar{1}]}(111)=0$$

$$\tau_{[\bar{1}01]}(111)+\tau_{[10\bar{1}]}(11\bar{1})-\tau_{[\bar{1}0\bar{1}]}(\bar{1}\bar{1}1)-\tau_{[10\bar{1}]}(1\bar{1}1)=0$$

$$\tau_{[1\bar{1}0]}(111)-\tau_{[\bar{1}10]}(11\bar{1})-\tau_{[110]}(\bar{1}\bar{1}1)+\tau_{[110]}(\bar{1}11)=0 \qquad (1.3)$$

Согласно 2-й и 3-й гипотезам скольжение дислокаций в некоторой системе скольжения определяется лишь историей изменения соответствующего касательного напряжения, и, следовательно, справедливы уравнения

$$\gamma_{[01\bar{1}]}(111)=\Phi[\tau_{[01\bar{1}]}(111)];\quad \gamma_{[\bar{1}01]}(111)=\Phi[\tau_{[\bar{1}01]}(111)];\ \ldots \qquad (1.4)$$

где Φ—некоторый оператор по времени; γ—часть деформации сдвига, вызванная скольжением лишь в соответствующей системе скольжения, а не деформация сдвига, соответствующая данной системе скольжения, что существенно, так как скольжение в некоторой другой системе скольжения также дает вклад в деформацию сдвига в данной системе скольжения.

Используя 3-ю гипотезу, запишем также очевидные соотношения

$$\Phi[\tau_{[01\bar{1}]}(111)] = \Phi[-\tau_{[0\bar{1}1]}(111)] = -\Phi[\tau_{[0\bar{1}1]}(111)]$$

$$\Phi[\tau_{[\bar{1}01]}(111)] = \Phi[-\tau_{[10\bar{1}]}(111)] = -\Phi[\tau_{[10\bar{1}]}(111)] \qquad (1.5)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

С помощью выбора оператора Φ можно описывать реологию кристалла, происходящую по произвольным законам.

Например, для описания идеальной пластичности достаточно принять

$$\Phi[\lambda(t)] = 0, \quad \text{если} \quad |\lambda(\xi)| < \tau_s, \quad 0 < \xi < t \qquad (1.6)$$

$\Phi[\lambda(t)] \neq 0$, если имеется ξ из $[0, t]$, для которого $|\lambda(\xi)| = \tau_s$, τ_s — критическое касательное напряжение.

Запишем выражение для деформаций в ортогональных координатах x, y, z, как для сумм вкладов от скольжений:

$$\sqrt{6}\,\varepsilon_x = \gamma_{[1\bar{1}0]}(111) - \gamma_{[\bar{1}01]}(111) + \gamma_{[101]}(11\bar{1}) - \gamma_{[1\bar{1}0]}(1\bar{1}\bar{1}) +$$
$$+ \gamma_{[110]}(\bar{1}11) - \gamma_{[\bar{1}0\bar{1}]}(\bar{1}\bar{1}1) + \gamma_{[10\bar{1}]}(\bar{1}\bar{1}1) - \gamma_{[\bar{1}\bar{1}0]}(1\bar{1}1)$$

$$\sqrt{6}\,\varepsilon_y = \gamma_{[01\bar{1}]}(111) - \gamma_{[1\bar{1}0]}(111) + \gamma_{[\bar{1}10]}(11\bar{1}) - \gamma_{[0\bar{1}\bar{1}]}(11\bar{1}) -$$
$$- \gamma_{[011]}(1\bar{1}1) + \gamma_{[\bar{1}\bar{1}0]}(1\bar{1}1) + \gamma_{[0\bar{1}1]}(\bar{1}\bar{1}1) - \gamma_{[110]}(\bar{1}\bar{1}1)$$

$$\sqrt{6}\,\varepsilon_z = \gamma_{[\bar{1}01]}(111) - \gamma_{[01\bar{1}]}(111) + \gamma_{[011]}(1\bar{1}\bar{1}) - \gamma_{[\bar{1}01]}(111) +$$
$$+ \gamma_{[101]}(\bar{1}\bar{1}1) - \gamma_{[0\bar{1}1]}(\bar{1}\bar{1}1) + \gamma_{[0\bar{1}1]}(11\bar{1}) - \gamma_{[101]}(11\bar{1})$$

$$\sqrt{6}\,\gamma_{xy} = \gamma_{[01\bar{1}]}(111) - \gamma_{[\bar{1}01]}(111) - \gamma_{[0\bar{1}1]}(11\bar{1}) + \gamma_{[101]}(11\bar{1}) -$$
$$- \gamma_{[0\bar{1}1]}(111) + \gamma_{[\bar{1}0\bar{1}]}(1\bar{1}\bar{1}) + \gamma_{[011]}(\bar{1}\bar{1}1) - \gamma_{[10\bar{1}]}(1\bar{1}1)$$

$$\sqrt{6}\,\gamma_{yz} = -\gamma_{[1\bar{1}0]}(111) + \gamma_{[\bar{1}01]}(111) - \gamma_{[110]}(11\bar{1}) + \gamma_{[101]}(11\bar{1}) +$$
$$+ \gamma_{[\bar{1}0\bar{1}]}(1\bar{1}\bar{1}) - \gamma_{[110]}(\bar{1}\bar{1}1) - \gamma_{[\bar{1}10]}(\bar{1}11) + \gamma_{[10\bar{1}]}(1\bar{1}1)$$

$$\sqrt{6}\,\gamma_{zx} = -\gamma_{[01\bar{1}]}(111) + \gamma_{[\bar{1}10]}(111) + \gamma_{[110]}(11\bar{1}) - \gamma_{[011]}(11\bar{1}) +$$
$$+ \gamma_{[0\bar{1}1]}(1\bar{1}\bar{1}) - \gamma_{[110]}(1\bar{1}\bar{1}) + \gamma_{[011]}(1\bar{1}1) - \gamma_{[\bar{1}10]}(\bar{1}11) \qquad (1.7)$$

При использовании (1.7), (1.4), (1.5) и (1.1) окончательно получим следующие соотношения между деформациями и напряжениями в монокристалле с гранецентрированной кубической структурой в ортогональных координатах x, y, z, оси которых совпадают соответственно с кристаллографическими осями [001]; [010] и [100]

$$\varepsilon_x = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi\left[\frac{\sigma_x - \sigma_y + (-1)^i \tau_{yz} + (-1)^j \tau_{zx}}{\sqrt{6}}\right] + \right.$$
$$\left. + \Phi\left[\frac{\sigma_x - \sigma_z + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j \tau_{yz}}{\sqrt{6}}\right]\right\}$$

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_y &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi \left[\frac{\sigma_y - \sigma_x + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j \tau_{yz}}{\sqrt{6}} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \Phi \left[\frac{\sigma_y - \sigma_z + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j \tau_{zx}}{\sqrt{6}} \right] \right\} \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi \left[\frac{\sigma_z - \sigma_x + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j \tau_{yz}}{\sqrt{6}} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \Phi \left[\frac{\sigma_z - \sigma_y + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j \tau_{zx}}{\sqrt{6}} \right] \right\} \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi \left[\frac{\tau_{xy} + (-1)^i \tau_{zx} + (-1)^j (\sigma_y - \sigma_z)}{\sqrt{6}} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \Phi \left[\frac{\tau_{xy} + (-1)^i \tau_{yz} + (-1)^j (\sigma_x - \sigma_z)}{\sqrt{6}} \right] \right\} \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi \left[\frac{\tau_{yz} + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j (\sigma_x - \sigma_z)}{\sqrt{6}} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \Phi \left[\frac{\tau_{yz} + (-1)^i \tau_{zx} + (-1)^j (\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{6}} \right] \right\} \\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j}^{1,2} \left\{ \Phi \left[\frac{\tau_{zx} + (-1)^i \tau_{xy} + (-1)^j (\sigma_y - \sigma_z)}{\sqrt{6}} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \Phi \left[\frac{\tau_{zx} + (-1)^i \tau_{yz} + (-1)^j (\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{6}} \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{1.8}
$$

где суммирование производится по всем комбинациям i, j, принимающим значения 1 и 2, то есть каждая из формул (1.8) состоит из восьми слагаемых операторов Φ по соответствующим функциям.

Определение оператора Φ может быть осуществлено при изучении реологии монокристалла в условиях осевого напряженного состояния, если направление осевого напряжения совпадает с одной из осей [100], [010] или [001]. Например, если действует напряжение $\sigma_x(t)$, направление которого, как указано выше, совпадает с осью [001], то согласно (1.8) имеем

$$
\varepsilon_x = \frac{8}{\sqrt{6}} \Phi \left[\frac{\sigma_x(t)}{\sqrt{6}} \right] \tag{1.9}
$$

Таким образом, если деформации одноосной ползучести описываются некоторым выражением

$$
\varepsilon_x = \Pi[\sigma_x(t)] \tag{1.10}
$$

то для построения оператора Φ, с помощью которого описывается ползучесть при любом напряженном состоянии по формулам (1.8), достаточно принять

$$\Phi[\sigma(t)]=\frac{\sqrt{6}}{8}\Pi[\sqrt{6}\,\sigma(t)] \qquad (1.11)$$

При плоском напряженном состоянии в случае, если равны нулю напряжения на площадке с нормалью, совпадающей с одной из осей x, y и z, или, что то же, [001], [010] и [100], уравнения (1.8) записываются более кратко. Например, если $\sigma_z=\tau_{zx}=\tau_{yz}=0$, то

$$\varepsilon_x=\frac{2}{\sqrt{6}}\left[2\Phi\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_x+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_x-\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)\right]$$

$$\varepsilon_y=\frac{2}{\sqrt{6}}\left[2\Phi\left(\frac{\sigma_y-\sigma_x}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_y+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_y-\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)\right]$$

$$(1.12)$$

$$\varepsilon_z=\frac{2}{\sqrt{6}}\left[\Phi\left(\frac{\sigma_x+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_y+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_x-\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_y-\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)\right]$$

$$\gamma_{xy}=\frac{2}{\sqrt{6}}\left[\Phi\left(\frac{\sigma_y+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\sigma_x+\tau_{xy}}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\tau_{xy}-\sigma_y}{\sqrt{6}}\right)+\Phi\left(\frac{\tau_{xy}-\sigma_x}{\sqrt{6}}\right)\right]$$

$$\gamma_{yz}=\gamma_{zx}=0$$

Если же при плоском или даже при осевом напряженном состоянии площадка или площадки, на которых напряжения равны нулю, имеют нормали, не совпадающие с какой-либо из осей [001], [010] и [100], то следует определить напряжения в системе координат x, y, z и использовать формулы (1.8).

Эти процедуры будут осуществлены для оценки анизотропии реологических свойств монокристалла. Положим, что на монокристалл действует растягивающее напряжение $\sigma(t)$, направление которого с осями [001], [010] и [100] соответствует α, β и δ.

Пользуясь формулами

$$\sigma_x=\sigma\cos^2\alpha,\quad \sigma_y=\sigma\cos^2\beta,\quad \sigma_z=\sigma\cos^2\delta$$

$$\tau_{xy}=\sigma\cos\alpha\cos\beta,\quad \tau_{yz}=\sigma\cos\beta\cos\delta,\quad \tau_{zx}=\sigma\cos\alpha\cos\delta \qquad (1.13)$$

зависимостью осевой деформации ε в направлении действия напряжения σ от деформаций в системе координат x, y, z

$$\varepsilon=\varepsilon_x\cos^2\alpha+\varepsilon_y\cos^2\beta+\varepsilon_z\cos^2\delta+\gamma_{xy}\cos\alpha\cos\beta+\gamma_{yz}\cos\beta\cos\delta+\gamma_{zx}\cos\delta\cos\alpha \qquad (1.14)$$

а также соотношениями (1.8), получим соотношение между ε и σ, определяющее реологическую анизотропию монокристалла

$$\varepsilon(t)=\frac{1}{\sqrt{6}}\Big\{(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\alpha-\cos\beta-\cos\delta)\Phi\left[\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\alpha+\cos\beta)\times\right.$$

$$\left.\times(\cos\alpha-\cos\beta-\cos\delta)\right]+(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\alpha-\cos\beta+\cos\delta)\Phi\left[\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\alpha+\cos\beta)\times\right.$$

$$\left.\times(\cos\alpha-\cos\beta+\cos\delta)\right]+(\cos\alpha-\cos\beta)(\cos\alpha+\cos\beta-\cos\delta)\Phi\left[\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\alpha-\cos\beta)\times\right.$$

$$\times(\cos\alpha+\cos\beta-\cos\delta)\Big|+(\cos\alpha-\cos\beta)(\cos\alpha+\cos\beta+\cos\delta)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\alpha-\cos\beta)\times$$

$$\times(\cos\alpha+\cos\beta+\cos\delta)\Big|+(\cos\beta+\cos\delta)(\cos\beta-\cos\delta+\cos\alpha)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\beta+\cos\delta)\times$$

$$\times(\cos\beta-\cos\delta+\cos\alpha)\Big|+(\cos\beta+\cos\delta)(\cos\beta-\cos\delta-\cos\alpha)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\beta+\cos\delta)\times$$

$$\times(\cos\beta-\cos\delta-\cos\alpha)\Big|+(\cos\beta-\cos\delta)(\cos\beta+\cos\delta-\cos\alpha)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\beta-\cos\delta)\times$$

$$\times(\cos\beta+\cos\delta-\cos\alpha)\Big|+(\cos\beta-\cos\delta)(\cos\beta+\cos\delta+\cos\alpha)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\beta-\cos\delta)\times$$

$$\times(\cos\beta+\cos\delta+\cos\alpha)\Big|+(\cos\delta+\cos\alpha)(\cos\delta-\cos\alpha+\cos\beta)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\delta+\cos\alpha)\times$$

$$\times(\cos\delta-\cos\alpha+\cos\beta)\Big|+(\cos\delta+\cos\alpha)(\cos\delta-\cos\alpha-\cos\beta)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\delta+\cos\alpha)\times$$

$$\times(\cos\delta-\cos\alpha-\cos\beta)\Big|+(\cos\delta-\cos\alpha)(\cos\delta+\cos\alpha+\cos\beta)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\delta-\cos\alpha)\times$$

$$\times(\cos\delta+\cos\alpha-\cos\beta)\Big|+(\cos\delta-\cos\alpha)(\cos\delta+\cos\alpha-\cos\beta)\Phi\Big|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}(\cos\delta-\cos\alpha)\times$$

$$\times(\cos\delta+\cos\alpha-\cos\beta)\Big|\Big| \qquad (1.15)$$

Формула (1.15) позволяет сделать некоторые выводы об анизотропии монокристалла даже без конкретизации оператора Φ. Например, при сравнении реологических свойств монокристалла при действии напряжения σ в направлении [001] ($\cos\alpha=1$, $\cos\beta=\cos\delta=0$), которые определяются вытекающим из (1.15) соотношением

$$\varepsilon(t)=\frac{8}{\sqrt{6}}\Phi\left|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}\right|,\quad \alpha=0,\quad \beta=\delta=\frac{\pi}{2} \qquad (1.16)$$

и реологических свойств при действии напряжения σ в направлении [011] $\left(\cos\alpha=\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \cos\delta=0\right)$, которые, согласно (1.15), определяются соотношением

$$\varepsilon(t)=\frac{4}{\sqrt{6}}\Phi\left|\frac{\sigma(t)}{\sqrt{6}}\right|,\quad \alpha=\beta=\frac{\pi}{4},\quad \delta=\frac{\pi}{2} \qquad (1.17)$$

приходим к заключению, что в направлении [001] монокристалл деформируется в два раза быстрее, чем в направлении [011], независимо от оператора Φ. Этот вывод получил экспериментальное подтверждение при изучении ползучести монокристаллов алюминия при различных программах изменения растягивающего напряжения и температуры [2].

При действии напряжения σ, направленного вдоль оси [111]

$\left(\cos\alpha = \cos\beta = \cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, согласно (1.15), имеем

$$\varepsilon(t) = \frac{6}{\sqrt{6}}\Phi\left[\frac{2\sigma(t)}{3\sqrt{6}}\right], \quad \alpha = \beta = \gamma \tag{1.18}$$

Из сравнения (1.16) и (1.18) видно, что деформативные свойства монокристалла в различных направлениях различаются более, чем в два раза.

Рассмотрим теперь вопрос о пластичности монокристалла. Согласно (1.6) и (1.9), пластичность монокристалла при действии нагрузки вдоль оси x начинается с момента достижения $\frac{\sigma_x}{\sqrt{6}}$ некоторого критического значения τ_s, то есть $\sigma_{x_{тек}} = \sqrt{6}\,\tau_s$, что совпадает с значениями $\sigma_{y_{тек}}$ и $\sigma_{z_{тек}}$. Согласно (1.17) такое же значение предела текучести соответствует растяжению в направлении [011], как и в направлениях [101] и [110]. Если же растягивающее напряжение направлено вдоль оси [111], то, согласно (1.18), предел текучести выше на 50 %.

$$\frac{2\sigma_{[111]тек}}{3\sqrt{6}} = \tau_s, \quad \sigma_{[111]тек} = \frac{3}{2}\sqrt{6}\,\tau_s = 1{,}5\,\sigma_{x_{тек}} \tag{1.19}$$

Условие пластичности при сложном напряженном состоянии запишется так:

$$\max\{|\sigma_i - \sigma_j| + |\tau_{ik}| + |\tau_{jk}|\} = \sigma_{x_{тек}} \tag{1.20}$$

где i, j и k могут принимать значения x, y и z.

2. Обсуждение результатов

Рассмотрим гипотезы, лежащие в основе вышеизложенной реологической теории.

Согласно первой гипотезе движение линейных дислокаций у гранецентрированных кубических кристаллов имеет место лишь в системах скольжения {111} <110>. Движение дислокации в этих системах скольжения имеет теоретические и экспериментальные обоснования ([3], [4] и др.), видимо, является превалирующим, хотя при высоких температурах наблюдается скольжение и в иных системах скольжения ([4], [5]).

Более проблематична справедливость второй гипотезы о зависимости скольжения дислокаций в некоторой системе скольжения только от истории изменения касательного напряжения, соответствующего этой системе скольжения. Как показано в работе [6], гидростатическое давление упрочняюще влияет на пластичность монокристаллов, что не согласуется с данной гипотезой. Однако, здесь следует учесть, что в этих экспериментах [6] влияние гидростатического давления на пластичность проявлялось лишь при значениях гидростатического напряжения, по крайней мере, на порядок больших осевого напряжения, так что при обычных условиях нагружения, когда приложение гидростатического давления не является самоцелью, влиянием шарового тензора напряжения можно пренебречь, как это и имеет место в основных соотношениях (1.8). Следует отметить, что в гипотезе 2 пренебрегается, кроме того, взаимодействие скольжений в разных системах и влияние упрочнения в одной системе скольжения на деформативные свойства в другой системе скольжения.

В работе [7] отмечается существенная анизотропия деформационных свойств гранецентрированных кубических монокристаллов, которая является сходной как в количественном, так и в качественном отношениях для монокристаллов различных металлов, что вообще согласуется с (1.15).

Положим, что у поликристаллов, состоящих из хаотически расположенных зерен гранецентрированных кубических монокристаллов, пластические деформации начинаются с достижением условия пластичности в каком-либо монокристаллическом зерне.

Согласно (1.6), условие пластичности определяется достижением касательного напряжения в какой-либо системе скольжения критического значения τ_0, причем в поликристалле всегда можно найти монокристаллическое зерно с такой ориентацией атомных плоскостей, что в одной из систем скольжения возникает наибольшее касательное напряжение, равное $\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$, где σ_1 и σ_3—наибольшее и наименьшее значения главных напряжений. Отсюда мы получим условие пластичности Треска—Сен-Венана о постоянстве максимального касательного напряжения [8]. Вообще говоря, построение модели внутризеренной ползучести поликристалла на основе реологических свойств монокристаллов, на наш взгляд, может быть осуществлено лишь с чрезвычайной осторожностью, так как деформационные свойства монокристаллов количественно существенно зависят от размера и формы зерен.

3. Иллюстрации использования соотношений (1.8)

Рассмотрим чистый изгиб моментом $M_y(t)$ длинного монокристаллического стержня, сечение которого имеет ось симметрии (фиг. 3), причем оси x, y, z совпадают с кристаллографическими, соответственно обозначениям п. 1. Примем гипотезу плоских недеформируемых сечений

$$\varepsilon_x = \theta(t)z \tag{3.1}$$

и подставим оператор П, описывающий одноосную ползучесть, соответственно теории течения [9]

$$\Pi[x(t)] = k\int_0^t |x(\xi)|^m \operatorname{sign} x(\xi)d\xi \tag{3.2}$$

Используя (1.11), (3.1), (3.2), а также уравнения равновесия

$$\int_F \sigma_x dF = 0, \quad \int_F \sigma_x z dF = M_y \tag{3.3}$$

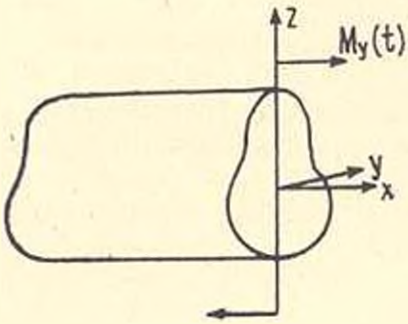
получим

$$\sigma_x(t) = \frac{M_y(t) z^{1/m}}{\int_F |z|^{1/m} z dF} \tag{3.4}$$

где местоположение оси y (или начало отсчета z) определяется условием

$$\int_F |y|^{1/m}\,\mathrm{sign}\,y\; dF = 0 \tag{3.5}$$

то есть распределение напряжений не отличается от изотропного случая.



Фиг. 3

Рассмотрим теперь кручение длинной тонкостенной цилиндрической трубы радиуса r и толщины δ при угле закручивания на единицу длины $\theta(t)$. Переходя к цилиндрическим координатам r, φ, x

$$r = \sqrt{y^2 + z^2}, \quad \mathrm{arctg}\varphi = \frac{z}{y} \tag{3.6}$$

используя очевидные условия

$$\gamma_{\varphi x} = \theta(t), \quad \gamma_{rx} = 0 \tag{3.7}$$

для определения напряжений τ_{yx} и τ_{zx} (остальные напряжения равны нулю) получим

$$2\Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right|\sin\varphi + 2\Phi\left|\frac{\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right|\cos\varphi + \Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)+\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right| \times$$

$$\times(\sin\varphi + \cos\varphi) + \Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)-\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right| = 0 \tag{3.8}$$

$$2\Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right|\cos\varphi - 2\Phi\left|\frac{\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right|\sin\varphi + \Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)+\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right| \times$$

$$\times(\cos\varphi - \sin\varphi) + \Phi\left|\frac{\tau_{yx}(t,\varphi)-\tau_{zx}(t,\varphi)}{\sqrt{6}}\right|(\cos\varphi + \sin\varphi) = \theta(t) \tag{3.9}$$

Крутящий момент определяется по формуле

$$M(t) = \delta r^2 \int_0^{2\pi} [\tau_{yx}(t,\varphi)\cos\varphi - \tau_{zx}(t,\varphi)\sin\varphi] d\varphi \tag{3.10}$$

ՄՈՆՈԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ՌԵՈԼՈԳԻԱՅԻ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ն. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

Ամփոփում

Հիմնվելով դիսլոկացիաների սահքի կոնցեպցիայի վրա, կառուցվում են նիստակենտրոնային խորանարդ ցանցով մոնոբյուրեղների հարաբերակցությունները։

Ընդունված են հետևյալ վարկածները

1. Սողքը տեղի ունի դիսլոկացիաների սահքի պատճառով {111} հարթությունների <110> ուղղությունների համակարգում։

2. Դիսլոկացիաների սահքը՝ սահքի որևէ համակարգում, որոշվում է միայն շոշափող լարման փոփոխման պատմությամբ սահքի այդ համակարգում։

3. Սահքի բոլոր համակարգերում բյուրեղի դիմադրողականությունը սահքին նույնն է։

Ստացված են հարաբերակցություններ դեֆորմացիաների և լարումների միջև բարդ լարվածային վիճակի դեպքում՝ ելնելով նշված կոնցեպցիայից։

ON THE RHEOLOGY OF SINGLE CRYSTALS

A. M. SIMONIAN, N. M. SIMONIAN

Summary

Based on the concept of dislocation slip a rheological relation has been constructed for single crystals with a face-centered cubic lattice. The following hypotheses have been adopted

1. The creep is due to the slip of dislocations in the set of planes {111} and the system of <110> directions.

2. The slip of dislocations in a certain slip system is determined only by the history of shear stress corresponding to this slip system.

3. The resistability of a crystal to the slip is the same in all the slip systems.

The relation between strains and stresses has been obtained by the complex stress state according to this conception.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 714 с.
2. *Симонян А. М.* Исследования ползучести алюминиевых монокристаллов.—Изв. АН АрмССР, Механика, 1979, т. 32, № 6.
3. *Cottrell A. H.* Dislocation and Plastic Flow in Crystals. Oxford: 1953.
4. *Розенберг В. М.* Ползучесть металлов. М.: Металлургия, 1967.
5. *Шмидт Е., Боас В.* Пластичность кристаллов. М.–Л.: ГОНТИ, 1938.
6. *Spitzig W.* A Effect of Hydrostatic Pressure on Plastic Flow Properties of Iron Single Crystals. Acta Metallurgica. 1979, vol. 27, № 4.
7. *Бернер Р., Кронмюллер Г.* Пластическая деформация монокристаллов. М.: Мир, 1969.
8. *Качанов Л. М.* Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
9. *Качанов Л. М.* Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960.

СКТБ Института механики
АН АрмССР

Поступила в редакцию
6.IV.1983