

УДК 639.3

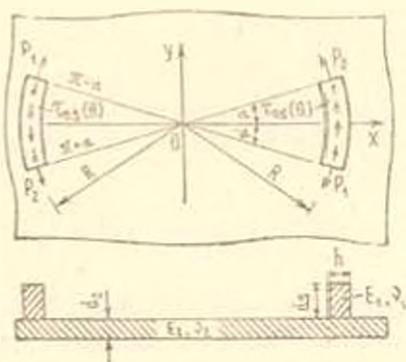
ПЕРЕДАЧА НАГРУЗКИ ОТ ДВУХ ОДИНАКОВЫХ
 КОЛЬЦЕОБРАЗНЫХ БРУСЬЕВ К УПРУГОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ
 ПЛАСТИНЕ

ТУМАНЯН Р. С.

Рассматривается задача о передаче нагрузок на неполомные упругих круглых брусьев (накладок) малых поперечных сечений к упругой бесконечной пластине.

Обсуждаемая здесь задача относится к разделу теории упругости о контактом взаимодействии тонкостенных элементов в виде накладок с массивными деформируемыми телами, основные достижения которого отражены в [1]. Здесь укажем лишь на работы [2-10], близко примыкающие к приводимому ниже исследованию.

1. Пусть упругая бесконечная пластина (E_2, ν_2) высотой d_2 на своей верхней грани усилена двумя кольцеобразными упругими брусьями (E_1, ν_1) с круглыми осями радиусов R , имеющими высоту d_1 , ширину h , угол раскрытия 2α ($0 < \alpha < \pi/2$) и расположенными симметрично относительно вертикальной оси oy . К концам брусьев в направлении их осей приложены сосредоточенные силы, а их верхние грани в этом же направлении нагружены произвольными тангенциальными силами (фиг. 1). Будем считать, что $h, d_1 \ll R$ ($h < d_1$). Требуется определить контактные напряжения под брусьями и коэффициенты их интенсивностей на краях брусьев.



Фиг. 1

Кольцеобразные брусья рассматриваются в рамках классической теории тонких оболочек, имеющих пренебрежимо малые изгибные жесткости в вертикальном и поперечном направлениях, а упругая бесконечная пластина — в рамках плоской теории упругости при условиях обобщенного плоского напряженного состояния.

Для вывода определяющего уравнения поставленной задачи воздействие кольцеобразных накладок заменим неизвестными осевыми тангенциальными $\tau_i(\theta)$ и поперечными радиальными $q_i(\theta)$ контактными напряжениями. По известной методике [11] по له простых выкладкам

для деформации в окружном направлении $\epsilon_{\theta}^{(2)}$ от сосредоточенных вдоль круговой дуги радиуса R и раствора 2α тангенциальных и радиальных сил интенсивностей $\bar{\tau}_s(\theta)$ и $\bar{q}_r(\theta)$ соответственно получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\theta}^{(2)} = & \frac{(1+\nu_2)(3-\nu_2)}{8\pi E_2 d_2} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left| \operatorname{ctg} \frac{u-\theta}{2} + \operatorname{tg} \frac{u-\theta}{2} - 2 \sin(u-\theta) \right| \bar{\tau}_s(u) du - \\ & - \frac{1-\nu_2^2}{2\pi E_2 d_2} \left[\frac{\alpha}{R} (P_1 + P_2) - \int_{-\alpha}^{\alpha} \bar{\tau}_s(u) u du + \int_{-\alpha}^{\alpha} \tau_{0s}(u) u du \right] \end{aligned} \quad (1.1)$$

Поскольку $h, d_i \ll R$, то жесткостями изгиба брусьев в вертикальном и поперечном направлениях пренебрегаем. В итоге согласно [12] приходим к уравнениям

$$\frac{1}{R} \frac{dT_1(\theta)}{d\theta} + \frac{\tau_{0s}(\theta) - \bar{\tau}_s(\theta)}{d_i} = 0; \quad \bar{\tau}_s(\theta) = -\frac{d_i}{R} T_1(\theta) \quad (1.2)$$

и граничным условиям

$$T_1(-\alpha) = \frac{P_1}{d_i}; \quad T_1(\alpha) = \frac{P_2}{d_i} \quad (1.3)$$

Здесь $T_1(\theta)$ — осевое усилие в брусце. Отметим, что согласно (1.2) функцией $\bar{q}_r(\theta)$ дается также радиальное усилие в брусце.

Из этих уравнений при помощи закона Гука для осевой деформации $\epsilon_s(\theta)$ накладки получим следующее выражение:

$$\epsilon_s(\theta) = \frac{1}{A_i E_i} \left\{ P_1 + R \int_{-\alpha}^{\alpha} [\bar{\tau}_s(u) - \tau_{0s}(u)] du \right\}; \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (1.4)$$

где $A_i = hd$ — ее площадь поперечного сечения.

Далее, запишем условие контакта

$$\epsilon_{\theta}^{(2)} = \epsilon_s(\theta); \quad (-\alpha < \theta < \alpha)$$

которое с учетом (1.1) и (1.4) решение поставленной контактной задачи после перехода к безразмерным величинам окончательно сводит к решению следующего сингулярного интегро-дифференциального уравнения:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \left| \operatorname{ctg} \frac{u-\theta}{2} + K(u-\theta) \right| \varphi'(u) du = i\varphi(\theta) + f(\theta) - \nu_0^* C; \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (1.5)$$

при граничных условиях

$$\varphi(-\alpha) = 0; \quad \varphi(\alpha) = 1 \quad (1.6)$$

вытекающих из условий равновесия накладок.

Здесь введены обозначения

$$\lambda = \frac{8-Rd_2E_2}{(1+\nu_2)(3-\nu_2)hd_2E_2}; \quad \tau_0 = \frac{4(1-\nu_2)}{3-\nu_2}; \quad \varphi(\theta) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \tau(u) du$$

$$f(\theta) = \lambda \left[p_1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \tau_0(u) du \right] + \nu_0 \left[\tau(p_1 + p_2) + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \tau_0(u) u du \right]$$

$$\tau(u) = \frac{R}{\rho} \bar{\tau}_1(u); \quad \tau_0(u) = \frac{R}{\rho} \tau_{0s}(u) \quad (1.7)$$

$$p_1 = \frac{P_1}{\rho}; \quad p_2 = \frac{P_2}{\rho}; \quad P = P_1 - P_2 + R \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \tau_{0s}(u) du$$

$$K(u-\theta) = \operatorname{tg} \frac{u-\theta}{2} - 2 \sin(u-\theta); \quad C = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \tau(u) u du$$

При этом радиальные контактные напряжения будут определяться по формуле

$$q(\theta) = -p_1 - \varphi(\theta) + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\theta} \tau_0(u) du; \quad q(\theta) = \frac{R}{\rho} \bar{q}_s(\theta) \quad (1.8)$$

и при больших R можно считать $\bar{q}_s(\theta) \approx 0$.

Отметим, что первый интеграл в (1.5) следует понимать в смысле главного значения по Коши.

2. Для решения сингулярного интегро-дифференциального уравнения (1.5) при граничных условиях (1.6), следуя известной процедуре [6, 8], положим

$$\tau(\theta) - \varphi'(\theta) = \frac{\sec \frac{\theta}{2}}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} \sum_{n=0}^{\infty} X_n T_n \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right); \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (2.1)$$

где $T_n(\theta)$ — многочлены Чебышева первого рода; X_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Отсюда после простых выкладок получим

$$\varphi(\theta) = \sec \frac{\alpha}{2} \left\{ X_0 \left[\pi - \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] - \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} X_n \sin \left[n \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\}; \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (2.2)$$

Из граничных условий (1.6) непосредственно находим

$$X_0 = \pi^{-1} \cos \frac{\alpha}{2}$$

Относительно остальных коэффициентов $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ получим следующую бесконечную систему линейных уравнений:

$$X_m + \sum_{n=1}^{\infty} K_{m,n} X_n = f_m - \gamma_0^2 C h_m; \quad (m=1, 2, \dots) \quad (2.3)$$

где введены обозначения

$$K_{m,n} = \frac{2\lambda_1}{n\pi^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \varphi \sin m\varphi \sin n\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} d\varphi - h_{m,n}^{(1)} - h_{m,n}^{(2)} -$$

$$- \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} - 1}{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} \right)^n \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin m\varphi}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi}} d\varphi; \quad (m, n = 1, 2, \dots)$$

$$f_m = \left(2\pi^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) \frac{\sqrt{2(\cos^2 \theta - \cos \alpha)}}{\cos(\theta/2)} U_{m-1} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) d\theta +$$

$$+ 2\pi^{-1} X_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{(\pi - \varphi) \sin \varphi \sin m\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} d\varphi - \quad (2.4)$$

$$- 2\pi^{-1} X_0 \int_0^{\pi} \left(1 - \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi}} \right) \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin m\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} d\varphi +$$

$$+ X_0 (f_m^{(1)} + f_m^{(2)}); \quad (m = 1, 2, \dots)$$

$$h_{2k} = 0; \quad h_{2k-1} = (-1)^{k-1} 2\pi^{-1} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2k-1}; \quad (k = 1, 2, \dots)$$

$$h_{2k, 2p}^{(1)} = 0; \quad h_{2k-1, 2p-1}^{(1)} = (-1)^{k+p} 8(2k-1) \cos^2 \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2(k+p-1)}; \quad (k, p = 1, 2, \dots)$$

$$h_{2k, 2p}^{(2)} = (-1)^{k+p} 16k \cos^2 \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2(k+p)}; \quad h_{2k-1, 2p-1}^{(2)} = 0; \quad (k, p = 1, 2, \dots)$$

$$f_{2k}^{(1)} = (-1)^{k+1} 8k \cos \frac{\alpha}{2} \left(2 \cos \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2k}; \quad f_{2k-1}^{(1)} = 0; \quad (k = 1, 2, \dots)$$

$$f_{2k}^{(2)} = (-1)^k 2 \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2k}; \quad f_{2k-1}^{(2)} = 0; \quad (k = 1, 2, \dots)$$

Здесь $U_{m-1}(\theta)$ ($m = 1, 2, \dots$) — многочлены Чебышева второго рода.

3. Перейдем к исследованию (2.3). С этой целью оценим суммы

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty} |K_{m,n}| \leq S_m^{(1)} + S_m^{(2)} + S_m^{(3)} + S_m^{(4)}; \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (3.1)$$

где

$$S_m^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{n} K_{m,n}^{(1)} \right|; \quad S_m^{(2)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{n} K_{m,n}^{(2)} \right|$$

$$S_m^{(3)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{n} K_{m,n}^{(3)} \right|; \quad S_m^{(4)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{n} R_{m,n} \right|$$

$$K_{m,n}^{(1)} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} f_1(\varphi, t) \sin m\varphi \sin nt \, d\varphi \, dt$$

$$K_{m,n}^{(2)} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} f_2(\varphi, t) \sin m\varphi \sin nt \, d\varphi \, dt$$

$$K_{m,n}^{(3)} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} f_3(\varphi, t) \sin m\varphi \sin nt \, d\varphi \, dt$$

$$R_{m,n} = 2\lambda \pi^{-2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \varphi \sin m\varphi \sin n\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} \, d\varphi$$

а функции $f_1(\varphi, t)$, $f_2(\varphi, t)$ и $f_3(\varphi, t)$ имеют вид

$$f_1(\varphi, t) = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \varphi \sin t}{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \cos t\right)^2}$$

$$f_2(\varphi, t) = -2 \operatorname{tg}^4 \frac{\alpha}{2} \frac{\sin 2\varphi \sin 2t}{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi\right)^2 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 t\right)^2}$$

После простых преобразований получим

$$S_m^{(4)} \leq \frac{\lambda \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{2\pi^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m+n-1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m-n+1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m+1+1}|}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m-n+1}|}{n} \right|$$

Здесь

$$|M_p| = \int_0^{\pi} \frac{|\sin p\varphi|}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} \, d\varphi \leq \frac{B}{|p|}; \quad B = \frac{2 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Оценив каждую сумму в выражении $S_m^{(4)}$, окончательно будем иметь

$$S_m^{(4)} \leq \frac{\lambda \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{2\pi^2} \left\{ \frac{B}{m-1} \left| c + \ln(m-1) + \frac{1}{2(m-1)} - \alpha(m-1) \right| + B_m + \right.$$

$$+ B \left| \frac{1}{(m+1)^2} + \frac{3}{m+1} \left(c + \ln m + \frac{1}{2m} - \alpha(m) \right) \right| +$$

$$+ \frac{B}{m+1} \left| c + \ln(m+1) + \frac{1}{2(m+1)} - \alpha(m+1) \right| + B_m + \quad (3.3)$$

$$\left. + \frac{B}{m-1} \left| 3c + \ln(m-1)(m-2)^2 + \frac{1}{2(m-1)} + \frac{1}{m-2} - \alpha(m-1) - 2\alpha(m-2) \right| \right\}$$

Здесь учтена известная формула 0.131 [13], где c — постоянная Эйлера, а функция

$$\chi(m) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{A_k}{m(m+1) \dots (m+k-1)}$$

где

$$A_k = \frac{1}{k} \int_0^1 x(1-x)(2-x) \dots (k-1-x) dx \quad (k=2, 3, \dots)$$

$$B_m = \begin{cases} B\pi^2/6 & \text{при } m=1 \\ 0 & \text{при } m=2, 3, \dots \end{cases} \quad B'_m = \begin{cases} B\pi^2/6 & \text{при } m=1 \\ B & \text{при } m=2, 3, \dots \end{cases}$$

Отсюда видно, что, по крайней мере,

$$\chi(m) = o\left(\frac{1}{m}\right) \quad \text{при } m \rightarrow \infty$$

Из неравенства (3.3) следует, что

$$S_m^{(j)} = o(m^{\epsilon-1}) \quad \text{при } m \rightarrow \infty$$

где ϵ — сколь угодно малое положительное фиксированное число.

Обращаясь к оценке сумм $S_m^{(j)}$ ($j=1, 2, 3$) из (3.2), при помощи известного неравенства Коши-Буняковского и равенства Парсеваля для двойных рядов Фурье легко показать, что

$$S_m^{(j)} = o(m^{\epsilon-1/2}) \quad \text{при } m \rightarrow \infty \quad (j=1, 2, 3)$$

В результате

$$S_m = o(m^{\epsilon-1/2}) \quad \text{при } m \rightarrow \infty$$

что и означает, что бесконечная система линейных уравнений (2.3) при любом значении физического параметра λ ($0 < \lambda < \infty$) квазивполне регуляри.

Далее можно показать, что при $m \rightarrow \infty$ свободные члены бесконечной системы (2.3) стремятся к нулю со скоростью не менее, чем $m^{-1/2}$.

Займемся определением постоянной C . Пусть $\{X_m^{(j)}\}_{m=1}^{\infty}$ и $\{X_m^{(h)}\}_{m=1}^{\infty}$ будут решениями бесконечной системы (2.3) при правых частях, равных $\{H_m\}_{m=1}^{\infty}$ и $\{h_m\}_{m=1}^{\infty}$ соответственно. Тогда решение $\{X_m\}_{m=1}^{\infty}$ системы (2.3) будет даваться формулой

$$X_m = X_m^{(j)} - \sqrt{\lambda} C X_m^{(h)}; \quad (m=1, 2, \dots) \quad (3.4)$$

С другой стороны, из (1.7) и (2.1) получим

$$C = \left[1 + \sqrt{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} C_n X_n^{(h)} \right]^{-1} \left[X_0 C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n X_n^{(j)} \right] \quad (3.5)$$

где

$$C_n = 2 \sec \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \arctg \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \right) \cos n\varphi d\varphi; \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.6)$$

Отметим, что исходя из (2.1), для коэффициентов интенсивностей тангенциальных контактных напряжений в концевых точках накладок получим

$$A_1 = \lim_{\theta \rightarrow -\alpha} \sqrt{\alpha - \theta} \tau(\theta) = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \left(X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \right)} \quad (3.7)$$

$$A_2 = \lim_{\theta \rightarrow -\alpha} \sqrt{\alpha + \theta} \tau(\theta) = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \left[X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n X_n \right]}$$

4. Для числовых расчетов было положено $\nu_2(\theta) = 0$ и рассмотрены два случая загрузки накладок. В первом случае (симметричное нагружение) $P_1 = P_2$. Тогда $P = 0$ и в качестве P формально можно принять P_1 , что даст $p_1 = p_2 = 1$. Поскольку в разбираемом случае распределение $\tau(\theta)$ нечетное, то вместо (2.1) будем иметь

$$\tau(\theta) = \frac{\sec \frac{\theta}{2}}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n-1} T_{2n-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right); \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (4.1)$$

а вместо (1.8) —

$$q(\theta) = -1 + \sec \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)^{-1} X_{2n-1} \sin \left[(2n-1) \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] \quad (-\alpha \leq \theta \leq \alpha) \quad (4.2)$$

Соответствующая (2.3) бесконечная система имеет вид

$$X_{2m-1} + \sum_{n=1}^{\infty} K_{2m-1, 2n-1} X_{2n-1} = f_{2m-1} - \nu_0 C h_{2m-1}; \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (4.3)$$

где

$$f_{2m-1} = (-1)^{m-1} 2^{-1} (\lambda + 2.08\lambda) \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m-1} \quad (m = 1, 2, \dots)$$

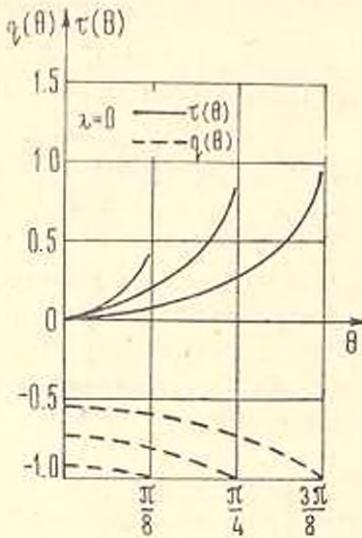
$$h_{2m-1} = (-1)^{m-1} 2\pi^{-1} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m-1}$$

а выражение $K_{2m-1, 2n-1}$ дается формулой (2.4). Отметим, что из (4.2) $q(\alpha) = -1$, а из (3.5)

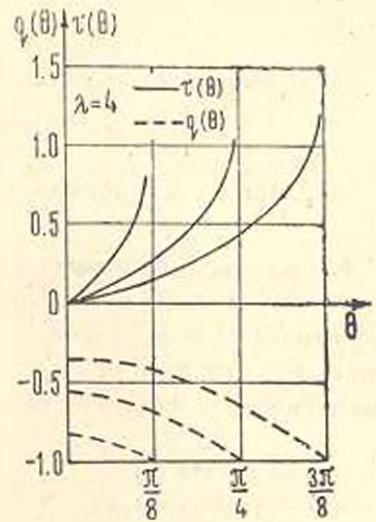
$$C = \left| 1 + \nu_0 \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} X_{2n-1}^{(h)} \right|^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} X_{2n-1}^{(f)}$$

Численная реализация (4.1)–(4.3) была осуществлена при $\lambda = 0$; 4; 6; $\alpha = \pi/8$; $\pi/4$; $3\pi/8$; $\nu_2 = 0.3$. Причем каждое значение λ сочеталось со всеми заданными значениями α . Сначала на ЭВМ ЕС-1022* была решена соответствующая укороченная система (4.3). Затем вы-

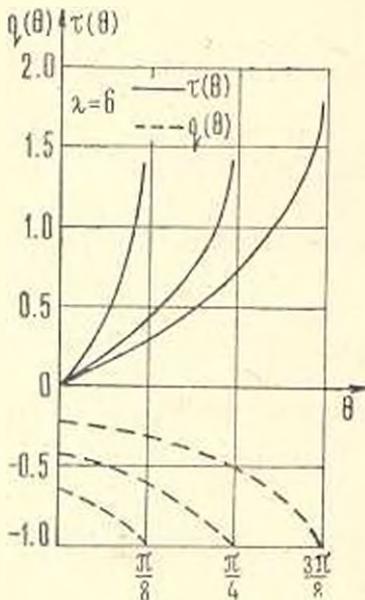
числения производились по формулам (4.1) и (4.2). Значения коэффициентов интенсивностей A_1 и A_2 ($A_2 = -A_1$) подсчитались по формуле (3.7). Значения $\tau(\theta)$ и $q(\theta)$, вычисленные с точностью до 10^{-4} , приведены на графиках (фиг. 2—4), а значения A_1 — в табл. 1.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Таблица 1

λ	0.0	4.0	6.0
$\tau, 8$	0.05790	0.29609	0.39441
$\tau, 4$	0.16659	0.44138	0.54219
$3\pi, 8$	0.31596	0.57170	0.66116

Анализ численных результатов позволяет утверждать, что по мере возрастания размеров контактной зоны напряжения $\tau(\theta)$ и $q(\theta)$ (по абсолютной величине) заметно падают. Такую же закономерность можно обнаружить при возрастании λ , то есть при уменьшении жесткости системы накладка—основание E_1, E_2 . Из табл. же 1 видно, что по

мере возрастания λ и коэффициент A_1 заметно увеличивается. Последнее обстоятельство указывает на то, что при возрастании этих параметров нагрузка, в основном, поглощается в концевых зонах накладок. Кроме того, здесь сказывается эффект взаимовлияний друг на друга брусьев. Вследствие последнего по мере возрастания λ значение

A_1 получается больше, чем соответствующее значение A_1 при изолированном одном бруссе.

Во втором случае (кососимметрическое нагружение) $P_2 = -P_1$. В этом случае $P = 2P_2$ и соответствующие (4.1)–(4.3) формулы будут

$$\tau(\theta) = \frac{\sec \frac{\theta}{2}}{\sqrt{2(\cos \theta - \cos \alpha)}} \left[-\cos \frac{\alpha}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n} T_{2n} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right) \right]; \quad (-\alpha < \theta < \alpha) \quad (4.4)$$

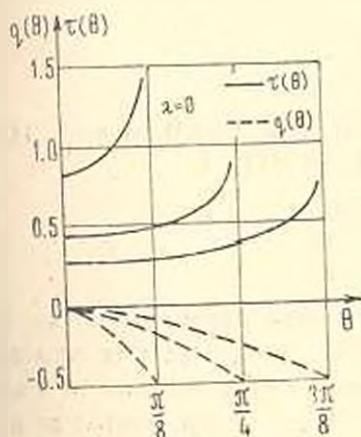
$$q(\theta) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sec \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} X_{2n} \sin \left[2n \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right) \right] + \\ + \pi^{-1} \operatorname{arc} \cos \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right); \quad (-\alpha < \theta < \alpha)$$

$$X_{2m} + \sum_{n=1}^{\infty} K_{2m, 2n} X_{2n} = f_{2m}; \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (4.5)$$

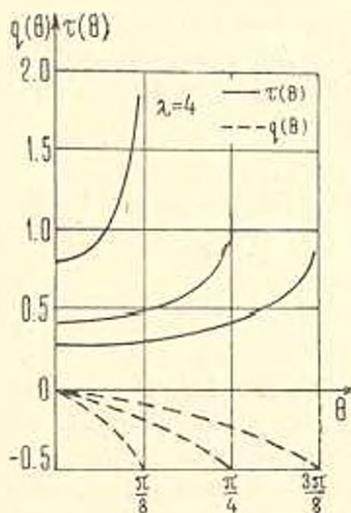
где

$$f_{2m} = -2\pi^{-1} \sin \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\varphi \sin \varphi \sin 2m\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} d\varphi + \\ + (-1)^m 2\pi^{-1} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \right)^{2m} \left[4m \cos \frac{\alpha}{2} \left(2\cos \frac{\alpha}{2} - 1 \right) + 1 \right] - \\ - 2\pi^{-1} \cos \frac{\alpha}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi}} \right) \frac{\operatorname{tg} \varphi \sin 2m\varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \varphi} d\varphi; \quad (m = 1, 2, \dots)$$

а $K_{2m, 2n}$, как ранее, дается формулой (2.4), причем $q(\pi) = -1/2$.



Фиг. 5



Фиг. 6

means of Chebyshev's apparatus of orthogonal polynomials is reduced to an equivalent quasi-whole regular infinite system of linear equations. Numerical examples are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Развитие теории контактных задач в СССР. М.: Наука, 1976.
2. Стернберг Е., Муки Р. Передача нагрузки от растягиваемого поперечного стержня к полубесконечной упругой пластине. Прикладная механика, Труды американского о-ва инженеров-механиков. русский перевод, серия Е, 1968, т. 35, № 4.
3. Арутюнян Н. Х. Контактная задача для полуплоскости с упругим креплением.— ПММ, т. 32, вып. 4, 1968.
4. Арутюнян Н. Х., Мхитарян С. М. Периодическая контактная задача для полуплоскости с упругими накладками.— ПММ, т. 33, вып. 5, 1969.
5. Arutunian N. K., Mkhitarian S. M. Some contact problems for a semi-plane with elastic stiffeners. Trends in elasticity and thermoelasticity. Witold Novacki Anniversary Volume, Groningen, Wolters-Noordhoff Publ., 1971, p. 3—20.
6. Арутюнян Н. Х., Мхитарян С. М. Некоторые контактные задачи полупространства, усиленного упругими накладками.— ПММ, т. 36, вып. 5, 1972.
7. Морарь Г. А., Попов Г. Я. К периодической контактной задаче для полуплоскости с упругим конечным креплением.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 3.
8. Морарь Г. А., Попов Г. Я. К периодической контактной задаче для полуплоскости с упругими накладками.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 1.
9. Александров В. М., Солодовник М. Д. Эффективный метод решения задачи о взаимодействии накладки (стригера) с упругой полуплоскостью и некоторые новые качественные результаты. Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Т. 1, Тбилиси: Изд-во «Мецниереба», 1975.
10. Александров В. М., Соловьев А. С. Некоторые смешанные плоские задачи теории упругости и их приложение к расчету погрешностей тензоизмерений.— МТТ, 1970, № 1.
11. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.
12. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1962.
13. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.

Кяроваканский филиал ЕрПИ
им. К. Маркса

Поступила в редакцию
13 V. 1983