

ПРИВЕДЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОУПРУГОСТИ
ТОНКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК К ДВУМЕРНОЙ

БАГДАСАРЯН Г. Е., САНОЯН А. А.

В работах [1, 2] на основе гипотезы магнитоупругости тонких тел получены двумерные уравнения возмущенного состояния проводящих пластин и оболочек в стационарном магнитном поле. В эти уравнения входят неизвестные граничные значения тангенциальных компонент индуцированного магнитного поля на поверхностях пластинки (оболочки), поэтому полученные уравнения необходимо рассматривать совместно с трехмерными уравнениями электродинамики для среды, окружающей оболочку, при общих граничных условиях на поверхности раздела двух сред. Вследствие этого задача магнитоупругости в общем случае остается трехмерной. В работах [3, 4, 5], исходя из основных положений гипотезы магнитоупругости тонких тел, трехмерная задача магнитоупругости тонких пластин сведена к двумерной.

В настоящей работе при помощи гипотезы магнитоупругости тонких тел, аналогично работе [5], определены указанные граничные значения тангенциальных компонент индуцированного магнитного поля и на основе этого получена замкнутая двумерная система уравнений магнитоупругости тонких цилиндрических оболочек с соответствующими граничными условиями.

1. Пусть изотропная замкнутая круговая цилиндрическая оболочка постоянной толщины $2h$, длины $2l$ и радиуса срединной поверхности R , изготовленная из материала с конечной электропроводностью, находится в стационарном магнитном поле с заданным вектором напряженности магнитного поля H_0 .

Упругие и электромагнитные свойства материала оболочки характеризуются модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν , плотностью ρ , электропроводностью σ .

Введем цилиндрическую систему координат x, r, θ , совместив полярную ось x с осью оболочки.

Принимаются следующие предположения:

а) магнитные и диэлектрические проницаемости материала оболочки и окружающей среды считаются равными единице;

б) для среды, окружающей оболочку, считаются справедливыми уравнения Максвелла для вакуума;

в) влияние токов смещения на характеристики упругих колебаний оболочки пренебрегается;

г) упругие перемещения и электромагнитные возмущения настолько малы, что можно пользоваться линейными уравнениями магнитоупругости.

В силу принятых предположений для рассматриваемой задачи магнитоупругих колебаний цилиндрической оболочки имеем следующие исходные уравнения [6]:

уравнения магнитоупругости в области, занимаемой оболочкой—

$$(R - h \leq r \leq R + h, \quad -l \leq x \leq l, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

$$\operatorname{rot} \vec{h} = \frac{4\pi z}{c} \left[\vec{e} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right] \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{h} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{\sigma} + \frac{z}{c} \left(\vec{e} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) \times \vec{H}_0 = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

$$\vec{\sigma} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{2\nu}{1-2\nu} (\operatorname{div} \vec{u}) \vec{E} + \nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^* \right];$$

уравнения электродинамики для вакуума в области вне тела оболочки —

$$\operatorname{rot} \vec{h} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0 \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{e} = 0$$

В приведенных выше уравнениях $\vec{u}(u_x, u_r, u_\theta)$ — вектор перемещения частиц оболочки, $\vec{e}(e_x, e_r, e_\theta)$ и $\vec{h}(h_x, h_r, h_\theta)$ — соответственно векторы напряженностей индуцированного электрического и магнитного полей, $\vec{\sigma}$ — тензор упругих напряжений, \vec{E} — единичный тензор, ∇ — набла-оператор Гамильтона, $(\nabla \vec{u})^*$ — транспонированный тензор $\nabla \vec{u}$, c — скорость света в пустоте, t — время.

Решения уравнений (1.1)—(1.3) должны удовлетворять условиям непрерывности соответствующих компонент электромагнитного поля на колеблющейся поверхности оболочки, условиям затухания электромагнитных возмущений на бесконечности, а также условиям закрепления торцов оболочки.

2. Для приведения трехмерной задачи магнитоупругости к двумерной принимается гипотеза магнитоупругости тонких тел [2], согласно которой

$$u_x = u - \gamma \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_\theta = v - \frac{\gamma}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \quad u_r = w(x, \theta, t) \quad (2.1)$$

$$e_x = \varphi(x, \theta, t), \quad e_\theta = \psi(x, \theta, t), \quad h_r = f(x, \theta, t) \quad (2.2)$$

Здесь $u(x, \theta, t)$, $v(x, \theta, t)$, $w(x, \theta, t)$ — искомые тангенциальные и нормальное перемещения точек срединной поверхности оболочки; φ , ψ — искомые тангенциальные компоненты индуцированного в оболочке электрического поля; f — искомая нормальная компонента индуцированного в оболочке магнитного поля; $\gamma = r - R$.

В соотношениях (2.1), (2.2) точка (x, r, θ) изменяется в пределах занимаемой оболочкой области Ω_0 .

$$(\Omega_0: -l \leq x \leq l, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad |\gamma| < h)$$

Система двумерных уравнений, полученная на основе соотношений (2.1), (2.2) для определения искомых функций в области Ω_0 , приведена в [2, 6]. В эти уравнения входят неизвестные граничные значения тангенциальных компонент индуцированного электромагнитного поля на поверхностях оболочки, поэтому возникает необходимость совместного решения полученных уравнений с трехмерными уравнениями электродинамики для среды, окружающей оболочку, при общих граничных условиях на поверхности раздела двух сред. Вследствие этого задача магнитоупругости в общем случае остается пространственной. Для сведения указанной трехмерной задачи магнитоупругости цилиндрических оболочек к двумерной, аналогично работе [5], будем принимать, что соотношения (2.2) имеют место во всем цилиндрическом слое Ω ($\Omega: |\gamma| < h, -\infty < x < \infty, 0 \leq \theta \leq 2\pi$), то есть вместо (2.1), (2.2) будем принимать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} u_x &= u - \gamma \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_r = w(x, \theta, t) \\ v_\theta &= v - \frac{\gamma}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \\ e_x &= \varphi(x, \theta, t), \quad e_\theta = \psi(x, \theta, t) \\ h_r &= f(x, \theta, t) \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{при } (r, \theta, x) \in \Omega_0 \\ & \\ & \text{при } (r, \theta, x) \in \Omega \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для остальных компонент h_x , h_θ индуцированного в цилиндрическом слое Ω магнитного поля из уравнений (1.1) и (1.3) путем интегрирования по γ в пределах от нуля до γ с учетом (2.3) и условий непрерывности h_x и h_θ на поверхностях $\gamma = \pm h$ получим

$$\begin{aligned} h_x &= \frac{h_x^+ + h_x^-}{2} + \gamma \left(\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{4\pi\sigma}{c} \psi \right) + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \left(a_{x0} \frac{\partial w}{\partial t} - a_{r0} \frac{\partial u}{\partial t} + a_{r1} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) \\ h_\theta &= \frac{h_\theta^+ + h_\theta^-}{2} + \gamma \left(\frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{4\pi\sigma}{c} \varphi \right) + \\ &+ \frac{4\pi\sigma}{c^2} \left(a_{\theta 0} \frac{\partial w}{\partial t} - a_{r0} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{a_{r1}}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

где

$$a_{ik} = \int_0^l \gamma^k H_{0i} d\gamma - \frac{1}{2} \left(\int_0^h \gamma^k H_{0i} d\gamma + \int_0^{-h} \gamma^k H_{0i} d\gamma \right).$$

$$\bar{\varepsilon}(x) = \begin{cases} \varepsilon & \text{при } |x| \leq l \\ 0 & \text{при } |x| > l \end{cases}$$

$$(i = r, \theta, x; k = 0, 1, 2)$$

Индексами плюс и минус отмечены значения соответствующих величин при $\gamma = h$ и $\gamma = -h$.

При получении (2.4) и (2.5) было учтено условие равенства нулю нормальной составляющей плотности тока проводимости на поверхностях $\gamma = \pm h$ (так как оболочка находится в вакууме).

При выполнении указанной выше операции относительно уравнений (1.1) и (1.3), кроме выражений (2.4), получаются также следующие дифференциальные уравнения относительно искомых функций $u, v, w, \varphi, \psi, \bar{f}$:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x} - \frac{4\bar{\varepsilon}}{c} \left[\psi + \frac{1}{2hc} \left(b_{r0} \frac{\partial u}{\partial t} - b_{x0} \frac{\partial w}{\partial t} - b_{r1} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) \right] = \frac{h_1^+ - h_1^-}{2h}$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \theta} + \frac{4\bar{\varepsilon}}{c} \left[\varphi + \frac{1}{2hc} \left(b_{\theta 0} \frac{\partial w}{\partial t} - b_{r0} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{b_{r1}}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial t} \right) \right] = \frac{h_1^+ - h_1^-}{2h}$$

$$b_{ik} = \int_{-h}^h \gamma^k H_{0i} d\gamma \quad (i = x, r, \theta; k = 0, 1, 2)$$

Подставляя (2.3) и (2.4) в уравнения движения оболочки (1.2) и осредняя полученные при этом уравнения по толщине оболочки, помимо (2.5), получим также следующую систему дифференциальных уравнений относительно указанных искомых функций [2, 6]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu^2}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{v}{R} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \\ & + \frac{1-\nu^2}{2Eh} \frac{c}{c} \left[b_{r0} \psi + b_{\theta 1} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) - \frac{d_{rs}^{(0)}}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(G_{\theta s}^{(0)} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{G_{rs}^{(0)}}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{c_{rs}^{(0)}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{c} \left(F_{\theta s}^{(0)} \frac{\partial u}{\partial t} - F_{rs}^{(0)} \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right] \\ & \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \\ & + \frac{1-\nu^2}{2Eh} \frac{c}{c} \left[-b_{r1} \varphi - b_{\theta 1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) - \frac{d_{rs}^{(0)}}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{G_{rs}^{(0)}}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} - G_{\theta s}^{(0)} \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{c_{rs}^{(0)}}{c} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{c} \left(F_{rs}^{(0)} \frac{\partial v}{\partial t} - F_{\theta s}^{(0)} \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
& D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{3}{h^2} \left(\frac{w}{R^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{v}{R} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \\
& + 2\mu h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P + \frac{\sigma}{c} \left\{ \left(b_{r0} - \frac{\partial b_{r1}}{\partial x} \right) \varphi + \left(\frac{1}{R} \frac{\partial b_{r1}}{\partial \theta} - b_{\theta 0} \right) \varphi + \right. \\
& + b_{r1} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \left(\frac{b_{x2}}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} - b_{x1} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \\
& + \frac{1}{c} \left[\left(c_{rr}^{(0)} - \frac{\partial F_{rr}^{(1)}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial F_{r\theta}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial u}{\partial t} + \left(c_{\theta\theta}^{(0)} + \frac{\partial F_{\theta r}^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial F_{\theta\theta}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial v}{\partial t} \right. \\
& - \left. \left(c_{rr}^{(0)} + c_{\theta\theta}^{(0)} - \frac{\partial c_{rr}^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial c_{r\theta}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial w}{\partial t} \right] - \\
& - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial G_{rr}^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial G_{r\theta}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial w}{\partial x} - \right. \\
& - \left. \left(\frac{\partial G_{r\theta}^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial G_{\theta r}^{(1)}}{\partial \theta} \frac{1}{R} \right) \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} + G_{rr}^{(1)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right. \\
& + \left. \frac{G_{rr}^{(1)}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - (G_{r\theta}^{(1)} + G_{\theta r}^{(1)}) \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \right. \\
& + \left. \left(-F_{r\theta}^{(1)} + \frac{\partial d_{r\theta}^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial d_{rr}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{1}{R} + F_{\theta r}^{(1)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{F_{rr}^{(2)}}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \right. \\
& - \left. \left(F_{r\theta}^{(1)} + \frac{\partial d_{r\theta}^{(1)}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial d_{rr}^{(1)}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{d_{r\theta}^{(1)}}{R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \right. \\
& + \left. \frac{d_{r\theta}^{(1)}}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} - d_{rr}^{(1)} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{d_{rr}^{(1)}}{R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right] \Bigg|
\end{aligned}$$

В (2.6) приняты следующие обозначения:

$$c_{ij}^{(k)} = \int_{-h}^h \gamma^k H_{0i} H_{0j} d\gamma$$

$$d_{ij}^{(k)} = \int_{-h}^h \gamma^k a_{i0} H_{0j} d\gamma$$

$$C_i^+ = \frac{H_{0i}^+ + H_{0i}^-}{2}, \quad C_i^- = \frac{H_{0i}^+ - H_{0i}^-}{2}$$

$$G_{ij}^{(k)} = 2d_{ij}^{(k)} - c_{rr}^{(k+1)} \delta_{ij} - c_{ij}^{(k+1)} + h C_i^- b_{jk}$$

$$F_{ij}^{(k)} = c_{ij}^{(k)} + c_{rr}^{(k)} \delta_{ij} - b_{ik} C_j^+$$

$$(i, j = r, \theta, x; k = 0, 1)$$

Таким образом, задача магнитоупругих колебаний электропроводящей изотропной замкнутой цилиндрической оболочки во внешнем стационарном магнитном поле сводится к совместному решению двумерных дифференциальных уравнений (2.5) и (2.6) в области Ω и уравнений электродинамики (1.3) в областях $r > R + h$ и $0 < r < R - h$. Граничными условиями задачи, кроме обычных условий закрепления оболочки и условий непрерывности величин e_z , e_θ и h_r на поверхностях $\gamma = \pm h$, будут также условия затухания возмущений на бесконечности в области $\gamma > h$ и условия ограниченности возмущений в области $\gamma < -h$.

3. Для полного определения перемещений точек оболочки в области Ω и индуцированного электромагнитного поля во всем пространстве, как видно из (2.5) и (2.6), необходимо иметь значения компонент h_r и h_θ индуцированного магнитного поля на поверхностях $\gamma = \pm h$. Их определяем, решая уравнения

$$\operatorname{div} \vec{h}^{(e)} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{h}^{(e)} = 0 \quad (3.1)$$

в областях $|\gamma| > h$ при следующих граничных условиях:

$$h_r^{(e)} \Big|_{\gamma=\pm h} = f(x, \theta, t) \quad (3.2)$$

где индекс «е» означает принадлежность к области $|\gamma| > h$, причем $e = 1$ относится к области $\gamma > h$, а $e = 2$ — к области $\gamma < -h$.

Введением потенциальных функций $\Phi^{(e)}$ посредством

$$\vec{h}^{(e)} = \operatorname{grad} \Phi^{(e)} \quad (3.3)$$

определение $\vec{h}^{(e)}$ в силу (3.1), (3.2) приводится к решению следующих задач Неймана в областях $|\gamma| > h$:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi^{(e)} &= 0 \\ \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial r} \Big|_{\gamma=\pm h} &= f(x, \theta, t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Представляя любую из искомых функций в виде

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \begin{cases} \cos n\theta \\ \sin n\theta \end{cases} \quad (3.5)$$

и применяя интегральное преобразование Фурье по x , с учетом условий на бесконечности, задачи (3.4) сводятся к следующим задачам:

$$\frac{d^2 \bar{\Phi}_n^{(e)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{\Phi}_n^{(e)}}{dr} - \left(a^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) \bar{\Phi}_n^{(e)} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{d\bar{\Phi}_n^{(e)}}{dr} \Big|_{r=R\pm h} = \bar{f}_n(a, t) \quad (3.7)$$

где

$$\bar{\Phi}_n^{(e)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n^{(e)}(x, r, t) \exp(izx) dx$$

$$\bar{f}_n(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x, t) \exp(izx) dx$$

Общее решение уравнений (3.6) имеет вид

$$\bar{\Phi}_n^{(e)} = A_n^{(e)} K_n(|z|r) + B_n^{(e)} I_n(|z|r) \quad (3.8)$$

где I_n, K_n — функции Бесселя чисто мнимого аргумента порядка n .

Имея в виду, что функция I_n растет неограниченно при $r \rightarrow \infty$, а функция K_n имеет особенность в начале координат, следует положить $A_n^{(1)} = B_n^{(1)} = 0$. Удовлетворяя граничным условиям (3.7), определяем остальные постоянные интегрирования и, следовательно, изображения $\bar{\Phi}_n^{(e)}$. Путем применения обратного преобразования Фурье для оригиналов $\Phi_n^{(e)}$ найдем следующие выражения:

$$\Phi_n^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(s, t) ds \int_0^{\infty} \frac{K_n(zr)}{K_n(\sigma R)} \frac{\cos \alpha(z-x)}{\alpha} dz \quad (3.9)$$

$$\Phi_n^{(2)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(s, t) ds \int_0^{\infty} \frac{I_n(zr)}{I_n(\alpha R)} \frac{\cos \alpha(s-x)}{\alpha} dz$$

Подставляя найденные выражения $\Phi_n^{(e)}$ в (3.3) и переходя к пределу для интересующих нас комбинаций граничных значений тангенциальных компонент индуцированного магнитного поля получим

$$h_{zn}^+ - h_{zn}^- = \frac{1}{\pi R} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(s, t) ds \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha(s-x) dz}{\alpha K_n(\alpha R) I_n(\alpha R)} \quad (3.10)$$

$$h_{zn}^+ - h_{zn}^- = - \frac{n}{\pi R^2} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(s, t) ds \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha(s-x) dz}{\alpha^2 K_n(\alpha R) I_n(\alpha R)}$$

где штрих означает производную по переменной αR .

Подставляя (3.10) в систему (2.5) и присоединяя к ней систему (2.6), получим разрешающую систему уравнений относительно искомым функций $u, v, \omega, \varphi, \psi, \dot{f}$. Таким образом, задача магнитоупругих колебаний замкнутой цилиндрической оболочки приводится к решению системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений при обычных условиях закрепления торцов оболочки и условиях $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \varphi = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \psi = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f = 0$.

Приведем упомянутую систему в случае осесимметричной задачи, когда оболочка находится в постоянном внешнем магнитном поле, вектор напряженности $\vec{H} (H_0, 0, 0)$ которого направлен по оси x

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{4\pi z}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\psi - \frac{H_0}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \frac{1}{2\pi R h} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \psi}{\partial s} K(s, x) ds, \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2Eh}{R^2} w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{2zhH_0}{c} \left(\psi - \frac{H_0}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = 0, \quad (|x| < l)$$

где

$$K(s, x) = \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha (x-s) d\alpha}{\alpha I_1(\alpha R) K_1(\alpha R)}$$

ԲԱՐԱԿԻ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆՔՆԵՐԻ ՄԱԳՆԵՍԱԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԵՌԱԶԱՓ ԿՆԴՐԻ ԲԵՐՈՒՄԸ ԵՐԿԶԱՓԻ

Գ. Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Ա. Հ. ՍԱՆՈՅԱՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում ելնելով բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության փարկածից որոշված են ինդուկցված մագնիսական դաշտի շոշափոխ բաղադրիչների եզրային արժեքները և դրա հիման վրա ստացված է բարակ պատշաճին թաղանթների մագնիսաառաձգականության երկշափ հավասարումների փակ համակարգը համապատասխան եզրային պայմաններով:

THE REDUCTION OF A THREE-DIMENSIONAL MAGNETOELASTIC PROBLEM OF THIN CYLINDRICAL SHELLS TO A TWO-DIMENSIONAL ONE

G. E. BAGDASARIAN, A. H. SANOYAN

S u m m a r y

In a general case by means of the hypothesis of magnetoelasticity of thin bodies; the unknown boundary values have been determined for tangential components of the induced magnetic field. A closed two-dimensional system has been obtained for magnetoelasticity equations of thin cylindrical shells with corresponding boundary conditions.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний пластинки.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 2.
2. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К магнитоупругости тонких оболочек и пластин.— ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
3. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Об уравнениях магнитоупругости тонких пластин.— ПММ, 1975, т. 39, вып. 5.
4. Белубекян М. В. К задаче колебаний токонесущих пластин.— Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1975, т. 28, № 2.
5. Багдасарян Г. Е. О приведении трехмерной задачи магнитоупругости тонких пластин к двумерной. Ученые записки ЕрГУ, 1977, № 2.
6. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука, 1977.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
12. XI. 1982