ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXVII, № 4, 1984 Механика

УСТОЙЧИВОСТЬ МАГНИТОМЯГКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

БАГДАСАРЯН Г. Е., АСАНЯН Д. Д.

Задачи устойчивости пластин из магнитомягкого материала в поперечном магнитном поле рассмотрены в работах [1—8]. Для цилиндрической оболочки в поперечном магнитном поле аналогичное исследование проведено в работе [10].

В настоящей работе, исходя из общих нелинейных уравнений возмущенного состояния и из модели максвеллова тензора напряжений магнитного поля, выведены линеаризованные граничные условия и уравнения устойчивости магнитомягкой цилиндрической оболочки в стационарном магнитном поле. На основе сформулированной граничной задачи исследуется поведение оболочки в начальном магнитном поле, создаваемом линейным током, протекающим по оси цилиндра. Установлена возможность потери устойчивости невозмущенного состояния. Получена формула для определения критического значения плотности тока.

1. Пусть изотропная круговая цилиндрическая оболочка постоянной толщины $2h$, длины l и радиусом кривизны срединной поверхности R изготовлена из магнитомягкого материала и находится в стационарном магнитном поле $\vec{H}_0$. Будем пользоваться цилиндрической системой координат (r, θ, x), совместив полярную ось с осью оболочки.

Принимаются следующие предположения:

а) гипотеза Кирхгофа-Лява о недеформируемых нормалях,

б) для среды, окружающей оболочку, считаются справедливыми уравнения Максвелла для вакуума,

в) силы, с которыми магнитное поле действует на токи проводимости, пренебрежимо малы по сравнению с силой, обусловленной намагниченностью материала оболочки [1—8].

Известно, что при помещении ферромагнитного тела в магнитное поле происходит намагничивание материала, приводящее к изменению напряженности магнитного поля во всем пространстве. Это изменение приводит к наложению на начальное поле $\vec{H}_0$ магнитного поля $\vec{H}^0$, создаваемого намагничиванием тела. Поэтому невозмущенное магнитное поле $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}^0$ должно удовлетворять следующим уравнениям магнитостатики:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{1.1}$$

где $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции. В вакууме векторы $\vec{B}$ и $\vec{H}$ связаны соотношением $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, а в магнитном материале — соотношением $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$, где $\vec{M}$ — вектор намагниченности, μ_0 — универсальная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ г/м).

Для магнитомягких ферромагнитных материалов с линейной характеристикой имеем [1—6]

$$\vec{M} = \varkappa \vec{H} \text{ или } \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \tag{1.2}$$

где $\varkappa$ — магнитная восприимчивость, $\mu_r = \varkappa + 1$ — относительная магнитная проницаемость материала оболочки.

На основе (1.2) уравнения невозмущенного магнитного поля (1.1) принимают вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \qquad \operatorname{div} \vec{H} = 0 \tag{1.3}$$

решения которых на недеформированной поверхности Г тела должны удовлетворять следующим общим граничным условиям:

$$[\vec{B}^{(i)} - \vec{B}^{(e)}]\, \vec{n}_0 = 0, \quad [\vec{H}^{(i)} - \vec{H}^{(e)}] \times \vec{n}_0 = 0 \tag{1.4}$$

где $\vec{n}_0$ — нормаль к поверхности Г. Здесь и в последующем индекс «i» обозначает принадлежность к внутренней области (пространство, занимаемое оболочкой), а индекс «e» — к внешней области (пространство вне оболочки). Кроме того, должны удовлетворяться следующие условия на бесконечности:

$$\vec{B}^{(e)} \to \mu_0 \vec{H}_0 \text{ или } \vec{H}^{0(e)} \to 0 \text{ при } r \to \infty \tag{1.5}$$

и условия конечности $\vec{B}^{(i)}$ в области $0 < r < R - h$.

Вследствие того, что магнитная проницаемость материала оболочки μ_r отлична от единицы ($\mu_r \gg 1$), на поверхности оболочки компоненты тензора напряжений Максвелла претерпевают разрыв. Этим разрывом обусловлено появление магнитного давления $\vec{P}_0$, определяемого формулой

$$\vec{P}_0 = [T^{0(e)} - T^{0(i)}]\, \vec{n}_0 \tag{1.6}$$

где T^0 — тензор напряжений Максвелла невозмущенного состояния:

$$T^0_{ik} = H_i B_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} \vec{H} \cdot \vec{B} \tag{1.7}$$

δ_{ik} — символ Кронекера.

2. Под действием нагрузки $\vec{P}_0$ в оболочке устанавливается начальное невозмущенное состояние, характеризующееся вектором перемещения $\vec{u}_0$ и тензором упругих напряжений σ^0. Исходное состояние оболочки, как обычно, определяется из линейных уравнений теории упругости при поверхностных условиях, написанных без учета деформаций поверхностей, ограничивающих оболочку. Тогда характеристики невозмущенного состояния будут определяться из следующих уравнений равновесия и граничных условий на поверхности Γ:

$$
\begin{aligned}
&\operatorname{div} \sigma^0 = 0 \\
&\sigma^0 \vec{n}_0 = \vec{P}_0 \quad \text{при } (r, \theta, x) \in \Gamma
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Характеристики возмущенного состояния $(\vec{u}_0 + \vec{u}, \sigma^0 + \sigma, \vec{P}_0 + \vec{P}, \vec{H} + \vec{h})$ должны удовлетворять нелинейным уравнениям и граничным условиям на деформированной поверхности оболочки. Принимая возмущения малыми, эти уравнения и граничные условия, аналогично работам [7, 9], линеаризуем. Используя известные соотношения гипотезы Кирхгофа-Лява, в результате приходим к следующим линейным уравнениям и граничным условиям возмущенного состояния, полученным в работе [11].

Система дифференциальных уравнений устойчивости оболочки:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\nu}{R}\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1-\nu^2}{2Eh}\left(\bar{\sigma}_{13}^{+} - \bar{\sigma}_{13}^{-}\right) - \\
- \frac{1-\nu^2}{2Eh}\left(N_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_2^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) = 0 \\
\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1-\nu^2}{2Eh}\left(\bar{\sigma}_{23}^{+} - \bar{\sigma}_{23}^{-}\right) - \\
- \frac{h}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2}\right) + \frac{1-\nu^2}{2Eh}\left[\frac{1}{R} S^0 \frac{\partial w}{\partial x} - \right. \\
\left. - N_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - N_2^0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2}\right)\right] = 0
\end{gathered}
\tag{2.2}
$$

$$
\begin{gathered}
D\left[\Delta^2 w + \frac{\nu}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{3}{Rh^2}\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R}\right)\right] - \\
- T_2^0\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R^2}\right) - T_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2S^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \\
- h\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{\sigma}_{13}^{+} + \bar{\sigma}_{13}^{-}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\sigma}_{23}^{+} + \bar{\sigma}_{23}^{-}\right)\right] - \left(\bar{\sigma}_{33}^{+} - \bar{\sigma}_{33}^{-}\right) = 0
\end{gathered}
$$

Уравнения для индуцированного во всем пространстве возмущенного магнитного поля:

$$\operatorname{rot} \vec{h} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0 \tag{2.3}$$

граничные условия на поверхности Γ:

$$\sigma_{jk} n_k^{\pm} = [T_{jk}^{(e)} - T_{jk}^{(i)}] n_k^{\pm} \quad (j = 1, 2, 3) \tag{2.4}$$

$$\begin{gathered} [\mu_r \vec{h}^{(i)} - \vec{h}^{(e)}] \vec{n}_0 = [(\mu_r \vec{H}^{(i)} - \vec{H}^{(e)}) \vec{\nabla} \cdot \vec{u}] \vec{n}_0 \\ [\vec{h}^{(i)} - \vec{h}^{(e)}] \times \vec{n}_0 = [\vec{H}^{(e)} - \vec{H}^{(i)}] \times (\vec{\nabla} \vec{u} \cdot \vec{n}_0) \end{gathered} \tag{2.5}$$

где по повторяющимся индексам «k» производится суммирование: $\vec{\nabla}$ — набла-оператор Гамильтона, T_{jk} — компоненты тензора напряжений Максвелла возмущенного состояния

$$T_{jk} = h_j B_k + h_k B_j - \delta_{jk} \vec{h} \cdot \vec{B} \tag{2.6}$$

В уравнениях (2.2) индексами „+", „—" отмечены значения соответствующих величин на поверхностях оболочки $r = R + h$, $r = R - h$; $u(x, y)$, $v(x, y)$, $w(x, y)$ — искомые перемещения срединной поверхности оболочки; $\bar{\sigma}_{ij}^{\pm} = (R \pm h)\sigma_{ij}^{\pm}/R$; T_1^0, T_2^0, N_1^0, N_2^0, S^0 — усилия, характеризующие начальное невозмущенное состояние оболочки, которые определяем, решая задачу (2.1); $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$ — цилиндрическая жесткость, E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона материала оболочки; Δ — двумерный оператор Лапласа.

Входящие в уравнение (2.2) неизвестные величины $\sigma_{kj}^{\pm}$ определяем, используя граничные условия (2.4). Но условия (2.4), согласно (2.6), содержат неизвестные граничные значения составляющих индуцированного магнитного поля на поверхностях оболочки. Их определяем, решая уравнения (2.3) при условии (2.5) и условии затухания возмущений на бесконечности.

3. Рассмотрим задачу устойчивости цилиндрической оболочки в магнитном поле, создаваемом постоянным линейным током $\vec{J}$, протекающим по оси цилиндра. Тогда начальное магнитное поле определяется формулой

$$\vec{H}_0 = \frac{|\vec{J}|}{2\pi r} \vec{e}_\theta = \frac{J}{2\pi r} \vec{e}_\theta \tag{3.1}$$

где $\vec{e}_\theta$ — единичный вектор по направлению координатной линии θ.

Невозмущенное магнитное поле $\vec{H}$ определяется из решения задачи (1.3)—(1.4) и имеет вид

$$\vec{H} = \vec{H}_0 = \frac{J}{2\pi r} \vec{e}_\theta \tag{3.2}$$

Магнитная индукция $\vec{B}$, согласно (1.2) и (3.2), определяется выражениями

$$
\begin{aligned}
\vec{B}^{(e)} &= \frac{J\mu_0}{2\pi r}\,\vec{e}_3 \\
\vec{B}^{(i)} &= \frac{J\mu_0\mu_r}{2\pi r}\,\vec{e}_3
\end{aligned}
\qquad (3.3)
$$

Подставляя (3.3) в (1.6) и (1.7), находим следующие значения для поверхностных сил, действующих на оболочку в невозмущенном состоянии:

$$
P_{ox} = \frac{\varkappa\mu_0 J^2}{8\pi^2 r^2} \qquad \text{на поверхностях } x = 0;\ l
$$

$$
P_{or} = \frac{\varkappa\mu_0 J^2}{8\pi^2}\begin{cases} 1/(R+h)^2 & \text{на поверхности } r = R+h \\ 1/(R-h)^2 & \text{на поверхности } r = R-h \end{cases}
$$

Под действием этих нагрузок, в оболочке устанавливается начальное безмоментное напряженное состояние, характеризующееся только усилиями T_1^0 и T_2^0, которые определяются из решения задачи (2.1) и выражаются формулами

$$
\begin{aligned}
T_1^0 &= P = \varkappa\mu_0 h\left(\frac{J}{2\pi R}\right)^2 \\
T_2^0 &= -P = -\varkappa\mu_0 h\left(\frac{J}{2\pi R}\right)^2
\end{aligned}
\qquad (3.4)
$$

Для определения величин $\bar{\sigma}_{\beta}^{*}$, $\bar{\sigma}_{\gamma\gamma}$, входящих в уравнения устойчивости (2.2), как уже отметили, необходимо найти индуцированное магнитное поле во всем пространстве. Введя потенциальные функции $\varphi^{(i)}$ и $\varphi^{(e)}$ посредством

$$
\vec{h}^{(i)} = \operatorname{grad}\varphi^{(i)}, \quad \vec{h}^{(e)} = \operatorname{grad}\varphi^{(e)} \qquad (3.5)
$$

задачу определения возмущенного магнитного поля, согласно (2.3) и (2.5), приводим к решению уравнений

$$
\nabla^2\varphi^{(i)} = 0, \quad \nabla^2\varphi^{(e)} = 0 \qquad (3.6)
$$

с условиями на поверхностях $r = R \pm h$; $0 \leqslant x \leqslant l$

$$
\begin{aligned}
\mu_r\frac{\partial\varphi^{(i)}}{\partial r} &= \frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial r} + \frac{\varkappa J}{2\pi r}\frac{\partial w}{\partial y} \\
\varphi^{(i)} &= \varphi^{(e)}
\end{aligned}
\qquad (3.7)
$$

и условиями

$$
\begin{aligned}
\mu_r\frac{\partial\varphi^{(i)}}{\partial x} &= \frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x} + \frac{\varkappa J}{2\pi R}\frac{\partial u}{\partial y} \\
\varphi^{(i)} &= \varphi^{(e)}
\end{aligned}
\qquad (3.8)
$$

на поверхностях $R-h \leq r \leq R+h$; $x=0, l$. Кроме того, должны удовлетворяться условия затухания возмущений на бесконечности и условие конечности $\bar{h}^{(e)}$ при $r=0$.

Как видно из (3.5)—(3.8), если возмущения оболочки имеют осесимметричный характер, то индуцированное магнитное поле равно нулю во всем пространстве. Поэтому, исходя из (2.2), легко заметить, что в данной задаче невозможна осесимметричная форма потери устойчивости.

При определении возмущенного магнитного поля ограничимся приближением бесконечно длинной оболочки. Решение уравнений (3.6) в этом случае представляется в виде:

$$\varphi^{(i)}=f_1(r)\exp(ikx)\cos n\theta$$

$$\varphi^{(e)}=f_2(r)\exp(ikx)\cos n\theta \text{ при } r<R-h \tag{3.9}$$

$$\varphi^{(i)}=f_3(r)\exp(ikx)\cos n\theta \text{ при } r>R+h; \text{ где } R\theta=y$$

Здесь $k=\pi m/\lambda_1$ — волновое число, λ_1 — длина полуволны в направлении образующих, n — число волн по окружности оболочки, а все функции от r являются неизвестными и подлежат определению.

Подставляя (3.9) в уравнения (3.6), замечаем, что все функции от r должны быть решением следующего уравнения:

$$\frac{d^2f_m}{dr_0^2}+\frac{1}{r_0}\frac{df_m}{dr_0}-\left(1+\frac{n^2}{r_0^2}\right)f_m=0 \tag{3.10}$$

$$r_0=kR,\ m=1,\ 2,\ 3$$

Общее решение уравнения (3.10) выражается посредством функции Бесселя чисто мнимого аргумента порядка n. Входящие в него постоянные интегрирования определяются удовлетворением условиям затухания возмущений на бесконечности и ограниченности их во внутренней области, а также поверхностных условий (3.7) при

$$w=w_0\exp(ikx)\sin n\theta$$

Окончательно выражения для $\varphi^{(i)}$ и $\varphi^{(e)}$ будут иметь вид

$$\varphi^{(i)}=\Phi(r)\frac{\partial w}{\partial\theta}$$

$$\varphi^{(e)}=\Phi(R+h)\frac{K_n(kr)}{K_n[k(R+h)]}\frac{\partial w}{\partial\theta} \text{ при } r>h+R \tag{3.11}$$

$$\varphi^{(e)}=\Phi(R-h)\frac{I_n(kr)}{I_n[k(R-h)]}\frac{\partial w}{\partial\theta} \text{ при } r<R-h$$

где

$$\Phi(r) = \frac{\varkappa J}{2\pi (R-h)^2 k}\left[\frac{\lambda^2\Delta_2 - \varkappa K_n'(k(R+h))}{\Delta} I_n(kr) - \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda^2\varkappa I_n'(k(R-h)) - \Delta_1}{\Delta} K_n(kr)\right]$$

$$\Delta = \Delta_1\Delta_2 - \varkappa^2 K_n'(k(R+h))\, I_n'(k(R-h)), \quad \lambda = \frac{R-h}{R+h}$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{K_n(k(R+h))}\left[\mu_r I_n'(k(R+h))\, K_n(k(R+h)) - \right.$$

$$\left. - I_n(k(R+h))\, K_n'(k(R+h))\right]$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{I_n(k(R-h))}\left[\mu_r I_n(k(R-h))\, K_n'(k(R-h)) - \right.$$

$$\left. - I_n'(k(R-h))\, K_n(k(R-h))\right]$$

$I_n(kr)$, $K_n(kr)$ — функции Бесселя число мнимого аргумента.

Подставляя (3.11) и (3.5), определяем индуцированное магнитное поле $\vec{h}^{(1)}$ и $\vec{h}^{(e)}$ во всем пространстве, а с их помощью из (2.6) — компоненты тензоров $T^{(1)}$ и $T^{(e)}$. Используя найденные выражения $T_{jk}^{(1)}$ и $T_{jk}^{(e)}$ из поверхностных условий (2.4), получаем следующие значения для величин $\sigma_{j3}^{+} \pm \sigma_{j3}^{-}$, входящих в уравнения устойчивости

$$\sigma_{31}^{+} - \sigma_{31}^{-} = \frac{\varkappa\mu_0 J^2}{2\pi(R-h)^2}\left[\Phi(R-h) - \lambda\Phi(R+h)\right]\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}$$

$$\sigma_{21}^{+} + \sigma_{21}^{-} = -\frac{\varkappa\mu_0 J^2}{4\pi^2(R-h)^2}(\lambda^2+1)\frac{\partial w}{\partial\theta} \qquad (3.12)$$

$$\sigma_{13}^{+} + \sigma_{13}^{-} = 0$$

Используя следующие представления функций I_n и K_n при малых значениях аргумента $(n \neq 0)$

$$I_n(z) \simeq \frac{z^n}{2^n n!}, \quad K_n(z) \simeq \frac{2^{n-1}(n-1)!}{z^n}$$

из (3.12) для $\sigma_{33}^{+} - \sigma_{33}^{-}$ получаем приближенное выражение

$$\sigma_{33}^{+} - \sigma_{33}^{-} = \frac{\mu_0\varkappa^2 J^2}{2\pi^2\mu_r R^2}\frac{h}{R}\left[1 + \frac{\mu_r h}{R}\frac{1}{n + \dfrac{n^2 h\mu_r}{R}}\right]\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2} \qquad (3.13)$$

Имея в виду, что для ферромагнитных материалов μ_r имеет порядок 10^4, то можно принять $1 + n\mu_r\frac{h}{R} \simeq n\mu_r\frac{h}{R}$. В силу этого из (3.13) получим

$$\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{33} = \frac{\varkappa^2 \mu_0 J^2}{2\pi^2 \mu_r R^3}\frac{h}{R}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2} - w\right) \tag{3.14}$$

С учетом (3.4), (3.12) и (3.14) уравнения (2.2) устойчивости оболочек, для которых $(kR/n)^2 \ll 1$, окончательно можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\nu}{R}\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{h^2}{3R}\frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta w + \frac{w}{R^2}\right) + \tag{3.15}$$

$$+ \frac{4(1-\nu^2)}{2Eh}\frac{P}{R}\frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$D\left[\Delta^2 w + \frac{\nu}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{3}{Rh^2}\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \nu\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R}\right)\right] +$$

$$- \tilde{P}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{3w}{R^2}\right) - \frac{P}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

На основе (3.15) рассмотрим задачу устойчивости цилиндрической оболочки, шарнирно-опертой по торцам $x = 0$, $x = l$. Примем для u, v, w следующие выражения, удовлетворяющие граничным условиям:

$$u(x, y) = u_0 \cos\frac{\pi m x}{l}\sin\frac{ny}{R}$$

$$v(x, y) = v_0 \sin\frac{\pi m x}{l}\cos\frac{ny}{R} \tag{3.16}$$

$$w(x, y) = w_0 \sin\frac{\pi m x}{l}\sin\frac{ny}{R}$$

где m — число полуволн по образующей, n — число полных волн вдоль окружности.

Подставляя (3.16) в систему (3.15) и используя уже принятое упрощение $(\pi R/nl)^2 \ll 1$ теории тонких оболочек средней длины, условие устойчивости оболочки можно представить в виде

$$\frac{B^2}{\mu_0 E} = \frac{1}{\mu_0 E}\left(\frac{J}{2\pi R}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{3\varkappa(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{R}\right)^2\left[n^2 + \frac{3\pi^4 m^4 (1-\nu^2)}{n^6}\left(\frac{R}{l}\right)^4\left(\frac{R}{h}\right)^2\right] \tag{3.17}$$

Критическое значение B_* находится из условия минимума функции $B(n, m)$. Из (3.17) видно, что при определении B_* надо принять $m = 1$. Тогда, минимизируя B по n для критического числа волн n_*, получим

$$n_* = \sqrt[4]{3\pi^2\sqrt{1-\nu^2}}\,\sqrt{\frac{R}{l}}\,\sqrt[4]{\frac{R}{h}} \qquad (3.18)$$

Подставляя (3.18) в выражение (3.17), определяем критическое значение B_*

$$\frac{B_*^2}{\mu_0 E} = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\,\frac{1}{\varkappa(1-\nu^2)^{3/4}}\,\frac{R}{l}\left(\frac{h}{R}\right)^{3/2} \qquad (3.19)$$

В таблице для оболочки, изготовленной из материала Пермалой—78 (78.5% N_i, остальное — железо и примеси), у которого $\mu_r = 5\cdot 10^4$, приведены значения B_* при различных отношениях R/l и R/h.

Таблица

R/l	R/h	B_* (гс)	n_*
1	100	770	7
1	500	230	11
1	1000	130	13
0.5	100	540	5
0.5	500	160	8
0.5	1000	100	9
0.2	100	340	2
0.2	500	100	2
0.2	1000	60	3
0.1	100	240	2
0.1	500	70	2
0.1	1000	40	2

В последнем столбце таблицы приведены критические значения волновых чисел n_*.

ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՄԱԳՆԻՍԱՊԵՍ ՓԱՓՈՒԿ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Գ. Զ. ՀԱՍԱՆՅԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է արտաքին ստացիոնար մագնիսական դաշտում բարակ, մագնիսապես փափուկ նյութից պատրաստված գլանային թաղանթի մագնիսաառաձգական կայունությունը։ Դուրս է բերված մագնիսապես փափուկ գլանային թաղանթի գծայնացված մակերևութային պայմանները և կայունության հավասարումները, ելնելով գրգռված վիճակի ընդհանուր ոչ գծային հավասարումներից, եզրային պայմաններից և մագնիսական դաշտի լարվածության թենզորի Մաքսվելյան մոդելից։

Ձևակերպված եզրային խնդրի հիման վրա հետազոտվում է թաղանթի վարքը սկզբնական մագնիսական դաշտում, որը ստեղծել է գլանի առանցքով հոսող գծային ստացիոնար էլեկտրական հոսանքը։

Ցույց է տրված չգրգռված վիճակի կայունության կորստի հնարավորությունը երկայնական մագնիսական դաշտում։ Ստացված է բանաձև հոսանքի խտության կրիտիկական արժեքի համար։ Կատարված է թվային հետազոտություն մագնիսական դաշտի կրիտիկական արժեքի համար, կախված խնդրի ֆիզիկո-մեխանիկական և երկրաչափական պարամետրերից։

STABILITY OF A THIN SOFT-FERROMAGNETIC CYLINDRICAL SHELL IN A MAGNETIC FIELD

G. E. BAGDASARIAN, D. D. ASANIAN

S u m m a r y

In this paper the stability of a thin soft-ferromagnetic cylindrical shell in a magnetic field is considered. A relation for the critic value of the magnetic field was found.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мун, Пао И-синь.* Магнитоупругое выпучивание тонкой пластинки. Прикл. механика, № 1, 1968. Изд. «Мир».
2. *Мун, Пао И-синь.* Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластинки в поперечном магнитном поле. Прикл. механика, № 1, 1969. Изд. «Мир».
3. *Kaliski S.* Quasi-static approximation to the equation of elastic vibrations in a ferromagnetic plate under the action of a transverse magnetic field. — Bull. Acad. Pol. Sci., Serie. Sci. Techn., 196-, v. 17, No. 9.
4. *Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* Устойчивость ферромагнитной пластинки в потоке газа при наличии магнитного поля.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1972, т. 25, № 3.
5. *Валлерстейн О., Пич М.* Магнитоупругое выпучивание стержней и тонких пластин из магнито-мягкого материала. Прикл. механика, № 2, 1972. Изд. «Мир».
6. *Аванесян Г. Г.* Устойчивость параллельных ферромагнитных пластин, обтекаемых потоком газа.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1973, т. 26, № 5.
7. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1961.
8. *Пановко Я. Г., Губанова И. И.* Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Изд. Наука, 1967.
9. *Новожилов В. В.* Основы нелинейной теории упругости. М.: Гостехиздат, 1948.
10. *Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* Колебания и динамическая устойчивость цилиндрической оболочки в магнитном поле. Тр. VIII Всесоюзной конф. по теории оболочек и пластин. Ростов-на-Дону. Наука, 1973.
11. *Багдасарян Г. Е., Мкртчян П. А.* Устойчивость сверхпроводящей цилиндрической оболочки в магнитном поле.— Изв. АН АрмССР, Механика, 1981, т. 34, № 6.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию
29. III. 198