

## НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПО УСТОЙЧИВОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН

БАГДОЕВ А. Г., МОВСИСЯН А. А.

1. В [1] с помощью осредненного лагранжиана выведены уравнения модуляций. В [1, 2] получены условия устойчивости распространения нелинейных квазимонохроматических волн в адиабатическом приближении. В задачах устойчивости и дифракции существенен учет производных от амплитуды. В [3] получены как уравнения модуляций, так и условия устойчивости распространения волн с учетом вторых производных от амплитуды. В частности, если в адиабатическом приближении условие устойчивости записывается в виде

$$Y \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 > 0, \quad Y = \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x_i \partial x_j} k_i k_j, \quad k_i = \frac{\partial F}{\partial x_i} \quad (1.1)$$

где  $\omega_0$  и  $\omega$  — соответственно линейная и нелинейная частоты,  $a$  — амплитуда,  $x_i$  — волновые числа  $x = \alpha_j x_j - \omega t$ , под  $(\partial \omega / \partial a^2)_0$  понимается  $(\partial \omega / \partial a^2)_{a=a_0}$ ,  $F(x_j, t) = 0$  — уравнение характеристик, то уже с учетом вторых производных от  $a$  условие устойчивости записывается в виде

$$4a_0^2 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 Y + Y^2 > 0 \quad (1.2)$$

Здесь  $a_0$  — амплитуда невозмущенной волны. Как видно, (1.2) расширяет области устойчивости по сравнению с (1.1).

Условие (1.2) выведено в [3] для тех сред, для которых осредненный по фазе лагранжиан содержит слагаемое со вторыми и четвертыми степенями амплитуды. Для осредненного лагранжиана, содержащего нечетные степени, а также для диссипативных сред применяемый здесь метод не проходит. При получении (1.1) предполагается непрерывность волновых чисел  $x_i$  и  $k_i$ .

В дальнейшем на отдельных примерах будут показаны значения этих расширений.

2. Рассмотрим нелинейно-упругую цилиндрическую оболочку, материал которой подчиняется закону [4]

\* Во всех рассмотренных примерах будем считать, что материал подчиняется этому закону.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{E}{1-2\nu} \varepsilon_0^2 \delta_{ij} + 2G(1+\nu) \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij} \quad (2.1)$$

Принимая гипотезу недеформируемых нормалей, лагранжиан запишем в виде

$$L = U - T, \quad T = \frac{\rho h}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} \quad (2.2)$$

Здесь  $\rho, h$  — плотность материала и толщина оболочки,  $u, v, w$  — перемещения. Выражение внутренней энергии согласно [4] будет

$$U = \int_{\Omega} \left[ \frac{3E}{2(1-2\nu)} \varepsilon_0^2 + \frac{3}{4} G \left( \varepsilon_0^2 + \frac{12}{2} \varepsilon_0^4 \right) \right] dx_2 \quad (2.3)$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{(1-2\nu)(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})}{3(1-\nu)} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_0^2 = \frac{8}{9} \left[ \frac{1-\nu+\nu^2}{(1-\nu)^2} (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \frac{4\nu-1-\nu^2}{(1-\nu)^2} \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \frac{3}{4} \varepsilon_{12}^2 \right]$$

Для компонент деформаций с учетом нелинейных членов от прогиба имеем

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 - x_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{w}{R} - x_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \frac{\partial w}{\partial x_2} - 2x_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}$$

При записи (2.5) принято, что нормаль к начальной волне направлена по образующей оболочки  $x_1$ , поэтому нелинейный член, содержащий производную по  $x_2$ , отбрасывается.

Полагая перемещения в виде

$$u = u_0 + b \sin \tau + b_2 \sin 2\tau$$

$$v = v_0 + c \sin \tau + c_2 \sin 2\tau \quad (2.6)$$

$$w = w_0 + a \cos \tau + a_2 \cos 2\tau$$

можно вычислить усредненный лагранжиан

$$\bar{L} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} L d\tau$$

Выбор решений в виде (2.6), являющихся разложениями Стокса [1], соответствует характеру связей (2.5) и проверяется непосредственной под-

становкой в уравнения тонких оболочек [5]. Следует учесть при этом, что получаемые из вариационного принципа соотношения дают порядки  $u_0 \sim v_0 \sim b_1 \sim c_1 \sim w_0 \sim a_1 \sim a^2$  для амплитуд,  $b \sim c \sim a$  для оболочек и  $b = c = 0$  для пластин.

Варьируя  $\bar{L}$  по амплитудам, получаем систему уравнений относительно амплитуд и  $\omega$ . Выражая все амплитуды через  $a$ , получаем нелинейное дисперсионное соотношение (изгибное)

$$\omega = \omega_0 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 a^2 \quad (2.7)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{G}{\rho} \left[ \frac{h^2 k^4}{6(1-\nu)} + 2 \frac{1+\nu}{R^2} \frac{x_1^4}{k^4} \right], \quad k^2 = x_1^2 + x_2^2$$

Для произвольной задачи выражение (2.7) не имеет места, поскольку  $\omega$  будет определяться как некоторый функционал от  $a$ , получаемый в результате решения системы вариационных уравнений.

Рассмотрим две сравнительно простые задачи.

а) В типично дифракционной задаче —

$$\left| \frac{\partial u_0}{\partial x_1} \right| \ll \left| \frac{\partial u_0}{\partial x_2} \right|, \quad \frac{\partial u_0}{\partial x_2} = -\frac{\nu}{4} a^2 x_1 - \frac{w_0}{R^2} \quad (2.8)$$

и

$$\begin{aligned} \rho \omega_0 \frac{1-\nu}{G} \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 &= \frac{1-\nu^2}{4} x_1^4 + C \\ C &= \frac{\gamma_1 x_1}{180} h^4 a_1^6 + \frac{2\gamma_2}{9R^4} (1+\nu)^3 (2-\nu) + \\ &+ \frac{\gamma_2 h^2 x_1^4}{18R^2} \frac{2-5\nu+3\nu^2+6\nu^3-7\nu^4-\nu^5+2\nu^6}{(1-\nu)^3} \quad (2.9) \\ \nu_1 &= \frac{(1-\nu+\nu^2)^2}{(1-\nu)^3} \end{aligned}$$

б) В одномерной по  $x$ , задаче —

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial x_1} + \frac{\nu}{R} w_0 &= -\frac{1}{4} a^2 x_1^2 - \frac{\rho}{G} (1-\nu) \left( \frac{\partial \omega_0}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial u_0}{\partial x_1} \\ \frac{h^2}{3} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x_1^4} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial u_0}{\partial x_1} &= \nu h \left( \frac{\partial \omega_0}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x_1^2} \end{aligned}$$

и для  $(\partial \omega / \partial a^2)_0$  получаем

$$\frac{\rho(1-\nu)}{G} \omega_0 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 = -\frac{a_1^2}{8} \left( \frac{h^2 x_1^4}{12} + \frac{1-\nu}{R^2} \right) + \frac{4(1-\nu)}{G a^2} \left( \frac{\partial \omega_0}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial u_0}{\partial x_1} a_1^2 + C \quad (2.10)$$

Для несжимаемого материала ( $\nu = 0,5$ )

$$C = \gamma_2 \left( \frac{h^2 a_1^2}{40} + \frac{9}{8R^2} + \frac{h^2 a_1^2}{4R^2} \right) \quad (2.11)$$

В общем случае получается для  $u_0$  дифференциальное уравнение четвертого порядка, и уравнение модуляций следует получить непосредственно из лагранжиана, не считая  $(\partial \omega / \partial a^2)_0$  заданным числом. Пренебрегая предпоследним членом (2.10) (так как  $C$  велико), можно видеть, что имеет место обычный подход, при котором  $(\partial \omega / \partial a^2)_0$  задано.

Для пластин, пренебрегая динамическим членом, можно получить

$$\frac{\partial u_0}{\partial x_1} = -\frac{1}{4} a^2 \gamma_2^2 \quad (2.12)$$

Таким образом, для пластин как в дифракционной, так и в одномерной задаче имеют место обычные уравнения модуляций.

Так как  $\omega_0$  зависит от  $x_1^2$ , то можно использовать условие поперечной устойчивости (1.1) ( $k_1 = 0$ )

$$\left( h^2 a_1^2 - 12 \frac{1 + \nu}{R^2} \right) \left( \frac{\partial \omega_0}{\partial a^2} \right)_0 > 0 \quad (2.13)$$

Для  $\gamma_2 < 0$  (металлы),  $(\partial \omega / \partial a^2)_0 < 0$  и получается

$$h^2 a_1^2 < 12 \frac{1 + \nu}{R^2 a_1^2} \quad (2.14)$$

Отсюда видно, что для пластин имеется неустойчивость, а для не очень пологих оболочек — поперечная устойчивость.

3. Пусть бесконечная пластина находится на жидкости (полубесконечное пространство). Одномерное уравнение движения пластинки имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left[ D \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \Gamma \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^2 \right] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + Z = 0 \quad (3.1)$$

где

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad \Gamma = \frac{Eh^3 \gamma_2 \gamma_3}{135(1-\nu^2)}$$

а  $Z$  — давление жидкости на пластину, которое определяется формулой

$$Z = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho_0 g w + \frac{1}{2} \rho_0 (\nabla \varphi)^2 \quad (3.2)$$

Здесь  $\rho_0$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения, и так как жидкость предполагается идеальной и несжимаемой, то потенциал удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3.3)$$

Кроме этих уравнений, должны добавить условие безотрывного контакта между пластиной и жидкостью

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \frac{\partial w}{\partial x_1} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \quad \text{при } w = x_2, \quad (3.4)$$

Уравнение пластины записано в переменных Лагранжа, но так как геометрическая нелинейность отсутствует, то можно их отождествлять с переменными Эйлера.

Будем искать решение (3.1)—(3.3) в виде

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 t + b \exp(kx_2) \sin \tau + b_1 \exp(2kx_2) \sin 2\tau \\ w &= a \cos \tau + a_1 \cos 2\tau, \quad \tau = kx_1 - \omega t \end{aligned} \quad (3.5)$$

где амплитуды постоянные, что соответствует адиабатическому приближению.

Соотношения (3.5) выбраны по тому же типу, что и решение для волны на воде [1]. Для рассмотренной более общей задачи потребовался еще учет второй гармоники в потенциале.

Подставляя (3.5) в (3.1)—(3.4), относительно  $a, \dots, b$ , получаем систему уравнений, решение которой имеет вид

$$\begin{aligned} a_1 &= -a^2, & b &= \frac{\omega}{k} a - \frac{3}{2} \omega_0 \lambda a^3 + \frac{\omega_0 k}{8} a^3 \\ b_1 &= a \frac{\omega_0}{k} - \frac{\omega_0}{2} a^2 \\ \omega &= \omega_0 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 a^2 \\ \omega_0^2 &= \frac{k(Dk^4 + \rho_0 g)}{\rho_0 + \rho h k} \\ \omega_0 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 &= \frac{\rho_0 k \left[ \omega_0^2 \left( \lambda + \frac{1}{2} k \right) + \frac{G \gamma_1 \tau_0 k^2}{90 \rho_0 (1 - \nu)} k^2 \right]}{2(\rho_0 + \rho h k)} \\ \lambda &= \frac{1}{4} \frac{2\rho_0 \omega_0^2 k}{2(2\rho h k + \rho_0) \omega_0^2 - \rho_0 g k - 16 k^5} \end{aligned} \quad (3.6)$$

В частности, при отсутствии пластины ( $D = \rho = 0$ ) получаем результат Уилема [1], а при отсутствии жидкости — результат работы [3], в котором нужно только отбросить влияние геометрической нелинейности.

Анализ полученных формул показывает, что при преобладающем влиянии жидкости  $(\partial \omega / \partial a^2) > 0$ , то есть имеется поперечная устойчивость, а при преобладании пластины  $(\partial \omega / \partial a^2) < 0$ , то есть — неустойчивость.

Для выяснения вопроса продольной устойчивости вычислим  $d^2\omega_0/dk^2$ , которая имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_0'' &= \frac{D_1 + D_2 - D_3}{4(\rho_0 + \rho hk)(Dk^5 + \rho_0 gk)} \\ D_1 &= Dk^3(8\rho^2 h^2 k^3 + 20\rho_0 hk + 15\rho_0^2) \\ D_2 &= 6Dk^2 g \rho_0 (4\rho^2 h^2 k^2 + 8\rho_0 \rho hk + 5\rho_0^2) \\ D_3 &= \rho_0^3 g^2 (\rho_0 + 4\rho hk) \end{aligned} \quad (3.7)$$

В [5] получено для рассматриваемой задачи  $(\partial\omega/\partial\alpha^2)_0$  в предположении, что в выражении  $\varphi$  (3.5) второе слагаемое отсутствует, как и в [1]. Однако, как показывает настоящее исследование, такое приближение при наличии пластинки приводит к неточным результатам.

Отсюда видно, что для тонких металлических пластин имеет место  $\omega_0'' > 0$ , и согласно (1.1) условия продольной и поперечной устойчивости совпадают.

Примечательно, что те же соотношения получаются при варьировании по  $a, \dots, b$ , осредненного по  $t$  суммарного лагранжиана (жидкость плюс пластинка)

$$\begin{aligned} L = & -\rho_0 \int_0^{\pi} \left| \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{2} (\varphi_{z_1}^2 + \varphi_{z_2}^2) + g_0 x_1 \right| dx_1 = \\ & + \frac{1}{2} \rho h \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 - \frac{Gh^3}{12(1-\nu)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^2 - \frac{G_1 \nu_1 h^3}{270(1-\nu)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^4 \end{aligned}$$

Тем самым обосновывается возможность написания единого лагранжиана для сред, состоящих из жидкости и упругой пластинки.

4. Рассмотрим теперь трехслойную симметрично собранную пластинку с легким заполнителем [6]. Если обозначить через  $u, v$  тангенциальные перемещения несущих слоев, а через  $w$  прогиб пластинки, то уравнения изгибного движения такой пластинки, материалы слоев которой подчиняются закону (2.1), запишутся в виде системы относительно этих перемещений.

Систему эту можно свести к одному уравнению относительно  $w$

$$\begin{aligned} D\nabla^4 \left( 1 - \frac{BH}{G_0} \nabla^2 \right) w + B \left( H + \frac{h}{2} \right)^2 \nabla^4 w + \\ + \frac{2}{3} B \left( H + \frac{h}{2} \right) \gamma_0 H \left( 1 + \frac{h}{2H} \right)^3 \frac{\partial^3}{\partial x_1^3} \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^3 + \\ + \frac{4Dh^2}{45} \gamma_2 \nu_1 \left( 1 - \frac{Bh}{G_0} \nabla^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right)^3 - \\ - (\rho_0 H + \rho h) \left( 1 - \frac{BH}{G_0} \nabla^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Здесь  $B = \frac{2Gh}{1-\nu}$ ,  $D = \frac{Gh^3}{b(1-\nu)}$ ,  $h$ ,  $2H$  — толщины,  $\rho$ ,  $\rho_0$  — плотности,  $G$ ,  $\nu$ ,  $G_0$  — упругие коэффициенты,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_0$  — коэффициенты, характеризующие нелинейности соответственно для несущих слоев и для заполнителя. Как и в п. 2, принято, что нормаль к начальной волне направлена по оси оболочки, поэтому оставлен только нелинейный член от производных по  $x_1$ .

Если искать решение (4.2) в виде

$$w = a \sin \tau \quad (4.2)$$

то получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 a^2 \quad (4.3) \\ \omega_0^2 (\rho_0 H + \rho h) \left( 1 + \frac{BH}{G_0} k^2 \right) &= Dk^4 \left( 1 + \frac{BH}{G_0} k^2 \right) + B \left( H + \frac{h}{2} \right)^2 k^2 \\ 2\omega_0 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 (\rho_0 H + \rho h) \left( 1 + \frac{BH}{G_0} k^2 \right) &= \\ &= \frac{1}{2} BH^2 \left( 1 + \frac{h}{2H} \right)_g^4 \gamma_0 \alpha_1^6 + \frac{D}{15} h^2 \gamma_2 \gamma_1 \left( 1 + \frac{BH}{G_0} k^2 \right) \alpha_1^8 \\ k^2 &= \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \end{aligned}$$

Как показано в [5], в качестве решения для однослойной пластины при наличии только физической нелинейности достаточно брать основную гармонику (4.2). При этом все условия удовлетворяются.

Отсюда видно, что если в трехслойной пластинке заполнитель также металлический ( $\gamma_1 < 0$ ,  $\gamma_0 < 0$ ), то она ведет себя как однослойная, т.е. есть имеется неустойчивость распространения волн. Если же заполнитель типа резины ( $\gamma_0 > 0$ ), то можно выбрать параметры системы таким образом

$$\gamma_0 > \frac{h^2 |\gamma_2| \alpha_1^2 \gamma_1}{180 H} \left( 1 + \frac{2GHh}{G_0(1-\nu)} \alpha_1^2 \right) \quad (4.4)$$

чтобы имела место устойчивость распространения волн.

5. Если брать уравнение движения вращающегося круглого вала с угловой скоростью  $\Omega$  согласно [7] и предполагать, что материал подчиняется закону (2.1), то будем иметь

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \gamma \left( \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right)^3 \right] - m r^2 \left[ \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial t^2} + 2\Omega \frac{\partial^3 w_1}{\partial x^2 \partial t} \right] + m \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} &= 0 \\ EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \gamma \left( \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right)^3 \right] - m r^2 \left[ \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^2 \partial t^2} - 2\Omega \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^2 \partial t} \right] + m \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Здесь  $w_1$ ,  $w_2$  — прогибы в взаимно-перпендикулярных плоскостях,  $m$  — масса единичной длины,  $r$  — радиус вала

$$I = \frac{\pi r^4}{4}, \quad \gamma = \gamma_2 \frac{16 r^2}{81} \quad (5.2)$$

Решение (5.1) ищется в виде

$$\omega_1 = a \cos \tau, \quad \omega_2 = b \sin \tau \quad (5.3)$$

При выборе (5.3) соображения такие же, как и в предыдущих пунктах. Получается следующее дисперсионное уравнение:

$$a \left[ E/a^4 \left( 1 + \frac{3}{4} \gamma a^2 a^4 \right) - m \omega^2 (1 + r^2 a^2) \right] - b \cdot 2\Omega m r^2 a^2 \omega = 0$$

$$b \left[ E/a^4 \left( 1 + \frac{3}{4} \gamma a^2 a^4 \right) - m \omega^2 (1 + r^2 a^2) \right] - a \cdot 2\Omega m r^2 a^2 \omega = 0$$

Отсюда следует, что  $a = b$  и

$$\omega = \omega_0 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 a^2 \quad (5.4)$$

где

$$\omega_0 = \frac{-2\Omega m r^2 a^2 + \sqrt{4m^2 \Omega^2 r^4 a^4 + 4E/m a^4 (1 + r^2 a^2)}}{2m(1 + r^2 a^2)}$$

$$\left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 = \frac{3\gamma E/a^4}{8} \frac{1}{\sqrt{m^2 \Omega^2 r^4 + E/m(1 + r^2 a^2)}}$$

Как видно из (3.4),  $(\partial \omega / \partial a^2)_0 < 0$  и  $d^2 \omega_0 / dk^2 > 0$  для длинноволновых приближений ( $r a^2 \ll 1$ )

$$\omega_0 = \Omega r^2 a^2 (E_1 - 1), \quad E_1 = \sqrt{1 - \frac{EI}{\Omega^2 m r^4}} \quad (5.5)$$

Таким образом, имеется продольная неустойчивость в адиабатическом приближении. Однако, если учесть (1.2), можно получить устойчивость для амплитуд

$$a^2 < - \frac{\Omega r^2 (E_1 - 1)}{2 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0} k^2$$

Приближенно  $\left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 = \frac{3\gamma E/a^4}{8m\Omega r^2 E_1}$  и для амплитуды получим

$$a^2 < - \frac{4\Omega^2 r^4 (E_1 - 1) m E_1}{3\gamma E/a^4} k^2 \quad (5.6)$$

Как видно из (5.6), для не слишком массивных валов и больших угловых скоростей допустимые амплитуды, при которых имеется устойчивость, невелики.

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈՅՎ. Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍԻԱՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հետևյալ շորս խնդիրների համար ստացված են դիսպերսիոն հաճախություններ և քվադրատիկ ալիքների տարածման համար կայունության և անկայունության պայմանները:

1. Շրջանային դանային թաղանթի,
2. Հեղուկ կիսատարածության վրա առաձգական սալի,
3. Նոսաշերտ սալի,
4. Հաստատուն արագությամբ պտտվող լիսեռի:

Թուրք դեպքերում էլ ընդունվում է նյութի ոչ-գծային առաձգականությունը, իսկ առաջին խնդրում հաշվի են առնվում նաև մեծ տեղափոխությունները:

SOME PROBLEMS OF STABILITY OF PROPAGATION OF  
NONLINEAR WAVES

A. G. BAGDOEV, L. A. MOVSISIAN

S u m m a r y

The problems of stability of propagation of modulation of waves in cylindrical shells, in a plate on fluid, a sandwich plate and along a rotating shaft made from nonlinear elastic material are investigated.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уилем Д. Ж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
2. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973.
3. Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А. Уравнение модуляции в нелинейных диспергирующих средах и их применение к волнам в тонких телах.— Изв. АН Арм. ССР, Механика, 1980, т. 33, № 3.
4. Коудерер Г. Нелинейная механика. М.: ИЛ, 1961.
5. Багдоев А. Г., Мовсисян Л. А. Некоторые вопросы распространения квазимонохроматических нелинейных волн в пластинках и оболочках.— Тр. XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, Изд. ЕГУ, 1980, т. 1.
6. Вольмир А. С. Устойчивость деформированных систем. М.: Наука, 1962.
7. Дименсбергер Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов. М.: Изд. АН СССР, 1959.

Институт механики  
АН Армянской ССР

Поступила в редакцию  
19. IV. 1982